

П И С Ь М А
В ЖУРНАЛ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ
И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ОСНОВАН В 1965 ГОДУ
 ВЫХОДИТ 24 РАЗА В ГОД

ТОМ 60, ВЫПУСК 11
 10 ДЕКАБРЯ, 1994

Письма в ЖЭТФ, том 60, вып.11, стр.753 - 756

© 1994г. 10 декабря

ВОЗМОЖНЫЙ СЦЕНАРИЙ РОЖДЕНИЯ ГАЛАКТИК

Б.А.Трубников

Российский научный центр "Курчатовский институт"
123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 8 июня 1994 г.

Количественно рассмотрена модель образования галактик в результате слипания шарообразных сгустков нейтрального водорода. Найдена приближенная формула для момента "коллапса" вещества с образованием галактик и рассчитана длительность процесса слипания.

1. Как известно, в единице объема космоса число галактик с массами от m до $m + dm$ приближенно описывается эмпирической формулой

$$dN/dm = n_m = C_0/m^2, \quad C_0 = \text{const}, \quad (1)$$

и в качественной модели Л.Сирла и Р.Цинна (см. [1]) предполагается, что галактики образуются в результате слипания множества небольших фрагментов. В данной работе мы рассмотрим этот процесс количественно (без учета дробления) на основе известных уравнений Смолуховского [2]:

$$\frac{d}{dt}n_k = \frac{1}{2} \sum_{i+j=k} n_i n_j S_{ij} - n_k \sum_{i=1}^{\infty} n_i S_{ki}, \quad S_{ij} = \langle \sigma v \rangle_{ij}, \quad (2)$$

где σ_{ij} – сечение слипания двух тел с массами $m_i = im_1$, $m_j = jm_1$. Будем считать тела шарообразными и имеющими однородную плотность ρ_0 . Тогда, предполагая их взаимные скорости $v_{ij} = v_0$ одинаковыми и учитывая их гравитационное притяжение, можно показать, что сечение слипания равно

$$\sigma_{i,j} = \pi p^2 = \pi r_{min}^2 + \pi R r_{min}, \quad R = 2GM/v_0^2, \quad M = (i+j)m_1, \quad (3)$$

где p – прицельный параметр, G – постоянная Ньютона, $r_{min} = a_i + a_j$, и $a_k = a_1 k^{1/3}$ – радиусы шаров. Случай $R \ll r_{min}$ не учитывает гравитацию, а

в случае $R \gg r_{min}$ второй гравитационный член будет преобладающим. Оба случая можно приближенно аппроксимировать формулой

$$\langle \sigma v \rangle_{i,j} = A_0(i^s + j^s), \quad s = \frac{2}{3} \text{ или } \frac{4}{3} \quad (A_0 = \text{const} = 2Gm_1 \frac{a_1}{v_0} \text{ при } s = \frac{4}{3}), \quad (4)$$

допускающей возможность "частичного" решения уравнений Смолуховского.

2. Предполагая начальные условия $n_1(0) \neq 0$, $n_{i \geq 2}(0) = 0$, перейдем к безразмерному времени $t_* = A_0 n_1(0)t$ и безразмерным переменным $\nu_k = n_k(t_*)/n_1(0)$ и введем $M_q = \sum k^q \nu_k$. Тогда условие $M_1 = 1$ означает сохранение суммарной массы частиц, а для M_0 получается уравнение $dM_0/dt_* = -M_0 M_s$.

Если теперь ввести "квази-время" $d\tau = M_0(t_*)dt_*$ и новые функции $f_k(\tau) = \nu_k/M_0$, то для них уравнения переписуются в форме

$$\frac{d}{d\tau} f_k + k^s f_k = S_k(\tau), \quad S_k(\tau) = \sum_{j=1}^{k-1} j^s f_j f_{k-j}, \quad N(\tau) = \sum_1^{\infty} f_k = 1, \quad (5)$$

откуда, следуя работе [3], можно рекуррентным образом найти все функции

$$f_{k \geq 2}(\tau) = \exp(-k^s \tau) \int_0^{\tau} \exp(k^s \tau') S_k(\tau') d\tau'. \quad (6)$$

Однако для полного решения здесь еще требуется выразить "квази-время" τ через истинное время, что можно сделать лишь численно. Поскольку аналитические выражения (6) для $k \geq 3$ весьма сложны, то интеграл в (6) мы также определяли численным методом, который показывает, что при больших k функции описываются асимптотической формулой

$$f_k(\tau) \approx a_s^{-1} k^{-\beta_s} \exp(-k\gamma_s^2). \quad (7)$$

Отметим, что для $s = 1$ известно точное решение (см., в частности, [4-5]), которое получается, если положить $x = x(\tau) = \tau \exp(-\tau)$, а затем представить обратную зависимость в виде ряда по степеням x :

$$\tau = \tau(x) = \sum_{k=1}^{\infty} C_k x^k, \quad C_k = \frac{k^k}{k!k} \quad (0 < \tau < 1). \quad (8)$$

Тогда путем прямой подстановки можно убедиться, что решениями уравнений (5) при $s = 1$ являются функции $f_k = \tau^{-1} C_k x^k$, и при больших k имеем

$$\alpha_1 = \tau \sqrt{2\pi}, \quad \beta_1 = 3/2, \quad \gamma_1 = \sqrt{\tau - 1 - \ln \tau} \quad (0 < \tau < 1). \quad (9)$$

Численные расчеты показывают, что для всех $s \geq 1$ функции $\gamma_s(\tau)$ обращаются в нуль в определенный момент "коллапса" $\tau = \tau_s^{(кон)}$ (в частности, $\tau_1^{(кон)} = 1$ при $s = 1$). Однако в предшествующие моменты соотношение $\langle k \rangle = \sum k f_k = 1/M_0$ позволяет найти истинное время.

3. Для общности мы проделали численные расчеты для пяти значений: $s = 4/6; 5/6; 6/6; 7/6; 8/6$. При этом вычислялись первые 1000 функций $f_k^s(\tau)$ и определялись параметры α, β, γ для каждого момента времени по значениям трех функций с номерами $k = 80, 90, 100$. Из этих расчетов была найдена приближенная аппроксимационная формула для моментов "коллапса"

$$\tau_s^{(c)} \approx 1 - 1,32(s-1) + 0,32(s-1)^2. \quad (10)$$

Если теперь ввести "приведенное квази-время" $\tau_* = \tau/\tau_s^{(c)}$, то в интервале $0,5 \leq \tau_* \leq 1$ функции γ для трех показателей $s = 6/6; 7/6; 8/6$ убывают практически по линейному закону: $\gamma \approx \text{const} \cdot (1 - \tau_*)$, а функции α_s возрастают почти линейно со временем.

На рис.1 показаны показатели $\beta_s(\tau_*)$, и, как видим, для $s = 1$ показатель быстро выходит на асимптотическое значение $\beta_1 = 3/2$, а для гравитационного случая $s = 4/3$ приближенно можно пользоваться аппроксимацией $\beta_{4/3} \approx 1,5 + 0,41\tau_*^{-3,8}$.

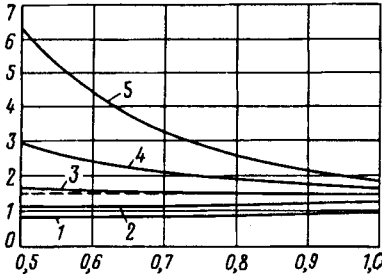


Рис. 1. Показатели $\beta_s = F(\tau_*)$

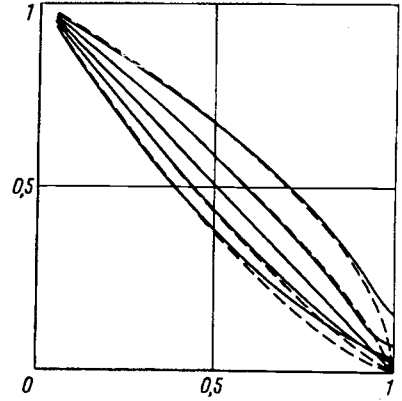


Рис.2. Функции $M_0 = 1 / \langle k \rangle = F(\tau_*)$

В момент "коллапса" $\tau_* \rightarrow 1$ имеем $\beta_{4/3} \approx 1,9$, и примерно это значение и наблюдается для распределения галактик по массам.

Численно найденные функции $M_0(\tau_*) = 1 / \langle k \rangle$ изображены на рис.2 сплошными линиями и при $\tau_* \rightarrow 1$ должны были бы обращаться в нуль, но на правых концах отклоняются от такого предсказанного поведения, что обусловлено учетом хотя и большого (1000), но все же конечного числа функций f_k . Пунктиром показана подобранная нами аппроксимационная формула

$$M_0^{\text{анн}} \approx (1 - \tau_*)^p, \quad p = 1 + a(1 - s), \quad a = 1,30, \quad (11)$$

которую мы и используем для нахождения истинного (безразмерного) времени.

В наиболее интересном для нас случае $s > 1$ имеем

$$t_* = \int_0^{\tau_*} M_0^{-1} d\tau \approx \tau_s^{(c)} \int_0^{\tau_*} (1 - x)^{-p} dx = \frac{\tau_s^{(c)}}{a(s-1)} [1 - (1 - \tau_*)^{a(s-1)}], \quad (12)$$

и здесь критический момент $\tau_* = 1$ достигается за конечное (безразмерное) время $t_*^{(c)} = \tau_s^{(c)} / a(s-1)$. В интересующем нас гравитационном случае $s = 4/3$ это численно соответствует истинному времени коллапса

$$T_{\text{кол}} = \frac{t_*^{(c)}}{A_0 n_1(0)} = 0,687 \frac{v_0}{G \rho_0 a_0}, \quad (13)$$

где $G = 6,67 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/\text{с}^2 \cdot \text{г}$ – постоянная Ньютона, a_0 – радиус исходных одинаковых шаров, а v_0 – их скорость. Поскольку из этих шаров к моменту

$T_{\text{кол}}$ спектр масс получается близким к наблюдаемому для галактик ($dN/dm \sim m^{-2}$), то мы попытаемся применить и формулу (13) к картине рождения галактик.

4. По современным представлениям (см. [1]) возраст Вселенной равен $T_{\text{Вс}} = 16 - 18$ млрд. лет, а галактики возникли в эпоху, когда величина красного смещения $z = (\lambda_{\text{набл}} - \lambda_0)/\lambda_0$ равнялась $z = 4 - 10$ (см. [6]). Последняя цифра $z = 10$ по известной релятивистской формуле $t = T_{\text{Вс}}/(1 + z + z^2/2)$ соответствует моменту $t = 300$ млн. лет после Большого Взрыва (БВ), и мы, во-первых, примем этот момент за общий "момент коллапса" $T_{\text{кол}}$ в формуле (13), предполагая, что к этому моменту все галактики обособились друг от друга и в дальнейшем эволюционировали независимо, так что их спектр масс далее не менялся. Во-вторых будем предполагать, что процесс слипания начинается в момент t_0 после БВ, и начальными телами являются шарообразные сгустки нейтрального газа (водорода) с радиусом, равным так называемому радиусу Джинса $a_0 = r_{\text{Дж}} = v_{\text{зв}}(3/8\pi G\rho_0)^{1/2}$ (см. [6]), где $v_{\text{зв}}$ - скорость звука. В-третьих, учтем, что после БВ плотность спадает со временем по закону $\rho \sim t^{-2}$, и полагая $\rho_0 = \rho_{\text{совр}}(T_{\text{Вс}}/t_0)^2$, перепишем формулу (13) в явном виде для момента начала процесса слипания:

$$t_0 = \xi T_{\text{кол}} v_{\text{зв}}/v_0, \quad \xi = (T_{\text{Вс}}/2)\sqrt{G\rho_{\text{совр}}}. \quad (14)$$

Если не учитывать "скрытую массу" и принять для современной плотности ее наблюдаемое значение $\rho_{\text{совр}} = 3 \cdot 10^{-31}$ г/см³, то получим численный коэффициент $\xi = 0,04$. Тогда предположение, что $v_0 \sim v_{\text{зв}}$, означало бы, что процесс слипания начался в момент $t_0 = 12$ млн. лет после БВ. Этот результат следовало бы увеличить в ~ 3 раза при учете скрытой массы, предполагая, что она в 10 раз превышает плотность наблюдаемого вещества. Таким образом, процесс слипания, по-видимому, длился 260-290 млн. лет и закончился обособлением галактик с наблюдаемым и сегодня распределением их по массам.

В заключение отметим, что в работе [7] нами рассмотрена модельная гидродинамическая задача о гравитационном стягивании газового облака, имеющего форму трехосного эллипсоида. В отличие от известной теории "блинов" Я.Б.Зельдовича, не учитывающей гравитацию, показано, что сплющивание эллипсоида может происходить не в плоскости с максимальным сечением, а в перпендикулярной к ней плоскости. Поэтому диск галактики и ее гало могут вращаться в различных направлениях, что наблюдается для шаровых скоплений в гало нашей Галактики [1].

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по гранту 94-02-04202-а.

-
1. С. ван ден Берг, Дж.Кессер, В мире науки (Scientific American) N 2-3, 96 (1993).
 2. М. von Smoluchovski, Phys. Z. 17, 557 (1916).
 3. А.А.Лушников, В.Н.Пискунов, Коллоид. журнал 37, 285 (1975).
 4. Б.А.Трубников, ДАН СССР 196, 13 (1971).
 5. Б.А.Трубников, ДАН СССР 197, 50 (1971).
 6. И.Д.Новиков, Эволюция Вселенной, М.: Наука, изд. 3-е, 1990.
 7. Б.А.Трубников, Письма в ЖЭТФ 47, 365 (1988).