Письма в ЖЭТФ, том 60, вып.11, стр.766 - 769 © 1994г. 10 декабря

ОБ ЭЛЕКТРОННОМ ПЕРЕНОСЕ ЭНЕРГИИ В СЛАБОСТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЕ

В.П.Силин

Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН
117924 Москва, Россия

Поступила в редакцию 18 октября 1994 г.

В рамках представлений о разделении электронов на тепловые бесстолкновительные, определяющие перенос энергии, и на холодные (подтепловые) столкновительные, определяющие повышение эффективной температуры, аналитически продемонстрирована неколлинеарность потока энергии и градиента температуры в условиях нагрева разреженной плазмы благодаря обратному тормозному поглощению.

Исследования по программе лазерного управляемого термоядерного синтеза привели к установлению ряда парадоксальных свойств переноса тепла в слабостолкновительной полностью ионизованной плазме тогда, когда длина свободного пробега электронов l_e много больше характерного масштаба L пространственной неоднородности. Среди них – ограничение электронного теплопереноса (см., например, обзор [1]). В нашей предыдущей работе [2] показано, что это парадоксальное, с точки зрения кинетической теории обычных газов, требование эксперимента связано с кулоновским законом взаимодействия частиц плазмы, в которой, несмотря на выполнение условия бесстолкновительности тепловых электронов $L \ll l_e$, всегда имеются частицы с малыми скоростями $v < v_{Te}(L/l_e)^{1/4}$, для которых столкновения являются определяющими. Здесь $v_{Te} = (\kappa_B T_e/m_e)^{1/2}$, $l_e = v_{Te}/\nu_{ei}$, $\nu_{ei} = 4(2\pi)^{1/2}e^2e_i^2 n_i \Lambda(3m_e^2 v_{Te}^3)^{-1}$, e – заряд электрона, $e_i = Z|e|$ – заряд иона, n_i – плотность числа ионов, Λ – кулоновский логарифм.

В настоящем сообщении мы покажем, как та же причина приводит к тому, что вектор плотности электронного потока энергии оказывается направленным не только коллинеарно градиенту температуры. Необходимо подчеркнуть, что ранее в численных экспериментах по моделированию теплопереноса возникало указание на неколлинеарность потока энергии и градиента температуры [3]. Однако это указание не привлекло должного внимания. Ниже мы не только обсуждаем причину такого свойства, но и даем его аналитическое описание.

В традиционной для лазерного термоядерного синтеза постановке считаем, что плазма греется благодаря обратному тормозному поглощению электромагнитного излучения, электрическая напряженность которого имеет вид $\vec{\mathcal{E}}(\mathbf{r},t) = 1/2\mathbf{E}(\mathbf{r},t)\exp(-i\omega_0 t)$ + к.с. Частота излучения велика: $\omega_0 \gg \nu_{ei}$ и $\omega_0 \gg (v_{Te}/L_E)$, где L_E – характерный масштаб пространственного изменения поля излучения. Тогда, разделяя электронную функцию распределения на высокочастотную и стационарную f_0 [4], именно с помощью f_0 можем определить как поток энергии, так и приращение температуры. В соответствии с работой [5] будем считать f_0 слабоотличающейся от максвелловской f_M:

$$f_0(\mathbf{v}) = f_M\left\{1 + \left(\frac{v^2}{3v_{Te}^2} - 2\right)I - \frac{e\delta\varphi}{\kappa_B T_e} + \left(v_i v_j - \frac{1}{3}\delta_{ij}v^2\right)J_{ij}\right\} + \delta f_c, \qquad (1)$$

где $\delta\varphi$ – электростатический потенциал и

$$I = \frac{e^2|\mathbf{E}|^2}{4m_e^2\omega_0^2 v_{Te}^2}, \qquad J_{ij} = \frac{e^2}{4m_e^2\omega_0^2 v_{Te}^4}\left(E_i E_j^* + E_i^* E_j - \frac{2}{3}\delta_{ij}|\mathbf{E}|^2\right). \tag{2}$$

При этом δf_c удовлетворяет уравнению (см. [5])

$$i\mathbf{k}\mathbf{v}\delta f_c - I_{st}^{ei}[\delta f_c] - I_{st}^{ee}[\delta f_c] = Y_0 + Y_a, \tag{3}$$

где I_{st}^{ei}, I_{st}^{ee} – интегралы столкновений, а

$$Y_0 = -(2\pi)^{1/2}\nu_{ei} v_{Te}^3 I \frac{\partial}{\partial v_i}\left(\frac{v_i}{v^3} f_M\right), \tag{4}$$

$$Y_a = -3\left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2}\nu_{ei}\frac{v_{Te}^5}{v^5} J_{ij}\left(v_i v_j - \frac{1}{3}\delta_{ij}v^2\right)\left(\frac{v^2}{2v_{Te}^2} - 3\right) f_M. \tag{5}$$

При написании уравнения (3) принято, что величины I и J_{ij} зависят от координат по закону $\exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})$, что в силу линейности уравнения (3) позволяет формулировать результаты общего положения.

Обсуждая следствия уравнения (3), рассмотрим прежде всего область немалых скоростей, для которых выполнено неравенство $v \gg v_k = v_{Te}(kl_e)^{-1/4}$, что позволяет частицы с такими скоростями считать бесстолкновительными. В силу условия $kl_e \gg 1$ такие электроны можно называть тепловыми. Для них из (3) имеем

$$\delta f_{c,T}(\mathbf{v}) = -i(Y_0 + Y_a)\left(\frac{P}{\mathbf{k}\mathbf{v}} + i\pi\delta(\mathbf{k}\mathbf{v})\right), \tag{6}$$

где P обозначает главное значение Коши. Формула (6) позволяет определить вклад тепловых электронов в электронный поток энергии, который представим в виде двух слагаемых:

$$\mathbf{q}_T = \int d\mathbf{v}\frac{1}{2}m_e v^2 \mathbf{v}\delta f_{c,T}(\mathbf{v}) = \mathbf{q}_0 + \mathbf{q}_a. \tag{7}$$

При этом "потенциальная" часть потока энергии имеет вид

$$\mathbf{q}_0 = -\frac{i\mathbf{k}}{k^2}\frac{e^2|\mathbf{E}|^2 n_e}{2m_e\omega_0^2}\nu_{ei}. \tag{8}$$

При вычислении (8) пренебрегалось малостью порядка $(kl_e)^{-1}$. Именно с такой точностью дивергенция выражения (8) в стационарном режиме совпадает с поглощаемой электронами мощностью электромагнитного излучения благодаря обратному тормозному эффекту [6]. Второе – "соленоидальное" – слагаемое формулы (7) для такого баланса несущественно. Оно по порядку величины оказывается таким же, как (8), и имеет следующий вид:

$$\mathbf{q}_a = -i\left\{\frac{\mathbf{E}(\mathbf{E}^*\mathbf{k})}{k^2} + \frac{\mathbf{E}^*(\mathbf{E}\mathbf{k})}{k^2} - 2\frac{\mathbf{k}|\mathbf{E}\mathbf{k}|^2}{k^4}\right\}\frac{e^2 n_e \nu_{ei}}{4m_e\omega_0^2}. \tag{9}$$

Это выражение отлично от нуля, если вектор напряженности электрического поля греющего излучения имеет как параллельную, так и ортогональные вектору $\mathbf{k}$ компоненты. Необходимо подчеркнуть, что поток энергии (7) дается баллистическим переносом. Поскольку температура является скалярной величиной, то ее градиент параллелен k. Поэтому выражение (9) представляет собой ту часть электронного потока энергии, которая является ортогональной градиенту температуры.

Далее будем обсуждать такую ситуацию, когда приращение температуры связано с подтепловыми столкновительными электронами ($v < v_k = v_{Te}(kl_e)^{-1/4}$), для которых согласно [5] имеем:

$$\delta f_c(\mathbf{v}) = \delta f_0 \left\{ 1 - \frac{i\mathbf{k}\mathbf{v}}{2\nu(v)} \right\} + \frac{1}{6\nu(v)} Y_a, \tag{10}$$

где $\nu(v) = 3(\pi/8)^{1/2}\nu_{ei}(v_{Te}/v)^3$. При этом ниже будет достаточно использовать выражение

$$\delta f_0 = -\frac{9I}{2k^2 l_e^2} f_M(v) \Gamma\left(\frac{6}{7}\right) \left(\frac{2}{7}\right)^{1/7} \sin\frac{\pi}{7} \frac{N^{8/7}}{\xi^{1/4}} K_{1/7}\left(\frac{4}{7}\xi^{7/4}\right), \tag{11}$$

где $K_{1/7}$ – функция Макдональда, $N = \pi^{1/2}(4/9)Zk^2 l_e^2$, $\xi = N^{2/7}(v^2/2v_{Te}^2)$ и считается $Z \gg 1$.

Согласно формулам (10), (11), приращение тепловой энергии подтепловых холодных электронов составляет

$$\delta T_e = T_e I \frac{1,73 Z^{5/7}}{(kl_e)^{4/7}}, \tag{12}$$

что существенно превышает приращение тепловой энергии бесстолкновительных электронов $\delta T_{e,T} \sim T_e(kl_e)^{-1}$ [2]. В то же время, при условии

$$Z^{5/4} > kl_e > 1 \tag{13}$$

выражение (12) превышает энергию осцилляций электронов в поле электромагнитного излучения, что позволяет говорить о реальном нагреве подтепловых электронов.

Вклад холодных столкновительных электронов в электронный поток энергии относительно мал [2]. В то же время, формулы (10), (11) при условии $kl_e > Z^{2/3}$ позволяют определить следующее выражение для плотности потока энергии, переносимого столкновительными электронами:

$$\mathbf{q}_c(\mathbf{k}) = i\mathbf{k}\delta T_e \frac{0,16\kappa_{SH}}{k^2 l_e^2 Z} \quad \text{или} \quad \mathbf{q}_c(\mathbf{r}) = \frac{0,16\kappa_{SH}}{4\pi l_e^2 Z} \int \frac{d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \frac{\partial \delta T_e(\mathbf{r}')}{\partial \mathbf{r}'}. \tag{14}$$

Здесь $\kappa_{SH} = (128/3\pi) n_e v_{Te} \kappa_B l_e$ – коэффициент теплопроводности сильностолкновительной полностью ионизованной плазмы. Своеобразным свойством потока энергии (14) является то, что он направлен противоположно тому, что отвечает обычному закону Фика для потока тепла. В то же время, выражение (14) мало по сравнению с бесстолкновительным потоком (8). Формула (14) получена с помощью выражения I через δT_e согласно (12). Если также выразить I через δT_e в формуле (8), то получим (см. [2]) обычную эффективную нелокальную теплопроводность слабостолкновительной плазмы, которая в одномерном случае приводит к коэффициенту ограничения теплопереноса. Напротив, "соленоидальная" часть потока энергии (9) если и может быть формально представлена через градиент δT_e, то с сохранением векторной зависимости от вектора $\mathbf{E}$.

Вышеизложенное позволяет сделать вывод о том, что в рамках представлений аналитической теории слабостолкновительной плазмы находит свое объяснение обнаруживавшаяся ранее в численных расчетах неколлинеарность электронного потока энергии градиенту температуры.

Работа выполнена в рамках проекта Российского фонда фундаментальных исследований (94-02-03631).

---

1. W.L.Kruer, Comm. Plasma Phys. **5**, 69 (1979).
2. В.П. Силин, ЖЭТФ **106**, 425 (1994).
3. G.J.Rickard, A.R.Bell, and E.M.Epperlein, Phys. Rev. Lett. **62**, 2687 (1989); M.Strauss, G.Hazak, D.Shvarts, and R.S.Caxton, Phys. Rev. **A30**, 2627 (1984).
4. В.И.Перель, Я.М.Пинский, ЖЭТФ **54**, 1889 (1968).
5. А.В.Максимов, В.П.Силин, ЖЭТФ **103**, 73 (1993).
6. A.V.Maximov and V.P.Silin, Phys. Lett. **A173**, 83 (1993).