Письма в ЖЭТФ, том 37, вып. 12, стр. 602 – 605 *20 июня 1983 г.*

ПЕРЕНОРМИРОВКА МАСС В СУПЕРСИММЕТРИЧНЫХ ТЕОРИЯХ ЯНГА – МИЛЛСА

Б.Т.Саздович [1)] , *О.В.Тарасов*

Рассматриваются $N = 2,4$ теории Янга – Миллса с мягким нарушением расширенной суперсимметрии. Обнаружено, что при $N = 4$ расходимости в ренормировке массы отсутствуют во всех порядках. Для $N = 2$ константы ренормировки массы и заряда совпадают и содержат лишь однопетлевые расходимости. Расчеты проделаны до двух петель.

Одна из привлекательных особенностей суперсимметричных теорий – сокращение количества параметров, содержащих ультрафиолетовые расходимости. Например, в массивной модели Весса – Зумино [1] инвариантность относительно суперпреобразований и специальный вид лагранжиана (он связан с требованием перенормируемости) приводят к равенству констант ренормировки суперполя, массы и заряда. Имеется одна независимая константа ренормировки вместо трех ожидаемых.

Проведенные недавно трехпетлевые расчеты в суперсимметричных теориях Янга – Миллса (ССТЯМ) [2, 3] указывают на то, что здесь имеет место сокращение ультрафиолетовых расходимостей. В $N = 4$ ССТЯМ их нет по крайней мере в одно-, двух- и трехпетлевом приближениях. В $N = 2$ ССТЯМ в константе ренормировки заряда расходимости имеются на однопетлевом уровне, но на двух- и трехпетлевом их нет. [3]. Ожидается, что подобная тенденция сохранится в высших порядках [4].

---

1) Институт физики , Белград, Югославия.

Суперсимметричные теории, претендующие на роль реалистических, должны быть калибровочными и несомненно должны содержать массивные поля. Поэтому представляет интерес изучение перенормировок не только заряда, но и масс.

В данной работе проведено исследование перенормировки масс полей материи в теории, описывающей взаимодействие векторного $N = 1$ суперполя V с несколькими киральными скалярными $N = 1$ суперполями S_i. Действие ее имеет вид

$$S_{\text{п}} = S + S_m ,$$

где

$$S = \frac{1}{8g^2 c} \mathrm{Tr} \{ \int dx d^2\theta W^{\alpha} W_{\alpha} \} +$$

$$+ \frac{2}{c} \mathrm{Tr} \{ \int dx d^2\theta d^2\bar{\theta} \exp[-2gV] \bar{S}_i \exp[2gV] S_i \} +$$

$$+ \frac{4i\gamma}{3!\,c} \epsilon_{ijk} \mathrm{Tr} \{ \int dx d^2\theta S_i [S_j, S_k] + \int dx d^2\bar{\theta} \bar{S}_i [\bar{S}_j, \bar{S}_k] \} -$$

$$- \frac{1}{8\alpha c} \mathrm{Tr} \{ \int dx d^2\bar{\theta} d^2\theta (D^2 V)(\bar{D}^2 V) \} +$$

$$+ \frac{2}{c} \mathrm{Tr} \{ \int dx d^2\theta d^2\bar{\theta} (\bar{a}' - a') L_{gV} [(a + \bar{a}) + \mathrm{cth} L_{gV} (a - \bar{a})] \},$$

$$S_m = - \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i}{c} \mathrm{Tr} \{ \int dx d^2\theta S_i S_i + \int dx d^2\bar{\theta} \bar{S}_i \bar{S}_i \} .$$

Здесь $L_x Y = [X, Y]$; $W^{\alpha} = (-\bar{D}^2/4)(e^{-2gV} D^{\alpha} e^{2gV})$; a – гостовское киральное суперполе, α – калибровочный параметр; $i, j, k = 1, 2, \dots n$. Все поля преобразуются по присоединенному представлению калибровочной группы:

$$V = V^a T^a, \qquad S_i = S_i^a T^a, \qquad a = a^a T^a$$

$$[T^a, T^b] = i f^{abc} T^c, \qquad f^{amn} f^{bmn} = c \delta^{ab} .$$

В случае, когда $m_i = 0$, для $\gamma = 0$ и $n = 1$, мы имеем $N = 2$ теорию Янга – Миллса в терминах $N = 1$ суперполей, а для $\gamma = g$ и $n = 3$, имеем $N = 4$ ССТЯМ в терминах $N = 1$ суперполей [5]. При $m_i \neq 0$ $N = 2$, 4 суперсимметрия нарушена мягким образом.

В калибровке Весса – Зумино [6], на уравнениях движения получаем в терминах обычных полей:

$$S_{\text{п}} = \int dx\, \mathcal{L},$$

$$\mathcal{L} = \mathrm{Tr} \Big\{ - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{2} (D_\mu A_i)^2 + \frac{1}{2} (D_\mu B_i)^2 - \frac{1}{2} \bar{\varphi}_m i\hat{D} \varphi_m +$$

$$+ \frac{ig}{2} \bar{\varphi}_m [\alpha^i_{ml} A_i + \gamma^5 \beta^i_{ml} B_i, \varphi_l] + \frac{g^2}{4} ([A_i, A_j]^2 + [B_i, B_j]^2 +$$

$$+ 2[A_i, B_j]^2) + \frac{i\gamma}{2} \sum_{i=1}^{n} m_i \epsilon_{ijk} (A_i [A_j, A_k] - A_i [B_j, B_k] +$$

$$+ 2B_i [A_j, B_k] - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} (m_i^2 A_i^2 + m_i^2 B_i^2 - m_i \bar{\psi}_i \psi_i) \Big\} \frac{1}{c} .$$

Здесь $\varphi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_n \\ \lambda \end{pmatrix}$, а матрицы α и β удовлетворяют соотношениям

$$[\alpha^i, \beta^j]_- = 0, \quad \{\alpha^i, \alpha^j\}_+ = \{\beta^i, \beta^j\}_+ = -2\delta^{ij},$$

$$\mathrm{tr}(\alpha^r \alpha^t) = \mathrm{tr}(\beta^r \beta^t) = -4\delta^{rt}.$$

Цель данной работы, в первых порядках теории возмущений исследовать перенормировки масс:

$$m_{Ri} = Z_{S_i} m_i + \delta m_i$$

и связанные с ними аномальные размерности

$$\gamma_{m_i} = \frac{\partial \ln m_{Ri}}{\partial \ln \mu^2} \Big|_{m_i, g\text{ - фиксир.}}$$

По расчету индекса расходимости [7], в рассматриваемых теориях нет квадратичных расходимостей, т. е.

$$\delta m_i = 0$$

и, следовательно, достаточно знать только константы ренормировки волновых функций полей S_i :

$$m_{Ri} = Z_{S_i} m_i = Z_{m_i}^{-1} m_i .$$

Нами проведены расчеты Z_m как в $N=1$ суперполевом формализме, так и в терминах обычных полей, до двух петель включительно. Использовалась регуляризация посредством размерной редукции и схема минимальных вычитаний т'Хоофта [8]. В рамках такой схемы введение масс константу ренормировки заряда, а, следовательно и ренормгрупповую β-функцию не меняет. Не меняются также ренормировки волновых функций.

При $N=4$ во всех порядках теории возмущений можно получить связь между β и γ. Действительно, поскольку по подсчету индекса расходимости константа ренормировки вершины $S_i S_j S_k$ равна единице [7], то

$$g_R^2 = Z_{S_i}^3 Z_{S_i^3}^{-2} g^2 = Z_{S_i}^3 g^2.$$

Дифференцируя отношение

$$g^2 / m_i^3 = g_R^2 / m_{Ri}^3$$

по $\ln\mu^2$, при g^2 и m_i фиксированных, получаем

$$\beta(g_R^2) = 3 g_R^2 \gamma_{m_i}(g_R^2).$$

Так как уже известно, что $\beta(g_R^2) = 0$ до трех петель включительно, то и

$$\gamma_{m_i}^{(3)}(g_R^2) = 0.$$

При $N=2$ расчеты в суперполевом подходе с учетом двух петель дают:

$$\gamma_{m_i}^{(2)}(g_R^2) = -2c \frac{g_R^2}{(4\pi)^2} .$$

В однопетлевом приближении, вычисления в терминах обычных полей позволяют получить аналитическую зависимость γ_m от N. Это число связано с количеством скалярных полей n :

$$N = n + 1,$$

которое появляется при счете фейнмановских диаграмм, содержащих скалярный шпур. В данном приближении

$$\gamma^{(1)}_{m_i}(g^2_R) = (N-4)c\,\frac{g^2_R}{(4\pi)^2}\,.$$

В двухпетлевом приближении из-за наличия взаимодействия $\sim \sum_i m_i \epsilon_{ijk}\,\{A_i[A_j, A_k] - A_i[B_j, B_k] + 2B_i[A_j, B_k]\}$, которое имеется только при $N=4$, получить аналитическую зависимость от N очевидным образом, не удается. Для $N=4$ вклад диаграмм с таким взаимодействием в γ_{m_i} равен $-12c^2 g^4_R/(4\pi)^4$. Если записать, что в общем случае эти диаграммы дают вклад $-6(N-2)c^2 g^4_R/(4\pi)^4$ и добавить вклады остальных диаграмм, в которых аналитическая зависимость от N получается тривиальным образом, то для γ_{m_i} в двухпетлевом приближении получим:

$$\gamma^{(2)}_{m_i}(g^2_R) = (N-4)c\,\frac{g^2_R}{(4\pi)^2}\left[1 - 2c(N-2)\,\frac{g^2_R}{(4\pi)^2}\right].$$

Сравнивая с полученным ранее результатом для β [3]:

$$\beta^{(2)}(g^2_R) = (N-4)\,c\,\frac{g^4_R}{(4\pi)^4}\left[1 - 2c(N-2)\,\frac{g^2_R}{(4\pi)^2}\right],$$

имеем

$$\beta^{(2)}(g^2_R) = \frac{g^2_R}{(4\pi)^2}\,\gamma^{(2)}_{m_i}(g^2_R).$$

Таким образом, не только при $N=4$, но и при $N=2$ константы ренормировки заряда и массы связаны. Они совпадают по крайней мере до двух петель включительно. Этот факт, как показано выше, имеет место во всех порядках для $N=4$ и, наверно, сохранится в высших порядках для $N=2$. Проведенные исследования свидетельствуют о возможности существования конечной четырехмерной квантовополевой теории, содержащей массивные поля.

Мы благодарны Л.В.Авдееву, Е.А.Иванову, Д.И.Казакову, В.И.Огиевецкому и Д.В.Ширкову за полезные советы.

Литература

1. *Wess J., Zumino B.* Nucl. Phys., 1974, **B 70**, 39.
2. *Avdeev L.V., Tarasov O.V., Vladimirov A.A.* Phys. Lett., 1980, **96B**, 94; *Grisaru M., Rocek M., Siegel W.* Nucl. Phys., 1981, **B183**, 141; *Caswell W.E., Zanon D.* Nucl. Phys., 1981, **B182**, 125.
3. *Avdeev L.V., Tarasov O.V.* Phys. Lett., 1982, **112B**, 356.
4. *Howe P., Stelle K., Townsend P.* CERN, Ref. TH-3271, Geneva, 1982; *Grisaru M., Siegel W.* Nucl. Phys., 1982, **B201**, 292.
5. *Fayet P.* Nucl. Phys., 1979, **B149**, 137.
6. *Wess J., Zumino B.* Nucl. Phys., 1974, **B78**, 1.
7. *Ferrara S., Piguet O.* Nucl. Phys., 1975, **B93**, 261.
8. *G.t'Hooft.* Nucl. Phys., 1973, **B61**, 455.

Объединенный
институт ядерных исследований

Поступила в редакцию
12 апреля 1983 г.