

Магнитный гистерезис в обобщенной модели среднего поля для изинговской системы

Е. З. Мейлихов¹⁾

Российский научный центр Курчатовский институт, 123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 19 апреля 2004 г.

В рамках обобщенного приближения среднего поля, учитывающего пространственные флуктуации локального магнитного поля, исследован магнитный гистерезис и процесс размагничивания простой кубической решетки изинговских спинов. Показано наличие динамического фазового перехода.

PACS: 75.10.Nk, 75.60.Ej

Введение. Магнитный гистерезис является, с одной стороны, примером динамического неравновесного процесса, имеющего важное значение для практического использования различных магнитных устройств, а с другой стороны, это – общее свойство физических систем определенного типа. Моделью одной из таких систем – одноосного ферромагнетика – является модель Изинга, исследованию которой (численными и аналитическими методами) посвящена обширная литература. Однако в подавляющем большинстве этих работ исследуются стационарные свойства модели и мало внимания уделяется неравновесным эффектам, которые связаны с переходами магнитной системы между двумя эквивалентными состояниями, отличающимися направлением магнитного момента. Подобные динамические эффекты в модели Изинга изучались как в приближении среднего поля [1, 2], так и методами численного моделирования Монте-Карло [3–6]. В ферромагнитной системе, находящейся в переменном магнитном поле $H_e(t) = H_0 \sin \omega t$, динамическим параметром порядка является намагниченность $j(t)$, усредненная за период изменения поля:

$$\bar{j} = \frac{2\omega}{\pi} \oint j(t) dt. \quad (1)$$

Было показано [2], что в системе существует динамический фазовый переход, линия которого разделяет (в координатах H_0, T) фазы с $\bar{j} \neq 0$ (в области малых значений H_0, T) и $\bar{j} = 0$ (в области больших значений H_0, T). Схематически это показано на вставке рис.1. Есть указания на то, что этот переход является истинным термодинамическим переходом – он сопровождается характерными особенностями восприимчивости и теплоемкости [6]. Во многих работах провозглашается, что на линии этого фазового перехода

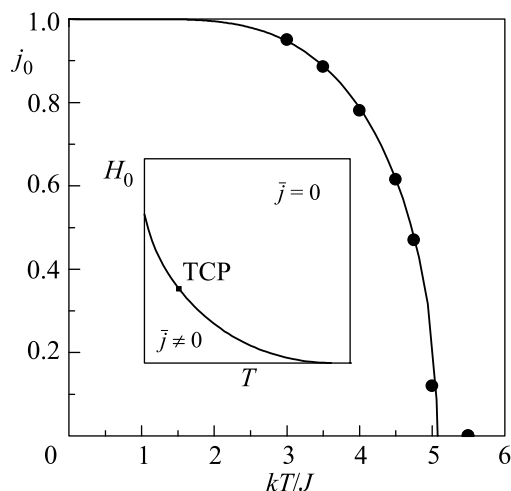


Рис.1. Температурная зависимость намагниченности простой кубической решетки изинговских ионов, взаимодействующих с ближайшими соседями, – результат обобщенной теории среднего поля. Точки – намагниченность системы после применения процедуры ее размагничивания. На вставке – схематическое представление линии динамического фазового перехода; ТСП – гипотетическая тройная точка

существует трикритическая точка, разделяющая ее на два участка – высокотемпературный, где переход происходит плавно, и низкотемпературный, где он происходит скачком [4, 7]. Однако в недавней работе [8] утверждается, что динамический фазовый переход не может быть переходом первого рода, а все прежние выводы, полученные методом Монте-Карло, являются следствием анализа систем конечного размера.

Поскольку даже для стационарной трехмерной изинговской системы не существует точного решения (не только в магнитном поле, но и в его отсутствие), основным аналитическим методом ее изучения является теория среднего поля. Именно в

¹⁾e-mail: meilikhov@imp.kiae.ru

рамках этой теории и изучались динамические свойства изинговских систем. Цель настоящей работы – изучение этих свойств в рамках обобщенной модели среднего поля, учитывающей пространственные флуктуации эффективного локального магнитного поля.

Рассмотрим систему магнитных моментов μ , представляющую собой трехмерную решетку изинговских спинов, и будем описывать ее спиновыми переменными $s_j = \pm 1$, $j = 1, 2, \dots$. Тепловые флуктуации приводят при конечной температуре T к перевороту спинов из состояния $+1$ в состояние -1 и обратно. Вероятности таких переходов и определяют уравнение релаксации какого-либо из параметров состояния системы. Так, вероятность реализации $P(s_1, s_2, \dots, +s_j, \dots, s_N; t)$ некоторой конфигурации спинов в момент времени t определяется уравнением [1]

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} P(s_1, s_2, \dots, +s_j, \dots, s_N; t) = \\ = - \sum_j w_j(s_j) P(s_1, s_2, \dots, +s_j, \dots, s_N; t) + \\ + \sum_j w_j(-s_j) P(s_1, s_2, \dots, -s_j, \dots, s_N; t), \end{aligned} \quad (2)$$

где $w_j(s_j), w_j(-s_j)$ – вероятности переворота j -го спина из состояний $+1$ и -1 , соответственно. Согласно принципу детального равновесия

$$\begin{aligned} w_j(s_j) P_0(s_1, s_2, \dots, +s_j, \dots, s_N) = \\ = w_j(-s_j) P_0(s_1, s_2, \dots, -s_j, \dots, s_N), \end{aligned} \quad (3)$$

где вероятности $P_0(s_1, \dots)$ соответствуют термодинамически равновесной конфигурации. Последние связаны соотношением Больцмана

$$\frac{P_0(s_1, s_2, \dots, -s_j, \dots, s_N)}{P_0(s_1, s_2, \dots, +s_j, \dots, s_N)} = \exp\left(-\frac{\Delta_j E}{kT}\right), \quad (4)$$

где $\Delta_j E$ – разница энергий состояний, отличающихся лишь направлением j -го спина. Очевидно, $\Delta_j E = 2E_j$, где

$$E_j = \mu H_e + \sum_{k \neq j} s_k J_{jk} \quad (5)$$

– энергия j -го спина в состоянии $s_j = +1$, которая определяется его взаимодействием с внешним магнитным полем H_e и остальными спинами; J_{jk} – энергия взаимодействия с k -ым спином. Из соотношений (3)–(5) следует

$$\frac{w_j(s_j)}{w_j(-s_j)} = \frac{1 - s_j \text{th}(E_j/kT)}{1 + s_j \text{th}(E_j/kT)}. \quad (6)$$

Рецепт Глаубера [9] состоит в том, что отдельные вероятности $w_j(s_j), w_j(-s_j)$, удовлетворяющие соотношению (6), записываются в виде

$$\begin{aligned} w_j(s_j) &= \frac{1}{2} \Omega [1 - s_j \text{th}(E_j/kT)], \\ w_j(-s_j) &= \frac{1}{2} \Omega [1 + s_j \text{th}(E_j/kT)], \end{aligned} \quad (7)$$

где Ω – параметр, имеющий смысл частоты, с которой спин пытается изменить свою ориентацию. Эта частота, вообще говоря, зависит от температуры и конфигурации всех спинов системы, но обычно принимается постоянной. При таком выборе равновесное состояние системы совпадает с тем, которое следует из уравнения среднего поля (см. ниже).

Среднее (по конфигурациям) значение j -го спина в момент времени t равно

$$\langle s_j \rangle = \sum_{(s)} s_j P(s_1, \dots, s_N; t), \quad (8)$$

где суммирование проводится по всем конфигурациям спинов системы. Подставляя (2) в (8) и используя (7), находим [1]

$$\frac{d}{dt} \langle s_j \rangle = -\Omega [\langle s_j \rangle - \langle \text{th}(E_j/kT) \rangle]. \quad (9)$$

Полученное уравнение можно было бы упростить в духе теории среднего поля, производя замену $\langle \text{th}(E_j/kT) \rangle \rightarrow \text{th}(\langle E_j \rangle/kT)$, где $\langle E_j \rangle = \mu H_e + \sum_{k \neq j} J_{jk} \langle s_k \rangle$, и замечая, что относительная намагниченность системы $j \propto \langle s_j \rangle$. Это привело бы к уравнению

$$\frac{dj}{dt} = -\Omega \left[j - \text{th} \left(\frac{\mu H_e + j \sum J_{jk}}{kT} \right) \right], \quad (10)$$

которое описывает релаксацию намагниченности к термодинамически равновесному состоянию, определяемому стандартным уравнением среднего поля $j = \text{th}[(\mu H_e + j \sum J_{jk})/kT]$. Приближенный характер последнего виден хотя бы из рассмотрения его результатов для ситуации, когда внешнее поле отсутствует ($H_e = 0$) и существенно лишь взаимодействие с ближайшими соседями, энергию которого обозначим J . Тогда $\sum J_{jk} = zJ$, где z – число ближайших соседей. Для этого случая предсказываемая уравнением среднего поля критическая температура равна $kT_C = zJ$, что для простой кубической решетки дает $kT_C = 6J$. В то же время почти точный результат [10] гласит: $kT_C = 4.51J$.

Поэтому мы применим другую процедуру упрощения уравнения (9), которая является обобщением

Конфигурации магнитных моментов ближайших соседей в простой кубической решетке и их вероятности

Эфф. магнитное поле, $\mu H_3/J$	Число возможных конфигураций	Вероятность конфигурации в системе с намагниченностью j
6 (+ + + + +)	$C_6^0 = 1$	$(1/64)(1+j)^6$
4 (+ + + + -)	$C_6^1 = 6$	$(6/64)(1+j)^5(1-j)$
2 (+ + + - -)	$C_6^2 = 15$	$(15/64)(1+j)^4(1-j)^2$
0 (+ + - - -)	$C_6^3 = 20$	$(20/64)(1+j)^3(1-j)^3$
-2 (+ + - - -)	$C_6^4 = 15$	$(15/64)(1+j)^2(1-j)^4$
-4 (+ - - - -)	$C_6^5 = 6$	$(6/64)(1+j)(1-j)^5$
-6 (- - - - -)	$C_6^6 = 1$	$(1/64)(1-j)^6$

модели среднего поля. Введем эффективное молекулярное поле H_3 , действующее на выбранный спин со стороны остальных спинов:

$$H_3 \equiv \frac{1}{\mu} \sum_{k \neq j} s_k J_{jk}. \quad (11)$$

Для разных спинов это поле имеет разную величину и может быть описано функцией $F(j, H_3)$ распределения, зависящей от намагниченности системы. Тогда (9) можно записать в виде

$$\frac{dj}{dt} = -\Omega \left\{ j - \int_{-\infty}^{\infty} \text{th} \left[\frac{\mu(H_e + H_3)}{kT} \right] F(j, H_3) dH_3 \right\} \quad (12)$$

и свести задачу к нахождению функции $F(j, H_3)$. К сожалению, точный расчет этой функции требует учета спиновых корреляций [11], и соответствующий метод не известен. Можно, однако, найти для нее приближенное выражение, а для того чтобы понять, насколько при этом улучшается результат теории среднего поля, вычислим соответствующее значение критической температуры и сравним его с приведенным выше точным значением. С этой целью рассмотрим простую кубическую решетку изинговских спинов с взаимодействием ближайших соседей.

Энергия взаимодействия j -го спина со своим ближайшим окружением в простой кубической решетке есть алгебраическая сумма шести слагаемых с одинаковой абсолютной величиной J , знак которых определяется относительной ориентацией рассматриваемого и соседних спинов. Число соответствующих конфигураций равно $2^6 = 64$. Их распределение по величине эффективного магнитного поля H_3 , а также вероятности этих конфигураций в системе с намагниченностью j приведены в таблице.

Соответствующая функция распределения имеет вид

$$F(j; H_3) = \frac{1}{64} [(1+j)^6 \delta(6h_J) + 6(1+j)^5(1-j) \delta(4h_J) + 15(1+j)^4(1-j)^2 \delta(2h_J) + 20(1+j)^3(1-j)^3 \delta(0) + 15(1+j)^2(1-j)^4 \delta(-2h_J) + 6(1+j)(1-j)^5 \delta(-4h_J) + (1-j)^6 \delta(-6h_J)], \quad (13)$$

где $h_J \equiv J/\mu$. Подставляя ее в (12), находим уравнение, описывающее временную эволюцию намагниченности системы:

$$\frac{dj}{d(\Omega t)} = j - \frac{1}{64} \{ (1+j)^6 \text{th}[(h_e + 6h_J)/\theta] + 6(1+j)^5(1-j) \text{th}[(h_e + 4h_J)/\theta] + 15(1+j)^4(1-j)^2 \text{th}[(h_e + 2h_J)/\theta] + 20(1+j)^3(1-j)^3 \text{th}[h_e/\theta] + 15(1+j)^2(1-j)^4 \text{th}[(h_e - 2h_J)/\theta] + 6(1+j)(1-j)^5 \text{th}[(h_e - 4h_J)/\theta] + (1-j)^6 \text{th}[(h_e - 6h_J)/\theta] \}, \quad (14)$$

где $h_e \equiv \mu H_e(t)/J$, $\theta \equiv kT/J$ – приведенные значения переменного внешнего поля и температуры, соответственно.

Прежде всего посмотрим, какая температура Кюри получается в рассматриваемом приближении для нашей системы при $H_e = 0$. Для этого достаточно приравнять нулю правую часть уравнения (14), что дает

$$j_0^2 = \frac{A - [A^2 - 36B_-(B_+ - 16/3)]^{1/2}}{6B_-}, \quad (15)$$

где

$$A = 10[3\text{th}(2/\theta) - \text{th}(6/\theta)] > 0, \quad (16)$$

$$B_{\pm} = 5\text{th}(2/\theta) \pm \text{th}(4/\theta) + \text{th}(6/\theta) > 0.$$

Температура Кюри определяется условием $B_+ - 16/3 = 0$; решение соответствующего уравнения дает $\theta_C = kT_C/J = 5.08$, что гораздо ближе к точному результату, чем среднеполевое значение. Уравнение (15) определяет и показанную на рис.1 температурную зависимость $j_0(T)$ равновесной намагниченности системы.

Перейдем теперь к рассмотрению магнитных релаксационных явлений в упомянутой системе спинов. Традиционным из них (наиболее часто рассматриваемым) является гистерезис, помимо которого мы рассмотрим также процесс размагничивания из состояния насыщения. Оба эти явления описываются зависимостью $j(H_e)$ намагниченности системы от меняющегося во времени магнитного поля $H_e(t)$. При теоретическом исследовании гистерезиса временную зависимость поля обычно выбирают [3] в виде синусоиды постоянной амплитуды: $H_e(t) = H_0 \sin \omega t$. В то же время эксперименты выполняются, как правило, в условиях линейной развертки поля. Поэтому мы находили решение релаксационного уравнения (14) для магнитного поля, изменяющегося во времени по пилообразному закону с постепенно уменьшающимся размахом пилы (см. вставку на рис.2). При этом период колебаний уменьшался синхронно с амплитудой изменения поля, а полное время процесса составляло $2000/\Omega$. Таким образом, в ходе единого расчета получалась и петля гистерезиса, и определялось состояние, в которое переходила система в результате процесса размагничивания. Результаты таких расчетов приведены на рис.2, 3. На первом из них показано, как проходит процесс намагничивания/размагничивания системы при разных температурах, а на втором – как на него влияет величина энергии взаимодействия спинов, характеризуемая эффективным полем $h_J = J/\mu$.

Как видно из рис.2, площадь петли гистерезиса монотонно падает с ростом температуры. При этом процесс размагничивания загоняет систему в состояние с намагниченностью, абсолютная величина которой всегда совпадает с величиной термодинамически равновесной (при данной температуре) намагниченности j_0 , определяемой уравнением (15). Что касается знака (то есть направления) конечной намагниченности, то он зависит от деталей самого процесса размагничивания и может быть любым.

Аналогично, рис.3 демонстрирует, что петля гистерезиса увеличивается с ростом энергии спин-спинового ферромагнитного взаимодействия и отсутствует при антиферромагнитном взаимодействии (см. нижнюю панель рис.3).

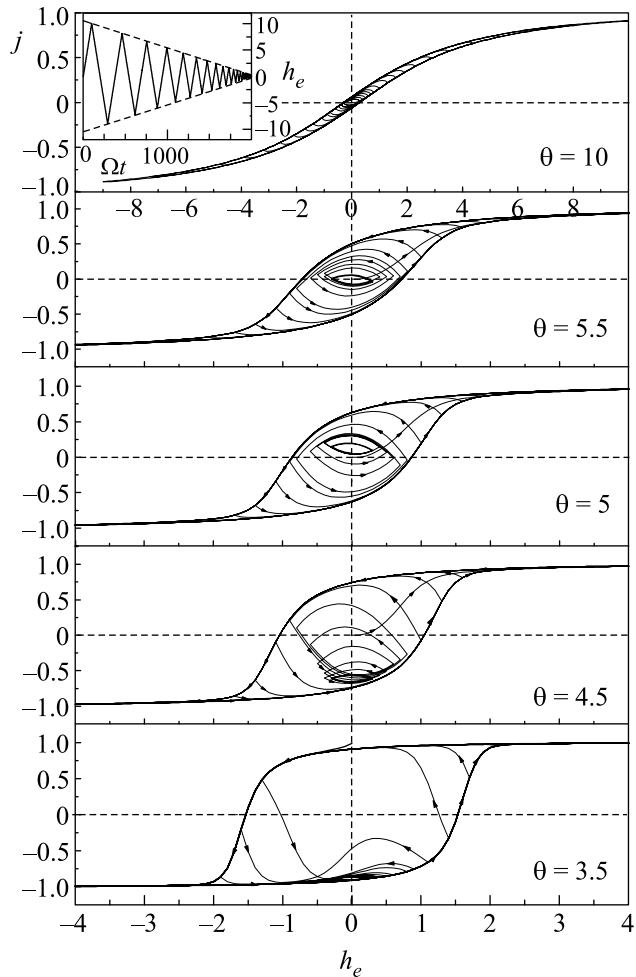


Рис.2. Полевые зависимости $j(h_e)$ намагниченности системы с энергией спин-спинового взаимодействия $h_J = +1$ при различных температурах. Конечная намагниченность зависит от температуры: при $\theta < \theta_C$ она конечна, при $\theta > \theta_C$ – равна нулю. На вставке – временная зависимость магнитного поля

Полевые зависимости намагниченности, приведенные на рис.2,3, явно демонстрируют наличие динамического фазового перехода. Последний проявляется в резком изменении средней (за период колебаний поля) намагниченности системы $\bar{j} \equiv (\omega/2\pi) \oint j dt$ от нуля до конечной величины, когда амплитуда поля становится меньше некоторого критического значения h_{e0} (зависящего от температуры и частоты колебаний). Это – общее свойство стохастических динамических систем с флуктуациями типа кинетической модели Изинга [5, 6], единственным способом изучения которых сегодня является метод численного моделирования Монте-Карло. В данном случае такой переход проявляется в решении обобщенного релаксационного уравнения среднего поля. Он иллюстрируется приведенными на рис.4 зависимостями средней

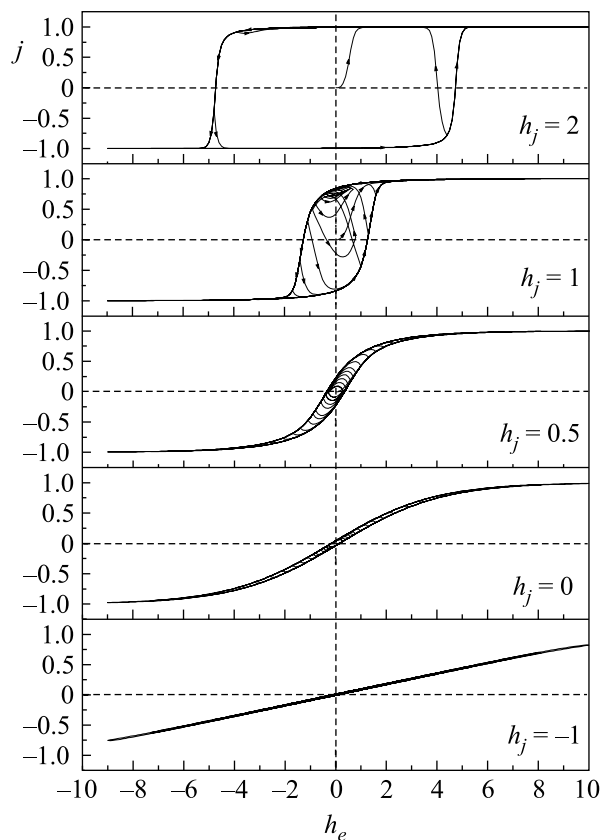


Рис.3. Полевые зависимости $j(h_e)$ намагниченности систем с различной энергией h_J спин-спинового взаимодействия при температуре $\theta = 4$, соответствующей температуре Кюри для системы с $h_J \approx 0.8$

намагниченности \bar{j} системы от номера цикла в процессе размагничивания. При высокой температуре ($\theta = 5.5 > \theta_C = 5.08$ для $h_J = 1$), когда основное состояние системы парамагнитно, ее петли гистерезиса симметричны и средняя намагниченность близка к нулю (отличие последней от нуля связано лишь с конечной скоростью убывания амплитуды пилообразного изменения поля, составлявшей в наших расчетах 5% за полупериод колебаний). Напротив, при низкой температуре ($\theta = 4.5 < \theta_C$) основное состояние системы ферромагнитно и, как видно из рис.4, происходит спонтанное нарушение симметрии и система сваливается в одно (из двух возможных и различающихся знаком намагниченности) состояние с равновесной намагниченностью $\pm j_0$. Это происходит, когда амплитуда поля достигает критического значения h_{e0} . Температурная зависимость $h_{e0}(\theta)$ и определяет линию динамического фазового перехода. На вставке рис.4 показан вид этой линии для системы с $h_J = 1$.

Следующим шагом может быть исследование поведения системы, помещенной в переменное магнитное поле с небольшой случайной составляющей.

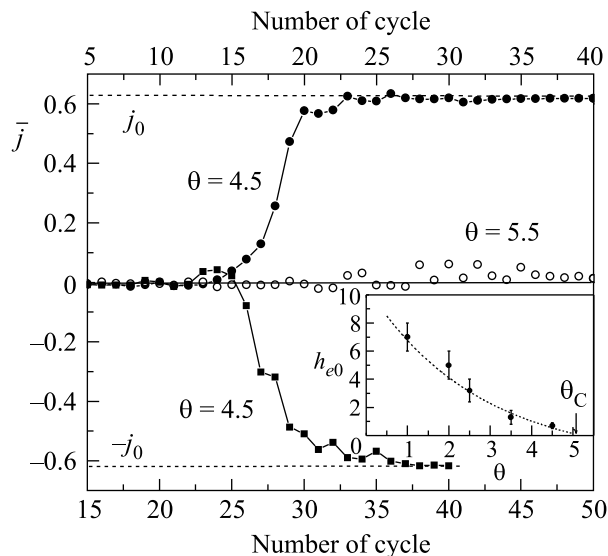


Рис.4. Зависимости средней намагниченности \bar{j} системы с $h_J = 1$ от номера цикла в процессе размагничивания из состояния насыщения. Две кривые для ферромагнитного состояния ($\theta = 4.5$) относятся к процессам с несколько различающимися (на $\sim 30\%$) периодами изменения поля. На вставке – линия динамического фазового перехода системы

Таким образом можно будет промоделировать роль флуктуаций.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты # 03-02-17029, # 02-02-16974).

1. M. Suzuki and R. Kubo, J. Phys. Soc. Jap. **24**, 51 (1968).
2. T. Tomé and M.J. de Oliveira, Phys. Rev. **A41**, 4251 (1990).
3. M. Rao, H. R. Krishnamurty, and R. Pandit, Phys. Rev. **B42**, 856 (1990).
4. M. Acharyya and B.K. Chakrabarti, Phys. Rev. **B52**, 6550 (1995).
5. W. S. Lo and R. A. Pelcovitz, Phys. Rev. **A42**, 7471 (1990).
6. M. Acharyya, Phys. Rev. **E56**, 1234 (1997).
7. M. Acharyya, Phys. Rev. **E59**, 218 (1999).
8. G. Korniss, P. A. Rikvold, and M. A. Novotny, Phys. Rev. **E66**, 056127 (2002).
9. R. J. Glauber, J. Math. Phys. **4**, 294 (1963).
10. Т. Хилл, *Статистическая механика*, М.: ИЛ, 1960.
11. M. Thomsen, M.F. Thorpe, T. C. Choy, and D. Sherrington, Phys. Rev. **B30**, 250 (1984); T. C. Choy, D. Sherrington, M. Thomsen, and M.F. Thorpe, *ibid.*, **31**, 7355 (1985); M. Thomsen, M.F. Thorpe, T. C. Choy, and D. Sherrington, *ibid.*, **33**, 1931 (1986).