Письма в ЖЭТФ, том 60, вып.11, стр.801 - 805 © 1994г. 10 декабря

О ВЛИЯНИИ СЛУЧАЙНОГО НАПРЯЖЕНИЯ НА РАВНОВЕСНЫЕ ФЛУКТУАЦИИ ТОКА В КВАНТОВОМ ПРОВОДНИКЕ

Г.Б.Лесовик

Институт физики твердого тела РАН

142432 Черноголовка, Россия

Поступила в редакцию 8 ноября 1994 г.

Показано, что источниковые (ланжевеновские) флуктуации тока в квантовом проводнике зависят от величины сопротивления во внешней цепи. Обсуждается возможность немонотонной зависимости спектральной плотности флуктуаций напряжения от величин квантового и классического сопротивлений.

При изучении электронного транспорта обычно рассматривается два режима протекания тока: фиксируется либо напряжение, либо ток в цепи. Первая ситуация более проста для анализа, и, в частности, для квантового проводника размерами $L \ll L_\Phi$ (L_Φ – длина сбоя фазы) статистика переноса заряда за большие времена может быть полностью описана с помощью матрицы упругого рассеяния электронов [1]. При фиксированном токе ситуация значительно более сложна. Простейший способ ее рассмотрения это подход с использованием понятия ланжевеновских сил [2], когда, например, в замкнутой цепи, содержащей последовательно соединенные квантовое и классическое сопротивления r и R, флуктуации полного тока δI представляются в виде суммы "источниковых" флуктуаций тока j в квантовом резисторе и вклада из-за флуктуаций напряжения V, падающего на классическом сопротивлении так, что

$$\delta I = \delta j + \delta V g, \tag{1}$$

где $g = 1/r$.

В пределе $r/R \to 0$, когда флуктуации полного тока на малых частотах стремятся к нулю, $\delta I_{\omega \to 0} \to 0$, флуктуации источника j должны быть скомпенсированы и

$$\delta V_{\omega=0} g = -\delta j_{\omega=0}. \tag{2}$$

При таком подходе, использованном, в частности, в работах [3, 4], обычно предполагается, что источниковые флуктуации тока $j_{\langle v \rangle}$ определяются только средним напряжением, падающим на сопротивлении r (или средним током), и корреляторы $\langle jj \rangle$ можно вычислять так же как и в задаче с фиксированным напряжением $V = \langle I \rangle r$. В данной работе мы рассмотрим влияние флуктуаций напряжения V на источниковые флуктуации тока $j_{\langle v \rangle}\{V\}$ в равновесии, такое влияние может быть значительным и существенно изменить результирующую величину флуктуаций полного тока и падения напряжения на квантовом сопротивлении. Влияние флуктуаций напряжения на электронный транспорт изучалось в работе [5], где авторы приходят к выводу, что из-за испускания фотонов (колебаний напряжения) вероятность прохождения электронов из одного резервуара в другой сильно модифицируется и в результате ВАХ становится нелинейной при малых токах, а линейная проводимость подавлена. Мы считаем, что вероятность прохождения электронов при наличии квазиклассического внешнего поля, созданного флуктуациями напряжения, меняется слабо, и в настоящей работе сконцентрируемся на эффекте, связанном с аккумуляцией фазы (реальной части действия, описывающего движение электрона), ранее рассмотренном в [6]. При учете набора фазы разновременный коррелятор токов следующим образом зависит от флуктуаций напряжения [6]:

$$\langle\langle j(t_1)j(t_2)\rangle\rangle_v =$$

$$= \frac{2e^2}{h^2}\int dEdE' \exp\left(i\frac{E-E'}{\hbar}(t_1-t_2)\right) n(E)[1-n(E')] \times$$

$$\times \sum_m \{2T_m^2 + T(E)\,(1-T(E))\,[\Phi(t_2-t_1)+\Phi^*(t_2-t_1)]\}, \tag{3}$$

где

$$\Phi(t_2-t_1) = \exp\left(i\frac{e}{\hbar}\int_{t_1}^{t_2}\delta V(\tau)d\tau\right), \tag{4}$$

T_m – собственное значение матрицы tt^+, (t – матрица амплитуд прохождения через квантовый резистор, зависимостью которых от энергии мы пренебрегаем); $n(E) = [\exp(\frac{E}{\Theta})+1]^{-1}$ (Θ – температура в энергетических единицах). Угловые скобки $\langle\rangle_V$ означают усреднение по флуктуациям напряжения, такое усреднение мы будем проводить независимо от усреднения по электронным степеням свободы, обозначенного как $\langle\rangle$. Считая резистор R классическим, падение напряжения на нем напишем как

$$-V(t) = I(t)R + V_R(t), \tag{5}$$

где $V_R(t)$ – "источниковые" флуктуации напряжения, которые мы будем считать гауссовыми; их спектральная плотность дается формулой Найквиста [7]

$$\langle V_R^2(\omega)\rangle = 2R(\omega)\hbar\omega\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{\exp(\hbar\omega/\Theta)-1}\right). \tag{6}$$

Для напряжения на квантовом сопротивлении из формул (1) и (4) получаем

$$V = \frac{r}{r+R}(-jR-V_R). \tag{7}$$

Результат усреднения экспоненты

$$\langle\exp(i\frac{e}{\hbar}\int_{t_1}^{t_2}V(t')dt')\rangle_V = \Phi(t_2-t_1)$$

может быть записан через неприводимые корреляторы:

$$\Phi(t_2-t_1) = \exp\left(-\frac{e^2r^2}{2\hbar^2(r+R)^2}\int\int_{t_1}^{t_2}dt'dt''\langle V_R(t')V_R(t'')\rangle\right)\chi\left(-\frac{erR}{\hbar(r+R)}\right). \tag{8}$$

Здесь

$$\chi(\lambda) = \langle\exp\left(i\lambda\int_{t_1}^{t_2}j(t')dt'\right)\rangle$$

– характеристическая функция для вероятности того, что за время $|t_2-t_1|$ флуктуационными токами j перенесен некоторый заряд

$$Q = \int_{t_1}^{t_2}j(t')dt'.$$

Способ упорядочивания операторов j в разные моменты времени описан в работе [8] при анализе фазы квантового гальванометра (спина) набранной, в поле туннелирующих электронов. Рассматриваемая в настоящей работе ситуация аналогична - роль "спина" выполняет электрон, набор фазы которого мы анализируем. Выражение (8) может быть упрощено в двух предельных случаях : на малых временах $|t_2 - t_1| \ll \tau_{corr}$, где τ_{corr} - корреляционное время случайного процесса $V(t)$, и на больших временах $|t_2 - t_1| \gg \tau_{corr}$. При $\Delta t = |t_2 - t_1| \ll \tau_{corr}$ главный вклад в выражение (8) дает парный коррелятор напряжений в совпадающие времена:

$$\Phi(t_2 - t_1) = \exp\left(-\alpha(t_2 - t_1)^2\right), \tag{9}$$

$$\alpha = \frac{1}{2}\frac{e^2}{\hbar^2}\left[\frac{r^2}{(r+R)^2}\langle V_R^2(0)\rangle_V + \frac{r^2R^2}{(r+R)^2}\langle\langle j^2(0)\rangle\rangle_V\right]. \tag{10}$$

Формулы (9) и (10) дают правильную зависимость Φ от времени при условии $\alpha\tau_{corr}^2 \gg 1$, то есть когда на временах $\Delta t \sim \tau_{corr}$ Φ исчезающе мало. Если же $\alpha\tau_{corr}^2 \ll 1$ и $\Phi(\tau_{corr}) \sim 1$, то существенна асимптотика при $\Delta t \gg \tau_{corr}$, когда $\Phi(\Delta t) = \exp(-\gamma\Delta t)$, где

$$\begin{aligned}\gamma &= \frac{1}{2}\frac{e^2}{\hbar^2}\frac{r^2 2R\Theta}{(r+R)^2} - \lim_{\Delta t\to\infty}\frac{1}{\Delta t}\ln\chi\left(-\frac{erR}{\hbar(r+R)}\right) = \\ &= \frac{1}{2}\frac{e^2}{\hbar^2}\frac{r^2 2R\Theta}{(r+R)^2} + \frac{1}{2}\frac{e^2}{\hbar^2}\frac{r^2R^2}{(r+R)^2}\langle j_{\omega=0}^2\rangle + \dots\end{aligned} \tag{11}$$

Из формул (10) и (11) следует, что в пределе $\frac{r}{R} \to 0$ затухание $\Phi(\Delta t)$ определяется только "источниковыми " флуктуациями тока j. Приведем результаты для спектральной плотности флуктуаций напряжения на квантовом резисторе при малой частоте :

$$S_V(\omega = 0) = \int dt\langle V(0)V(t)\rangle = \frac{r^2 2\Theta R}{(r+R)^2} + \frac{(rR)^2}{(r+R)^2}\langle j_{\omega=0}^2\rangle. \tag{12}$$

где при $\alpha \ll \Omega^2$ (Ω - частота обрезки, определяющая дисперсию сопротивления)

$$\langle j_{\omega=0}^2\rangle = 2\frac{e^2}{\hbar\pi}\sum_n\left(T_n^2\Theta + T_n(1-T_n)G(\gamma)\right). \tag{13}$$

Здесь для $\gamma \ll \Omega$

$$G(\gamma) = \Theta(1 + C\gamma), \tag{14}$$

C - константа порядка единицы; для $\gamma \gg \Omega$

$$G(\gamma) = \frac{\hbar\gamma}{\pi}\ln\frac{\Omega}{\gamma}. \tag{15}$$

При $\alpha \gg \Omega^2$

$$\langle j_{\omega=0}^2\rangle = 2\frac{e^2}{\hbar\pi}\sum_n\left(T_n^2\Theta + T_n(1-T_n)\Theta F(\alpha)\right); \tag{16}$$

при $\hbar\sqrt{\alpha} \ll \Theta$

$$F(\alpha) = 1 + \frac{1}{6}\frac{\alpha\hbar^2}{\Theta^2},$$

при $\hbar\sqrt{\alpha} \gg \Theta$

$$F(\alpha) = \frac{4}{\sqrt{\pi}\hbar}\frac{\sqrt{\alpha}}{\Theta}.$$

Следует отметить, что линейная проводимость квантового сопротивления, а следовательно и всей цепи в рассмотренном приближении не чувствительна к флуктуациям. Прямое усреднение оператора тока, очевидно, дает неизмененный результат, так как мы учитываем только набор фазы , а не изменение вероятностей. Вопрос о том, не противоречит ли это теореме Найквиста, автор предполагает обсудить позднее в отдельной статье.

Обратимся теперь к анализу зависимостей параметров γ и α от сопротивлений r и R. В пределе малого внешнего сопротивления $\frac{R}{r} \ll 1$ получаем из (11)

$$\gamma = \frac{e^2}{\hbar^2}R\Theta,$$

и разница между величиной спектральной плотности, вычисленной с учетом квантовых эффектов, и классической S_{cl}:

$$\frac{S - S_{cl}}{S_{cl}} \approx \frac{1}{12}\frac{e^2 R}{\hbar}\frac{R}{r}.$$

Обсудим теперь режим, наиболее интересный на наш взгляд , когда $R/r \gg 1$ и флуктуациями V_R можно принебречь, а затухание линейно, так что $\Phi = \exp(-\gamma\Delta t)$. Если имеется лишь слабо открытый "канал" в квантовом сопротивлении ($T \ll 1$), то статистику переноса заряда можно представить как два независимых пуассоновских процесса переноса заряда в противоположных направлениях со средней скоростью переноса электронов $2\Theta\frac{t}{\hbar}T$, характеристическая функция при этом

$$\chi(\lambda) = \exp\left(-8\Theta\frac{tT}{\hbar}\sin^2\frac{\lambda}{2}\right).$$

Тогда из (11) следует

$$\gamma = 8\Theta\frac{T}{\hbar}\sin^2\left(\frac{e^2}{2\hbar}r\right). \tag{17}$$

Отметим, что при $\frac{e^2 r}{2\hbar} = \pi m$, ($m$ – целое выражение) (17) равно нулю. Физически это связано с тем, что набор фазы электроном при туннелировании другого электрона есть

$$\frac{er}{\hbar}\int j dt = \frac{e^2 r}{\hbar} = \phi,$$

и при условии $\phi = 2\pi m$ фаза не сбивается. В такой ситуации, разумеется, следует учесть динамические флуктуации набора фазы $\delta\phi = \phi - \langle\phi\rangle$, и при условии $\sqrt{\delta\phi^2} \ll \langle\phi\rangle = \frac{e^2 r}{\hbar}$, указанная немонотонность зависимости спектральной плотности флуктуаций напряжения на квантовом резисторе может быть наблюдаемой. Масштаб отклонений спектральной плотности от классически ожидаемой

$$\frac{S - S_{cl}}{S_{cl}} \approx T(1 - T)\left(\frac{4}{\pi^2}\ln\frac{\hbar\Omega\pi}{4\Theta T} - 1\right)$$

В заключение еще раз отметим, что главное утверждение данной статьи – это наличие нетривиальной зависимости источниковых флуктуаций тока от флуктуаций напряжения.

Автор благодарен Л.С.Левитову, Д.Е.Хмельницкому, К.Глаттли (C.Glattli) и М.Санкеру (M.Sanquer) за полезные обсуждения. Работа была поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант 93-02-2113) и МНФ (грант M9M000).

---

1. Л.С.Левитов, Г.Б.Лесовик, Письма в ЖЭТФ **58**, 514 (1993).
2. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Статистическая физика, ч.1, М.: Наука, 1975.
3. M.Büttiker, Phys. Rev. Lett. **65**, 2901 (1990).
4. G.B.Lesovik and R.Loosen, Z. für Physik **B 91**, 531 (1993).
5. F.W.Hekking, U.V.Nazarov, G.Schön, Europhis. Lett. **20**, 255 (1992).
6. G.B.Lesovik and L.S.Levitov, Phys. Rev. Lett. **72**, 538 (1994).
7. H.Nyquist, Phys. Rev. **32**, 110 (1928).
8. Л.С.Левитов, Г.Б.Лесовик, "Quantum Measurement in Electric Circuit", Препринт (1993).