Письма в ЖЭТФ, том 60, вып.10, стр.686 - 690 © 1994г. 25 ноября

ДИНАМИКА ЛАЗЕРНОГО ОХЛАЖДЕНИЯ АТОМОВ НИЖЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ОТДАЧИ

*И.Е.Мазец, Б.Г.Матисов**

Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе
194021 Санкт-Петербург, Россия

**Санкт-Петербургский государственный технический университет*
195251 Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 30 сентября 1994 г.

Представлено новое аналитическое описание процесса лазерного охлаждения атомов ниже температуры отдачи методом селективного по скорости когерентного пленения населенностей (velocity-selective coherent population trapping), основанное на решении квантового кинетического уравнения во всем диапазоне атомных импульсов. В частном случае пренебрежимо малой скорости Γ_{12} релаксации низкочастотной атомной когерентности подтверждены аналитические результаты, полученные в терминах статистической теории Леви–Гнеденко. Показано, что на временах $t \geq \Gamma_{12}^{-1}$ эффективность охлаждения убывает как $t^{-3/4}$.

Охлаждение атомов с помощью селективного по скорости (СС) когерентного пленения населенностей (КПН) позволяет достигать температуры ниже предела отдачи $T_R = \hbar\omega_R/k_B$, где k_B – постоянная Больцмана, $\omega_R = \hbar k^2/2M$ – частота отдачи, $\hbar k$ – импульс поглощаемых и испускаемых резонансных фотонов, M – масса атома. Таким образом, ширина атомного волнового пакета превосходит длину волны света, действующего на атомы, и в наиболее технически совершенном на настоящий момент эксперименте [1] достигает 4,5 мкм. Такое глубокое охлаждение атомов позволит существенно продвинуться в таких областях, как атомная интерферометрия, создание стандартов частоты и, в перспективе, в изучении квантово-статистических эффектов, например, бозе-конденсации.

Охлаждение атомов методом СС КПН основано, как известно [1–3], на комбинации двух эффектов: при определенной скорости атома существует когерентное квантовое состояние, находясь в котором атом не возбуждается лазерным излучением. В то же время, атомы с другими скоростями рассеивают фотоны в случайном направлении и в процессе случайного блуждания в импульсном пространстве захватываются в непоглощающее состояние и с течением времени накапливаются там.

Рассмотрим атом, обладающий Λ-схемой уровней, например, ^{4}He (переход $2^3S_1 - 2^3P_1$). Возбужденное состояние $|e>$ распадается с одинаковой скоростью γ в подуровни $|g1>$ и $|g2>$ вырожденного долгоживущего метастабильного состояния; другие каналы распада $|e>$ являются запрещенными. Пусть оператор взаимодействия атома с полем лазерного излучения имеет вид

$$\hat{V}(t) = \hbar g[(|e><g1|\hat{T}_{+\hbar k} + |e><g2|\hat{T}_{-\hbar k})\exp(-i\omega t) + \text{э.с.}], \qquad (1)$$

где $\hat{T}_q$ – оператор сдвига (вдоль оси z) в импульсном пространстве. Его действие на собственную функцию $|p_z>$ оператора z-проекции атомного импульса, соответствующую собственному значению p_z, определяется равенством $\hat{T}_q|p_z> = |p_z + q>$; g – частота Раби, одинаковая для обоих возбуждаемых светом переходов. Для простоты частоту $\omega = kc$ лазерного излучения будем считать настроенной в резонанс с частотой ω_0 электронного перехода в Λ-схеме с учетом эффекта отдачи:

$$\omega = \omega_0 - \omega_R. \tag{2}$$

Согласно работам [3,4], при больших временах t взаимодействия атомов с полем указанного вида распределение атомов по z-проекции импульса характеризуется двумя узкими пиками при $p_z = \pm\hbar k$. Их характерная ширина δp убывает пропорционально $t^{-1/2}$, и, следовательно, эффективная температура атомов стремится к нулю. В [3,4] также был сделан вывод, что эффективность ϵ, то есть доля атомов, вовлеченных в процесс охлаждения, стремится к постоянной величине.

В реальных экспериментах всегда существует отличная от нуля скорость Γ_{12} релаксации низкочастотной атомной когерентности (недиагонального элемента $< g1|\hat{\rho}|g2 >$ атомной матрицы плотности), вызванная различными причинами – флуктуациями лазерного излучения, атомными столкновениями, неоднородным магнитным полем и др. Учет Γ_{12} приводит к тому, что ширина пиков с ростом времени стремится к конечной величине [5,6]:

$$\delta p_\infty = \frac{\hbar k}{2\omega_R}\left(\frac{g^2\Gamma_{12}}{2\gamma}\right)^{1/2}. \tag{3}$$

Эффективность при $t \geq \Gamma_{12}^{-1}$ оценена в [5,6] как const$\cdot t^{-1/2}$.

В недавней работе [7] было отмечено, что асимптотический метод [4], пригодный для малых p_z, не дает правильной временно́й зависимости $\epsilon(t)$: по существу, принятые в [4] приближения соответствуют тому, что скорость оптического возбуждения атомов при $p_z \to \pm\infty$ стремится к постоянной величине, в то время как из-за эффекта Доплера реально она убывает как p_z^{-2}. Для учета этого в [7] использовалась статистическая теория Леви–Гнеденко, и были получены зависимости $\delta p \propto t^{-1/2}$ и $\epsilon \propto t^{-1/4}$.

Метод, использованный в [5,6], дает, по тем же причинам, что и [4], завышенную оценку эффективности охлаждения атомов при $t \geq \Gamma_{12}^{-1}$.

В настоящей работе мы находим решение на больших временах кинетического уравнения для ансамбля атомов, охлаждаемых методом СС КПН, пригодное во всем диапазоне проекций атомного импульса: $-\infty < p_z < +\infty$.

Составим из элементов атомной матрицы плотности, $\rho_{ii}(p_z) =< i; p_z|\hat{\rho}|i; p_z >$, $i = g1, g2, e$, диагональных по индексам электронного и трансляционного состояния, следующую функцию:

$$w(p_z) = \rho_{g1g1}(p_z - \hbar k) + \rho_{g2g2}(p_z + \hbar k) + \rho_{ee}(p_z). \tag{4}$$

для которой справедливо уравнение [3]

$$\frac{\partial w(p_z)}{\partial t} = -2\gamma\rho_{ee}(p_z) + \gamma\int_{-\hbar k}^{\hbar k}\Phi(u)[\rho_{ee}(p_z - \hbar k + u) + \rho_{ee}(p_z + \hbar k + u)]du, \tag{5}$$

где ядро $\Phi(u)$ интегрального оператора, описывающего случайный процесс отдачи, – четная, нормированная на единицу функция, явный вид которой приведен, например, в [3,8]. Разумеется, уравнение (5) сохраняет нормировку матрицы плотности: $\int\limits_{-\infty}^{\infty} w(p_z,t)dp_z = 1$ (здесь и далее выписываем в явном виде временной аргумент матрицы плотности). Населенность верхнего уровня выражаем в виде [9,10]

$$\rho_{ee}(p_z,t) = R(p_z)w(p_z,t), \tag{6}$$

$$R(p_z) = \frac{g^2[(kv_z)^2 + g^2\Gamma_{12}/2\gamma]}{(kv_z)^4 + (g^2+\gamma^2)(kv_z)^2 + g^4}, \qquad v_z = p_z/M.$$

Рассмотрим сначала асимптотику решения уравнения (5) при $p_z \to \pm\infty$. В этой области (обозначим ее I) справедливо квазиклассическое приближение, и (5) переходит в уравнение Фоккера – Планка без силового слагаемого:

$$\frac{\partial w_{\rm I}(p_z,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2}{\partial p_z^2}(D_{zz}w(p_z,t)), \tag{7}$$

$$D_{zz} = \gamma(\hbar k)^2(1+\varphi)R(p_z), \qquad \varphi = \frac{1}{(\hbar k)^2}\int\limits_{-\hbar k}^{\hbar k}\Phi(u)u^2du.$$

Для перехода $2^3S_1 - 2^3P_1$, в ^{4}He, использованного в экспериментах [1,2], $\varphi = 2/5$. При $|p_z| \gg \hbar k\gamma/\omega_R$ коэффициент диффузии принимает вид

$$D_{zz} = B/p_z^2, \qquad B = \gamma(\hbar g M)^2(1+\varphi). \tag{8}$$

Уравнение (7) с коэффициентом диффузии (8) при четном начальном условии $w_0(p_z) = w_0(-p_z)$ имеет решение

$$w_{\rm I}(p_z,t) = \int\limits_0^\infty d\sigma\exp(-4B\sigma^2t)p_z^{5/2}J_{-1/4}(p_z^2\sigma)\sigma\int\limits_0^\infty d\xi w_0(\xi^{1/2})\xi^{-1/4}J_{-1/4}(\xi\sigma), \tag{9}$$

где $J_\nu(x)$ – функция Бесселя первого рода. При малых значениях σ (что соответствует рассматриваемому пределу большого времени взаимодействия) удерживаем в разложении функции Бесселя в ряд только первый член: $J_\nu(x) \approx$ $\approx (x/2)^\nu/\Gamma(\nu+1)$. Здесь $\Gamma(x)$ – гамма-функция. Отсюда следует ограничение на область применимости данного асимптотического решения:

$$t \gg p_0^4/B, \tag{10}$$

где p_0 – характерная ширина начального распределения $w_0(p_z)$. Теперь интеграл по σ в (9) легко вычисляется, и мы имеем

$$w_{\rm I}(p_z,t) \approx \frac{2^{5/4}Np_z^2\exp(-p_z^4/16Bt)}{\Gamma(3/4)(8Bt)^{3/4}}, \tag{11}$$

где $2N$ – доля атомов, ушедших в область больших импульсов, стремящаяся к единице при $t \to \infty$. Отметим, что функция $w_{\rm I}(p_z,t)$ имеет два симметрично расположенных локальных максимума при $p_z = \pm(8Bt)^{1/4}$ и при бóльших $|p_z|$ резко спадает. Условие применимости выражения (8) накладывает еще одно, наряду с (10), ограничение на применимость формулы (11):

$$t \gg \frac{1}{B}(\hbar k\gamma/\omega_R)^4. \tag{12}$$

Асимптотику в области I необходимо сшить с асимптотикой во внутренней области II (объединение этих двух областей представляет собой все множество значений $-\infty < p_z < +\infty$). При выполнении условия (12) области, где получаются различными способами асимптотики, перекрываются. Сшивание на их общем участке (при $|p_z|$ порядка $(Bt)^{1/4}$), где справедливо уравнение (7) диффузионного типа, производится как по значению функции $w(p_z, t)$ так и по потоку

$$j_z = -\frac{\partial}{\partial p_z}(D_{zz} w).$$

Факт, что в области сшивания $(j_z/w) \to 0$ при $t \to \infty$ указывает на то, что в области II, кроме, может быть, малого участка $|p_z| \ll \hbar k$, асимптотика должна иметь характер $\mathrm{const} \cdot t^{-3/4}/R(p_z)$.

Во всей области II, включая и $|p_z| \ll \hbar k$, необходимо вместо квазиклассического описания использовать квантовое уравнение (5). Положим, что $t \gg g^2/\omega_R^2\gamma$ или $t \geq \Gamma_{12}^{-1}$. В этих условиях очевидно [3,4,6], что интегральный член в правой части (5) слабо зависит от p_z. В то же время его временна́я зависимость определяется, согласно условию сшивания, поведением асимптотики (11). Уравнение (5) принимает вид

$$\frac{\partial w_{\mathrm{II}}(p_z, t)}{\partial t} = -2\gamma R(p_z) w_{\mathrm{II}}(p_z, t) + \beta t^{-3/4}, \tag{13}$$

$$\beta = \frac{N B^{1/4}}{\Gamma(3/4)(\hbar k)^2(1+\varphi)}.$$

Поскольку конкретный вид начального распределения $w_0(p_z)$ не влияет на асимптотику в области II при $t \to \infty$, мы можем записать решение уравнения (13) в виде

$$w_{\mathrm{II}}(p_z, t) = \beta \int_0^t \exp[-2\gamma R(p_z)(t-\tau)]\tau^{-3/4} d\tau. \tag{14}$$

Интеграл (14) легко вычисляется:

$$w_{\mathrm{II}}(p_z, t) = 4\beta t^{1/4} \exp[-2\gamma R(p_z)t] F(1/4, 5/4, 2\gamma R(p_z)t), \tag{15}$$

где $F(\alpha, \gamma; x)$ – вырожденная гипергеометрическая функция. Используя ее асимптотические представления при больших и малых x [11], находим:

$$w_{\mathrm{II}}(p_z, t) \simeq \beta t^{-3/4}/2\gamma R(p_z), \qquad t \gg (2\gamma R(p_z))^{-1}. \tag{16}$$

Функция $w_{\mathrm{II}}(p_z, t)$ имеет при $p_z = 0$ острый пик, ширина которого определяется выражением (3):

$$w_{\mathrm{II}}(p_z, t) \simeq \frac{\beta t^{-3/4}}{\Gamma_{12}(1 + (\delta p/\delta p_\infty)^2)}, \tag{17}$$

$$t \geq \Gamma_{12}^{-1}, \qquad k|v_z| \ll g^2/\gamma.$$

На меньших временах пик находится в процессе формирования:

$$w_{\mathrm{II}}(p_z, t) \simeq 4\beta t^{1/4}(1 - \frac{8}{5}\gamma R(p_z)t), \tag{18}$$

$$t \leq (2\gamma R(p_z))^{-1}.$$

Наличие у функции $w_{II}(p_z, t)$ одного пика при $p_z = 0$ соответствует двум пикам при $p_z = \pm\hbar k$ у реальной плотности распределения $f(p_z, t) = \rho_{g1g1}(p_z) + \rho_{g2g2}(p_z) + \rho_{ee}(p_z)$ [3–6].

Эффективность охлаждения при $t \geq \Gamma_{12}^{-1}$ и $t \gg (\beta\delta p_\infty/\Gamma_{12})^{4/3}$ равна

$$\epsilon = \pi\beta\delta p_\infty t^{-3/4}\Gamma_{12}^{-1}, \tag{19}$$

вместо завышенной оценки [5,6].

При $\Gamma_{12} = 0$ из (18) следует, что ширина пика функции распределения может быть оценена как

$$\delta p = \alpha_0 \frac{\hbar k}{2\omega_R}\left(\frac{g^2}{2\gamma t}\right)^{1/2},$$

а эффективность – как

$$\epsilon = \epsilon_0 \beta t^{-1/4}\frac{\hbar k}{2\omega_R}\left(\frac{g^2}{2\gamma}\right)^{1/2},$$

где α_0, ϵ_0 – коэффициенты порядка единицы. Таким образом, непосредственным решением кинетического уравнения в случае $\Gamma_{12} = 0$ подтверждаются результаты, полученные из статистических оценок [7].

Если мы примем не реализующуюся на практике модель: $R(p_z) \to R_m \neq 0$, $D_{zz} \to D_m$ при $p_z \to \pm\infty$ (модель II из [7]), то асимптотика решения в области больших импульсов имеет вид

$$w_I(p_z, t) \approx \frac{2N\exp(-p_z^2/4D_m t)}{(4\pi D_m t)^{1/2}},$$

и из условий сшивания временна́я зависимость эффективности определится как $\epsilon \propto t^{-1/2}$ при $t \geq \Gamma_{12}^{-1}$ [5,6] или как $\epsilon \approx$const при $\Gamma_{12} = 0$, $t \to \infty$ [4].

Общая формула для решения уравнения (5) при $t \to \infty$, пригодная для $-\infty < p_z < +\infty$ и объединяющая все перечисленные выше случаи, такова:

$$w(p_z, t) = 4\beta t^{1/4} F(1/4, 5/4; 2\gamma R(p_z)t)\exp[-(2\gamma R(p_z)t + p_z^4/16Bt)]. \tag{20}$$

Следует отметить, что аналитическое решение (20) хорошо описывает результаты численного квазиклассического расчета [9,10].

Данная работа частично поддержана грантом R1F000 Международного научного фонда.

1. F.Bardou, B.Saubamea, J.Lawall et al., C. R. Acad. Sci. Paris. **318**, 877 (1994).
2. A.Aspect, E.Arimondo, R.Kaiser et al., Phys. Rev. Lett. **61**, 826 (1988).
3. A.Aspect, E.Arimondo, R.Kaiser et al., J. Opt. Soc. Am. **B6**, 2112 (1989).
4. В.А.Алексеев, Д.Д.Крылова, Письма в ЖЭТФ **55**, 321 (1992).
5. И.Е.Мазец, Б.Г.Матисов, Письма в ЖТФ **19**, 36 (1993).
6. B.G.Matisov and I.E.Mazets, J. Phys. **B26**, 3795 (1993).
7. F.Bardou, J.P.Bouchard, O.Emile et al., Phys. Rev. Lett. **72**, 203 (1994).
8. В.Г.Миногин, В.С.Летохов, Давление лазерного излучения на атомы, М.: Наука, 1986.
9. E.Korsunsky, D.Kosachiov, B.Matisov et al., Phys. Rev. **A48**, 1419 (1993).
10. E.Korsunsky, A.Snegiriov, V.Gordienko et al. Z. Physik **D30**, 23 (1994).
11. Н.Н.Лебедев. Специальные функции и их приложения, М.: ГИТТЛ, 1953.