Письма в ЖЭТФ, том 37, вып. 12, стр. 617 – 619 *20 июня 1983 г.*

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ С ПЕРЕМЕННОЙ МАССОЙ И УДЕРЖАНИЕ КВАРКОВ

И.М.Дремин, А.В.Леонидов

Записаны релятивистские и нерелятивистские уравнения движения частиц с массой, зависящей от координат. Показано, что удержание кварков и наличие кваркониев возможны в потенциальных моделях только в случае роста массы кварков на больших расстояниях

Основная цель этой работы состоит в том, чтобы записать уравнения для „частиц", масса которых зависит от координат, и кратко обсудить некоторые следствия и применения таких уравнений. Конечно, рассматриваемые физические объекты не могут быть свободными частицами. Возможными кандидатами здесь могут оказаться кварки, вообще не появляющиеся в свободном состоянии. В принципе, не исключено, что полученные уравнения могут оказаться полезными и для описания эффектов в физике твердого тела (например, в двухзонных полупроводниках).

Итак, рассмотрим задачу о движении релятивистской частицы в центрально-симметричном электростатическом поле. Если масса этой частицы зависит от расстояния, то релятивистский гамильтониан такой системы в потенциале $V_0(r)$ имеет вид

$$H = \vec{\alpha}\mathrm{p} + \beta m(r) + V_0(r), \tag{1}$$

где явно указана зависимость массы m от расстояния r. Для удобства последующего перехода к нерелятивистскому пределу выделим эту зависимость

$$m = m_0 + V_m(r), \tag{2}$$

где m_0 – масса „свободной частицы" (или же в той точке $r = r_0$, где $V_m(r) = 0$).

Система уравнений для радиальных волновых функций имеет вид

$$\begin{cases} F' + \kappa r^{-1}F - (\epsilon + m_0 + V_m(r) - V_0(r))G = 0, \\ G' - \kappa r^{-1}G + (\epsilon - m_0 - V_m(r) - V_0(r))F = 0, \end{cases} \tag{3}$$

где $F(G)$ – верхний (нижний) спинор, ϵ – полная энергия, $\kappa = l$ при $j = l - \frac{1}{2}$, и $\kappa = -(l+1)$ при $j = l + \frac{1}{2}$ (j и l – полный и орбитальный моменты).

Исключая, как обычно, одну из функций, получим уравнение второго порядка:

$$F'' + [(\epsilon - V_0)^2 - (m_0 + V_m)^2 - l(l+1)r^{-2}]F - (V_m' - V_0')(\epsilon + m_0 + V_m - V_0)^{-1}(F' + \kappa r^{-1}F) = 0. \tag{4}$$

а функция G определяется из решения этого уравнения по формуле:

$$G = (\epsilon + m_0 + V_m - V_0)^{-1}(F' + \kappa r^{-1}F). \tag{5}$$

Под нерелятивистским пределом уравнения (4) будем понимать случай, когда

$$m_0 >> E + V_m - V_0, \tag{6}$$

где $E = \epsilon - m_0$ – нерелятивистская энергия [1]. В низшем приближении получается уравнение Шредингера:

$$F'' - [l(l+1)r^{-2} - 2m_0(E - V_m - V_0)]F = 0, \tag{7}$$

где роль потенциала играет сумма

$$V(r) = V_m(r) + V_0(r). \tag{8}$$

Заметим, что V_m есть лоренц-скаляр, а V_0 – компонента лоренц-вектора.

Таким образом, потенциал, используемый в уравнении Шредингера для частиц с переменной массой, определяется суммой потенциальной энергии во внешнем поле и приростом массы этой частицы.

По отдельности, эти составляющие потенциала появляются лишь в следующем приближении, когда учитываются первые релятивистские поправки:

$$F'' - [l(l+1)r^{-2} - 2m_0(E - V_m - V_0)]F -$$
$$- (V_m' - V_0')(2m_0)^{-1}(F' + \kappa r^{-1}F) + [(E - V_0)^2 - V_m^2]F = 0. \tag{9}$$

Третье слагаемое дает поправку к потенциальной энергии и спин-орбитальное взаимодействие, модифицированные градиентом массы, а последнее слагаемое есть сумма классической релятивистской поправки к массе и нового члена, пропорционального $V_m^2(r)$.

Все последующие приближения легко получаются из уравнения (4) разложением второго сомножителя в последнем слагаемом. При конкретных вычислениях, использующих уравнение (9), необходимо также учесть изменение нормировки F при переходе от (7) к (9).

Если нерелятивистский потенциал определяется суммой $V_m + V_0$, то, например, за тонкое расщепление уровней, как видно из (9), целиком ответственна разность $V_m' - V_0'$. Таким образом, сведения о положении и тонком расщеплении уровней, в совокупности, могут уже выявить роль V_m и V_0 по отдельности.

Наиболее реальными кандидатами на роль частиц, описываемых приведенными выше уравнениями, являются кварки. Отметим три характерных особенности кварков:

1. на малых расстояниях их масса (токовая) меньше, чем на больших (конституентная масса);

2. они не появляются в свободном состоянии;

3. существуют связанные системы кварков (причем связанные состояния тяжелых кварков хорошо описываются нерелятивистскими потенциальными моделями [1-3]).

Два последних свойства феноменологически учитываются обычно тем, что потенциал взаимо-

[1] Вообще говоря, это неравенство справедливо в ограниченной области расстояний,

действия кварков на больших расстояниях неограниченно растет. Однако, в рамках многочастичной задачи такой рост должен приводить к рождению пар и общей неустойчивости, аналогичной неустойчивости релятивистской задачи о слишком крутой (вблизи начала координат) отталкивательной стенке, приводящей (в отличие от нерелятивизма) к падению на центр.

Действительно из уравнений (3) легко видеть, что они не приводят к связанным состояниям, если асимптотический рост коэффициентов в последних слагаемых определяется внешним потенциалом V_0, так как в этом случае существуют только ненормируемые осциллирующие решения. Связанные состояния могут существовать лишь для систем, у которых асимптотика этих коэффициентов определяется ростом массы, т. е. $V_m(r)$. Только в этом случае уравнения допускают экспоненциально затухающие асимптотики волновых функций на бесконечности.

В качестве примера [1)] приведем эти асимптотики для линейно растущих потенциалов

$$V_m \approx V_0 \approx kr \quad \text{при} \quad r \to \infty \tag{10}$$

с компенсацией типа

$$V_m - V_0 = qr^{\nu} \, (0 < \nu < 1, \ q > 0). \tag{11}$$

Решение системы уравнений (3) имеют вид

$$F|_{r \to \infty} \sim \exp\left\{ - \frac{4}{3+\nu} \sqrt{\frac{kq}{2}} r^{\frac{3+\nu}{2}} \right\} \tag{12}$$

(в предельных случаях $\nu = 1$ и $\nu = 0$ получаются решения как у одномерного осциллятора или как в задаче об однородном поле, соответственно.) Нерелятивистское уравнение не дает точных асимптотик, так как нарушено условие малости $V_m - V_0$ по сравнению с m_0 (хотя конечно удержание имеет место).

Подводя итог, можно сказать, что описание систем в центрально-симметричном поле с неограниченно растущими на больших расстояниях потенциалами может быть последовательным только для таких „частиц", масса которых также растет с ростом расстояния. Если это рассмотрение применимо к кваркам, то удержание кварков происходит за счет роста их масс при удалении друг от друга. При этом, вообще говоря, не требуется роста „внешнего" потенциала $V_0(r)$. Рост массы кварков сам является источником удерживающего их потенциала. Динамическая причина роста массы, конечно, требует решения многочастичной задачи. Релятивистское описание таких „частиц" заметно отличается от обычного, а переход к нерелятивистскому пределу возможен лишь в ограниченной области пространства.

Литература

1. *Quigg C., Rosner J.L.* Phys. Rep., 1979, **56**, 169.
2. *Быков А.А., Дремин И.М., Леонидов А.В.* Препринт ФИАН №52, 1983.
3. *Блум Э.Д., Фелдман Г.Дж.* УФН, 1983, **139**, 529.
4. *Ono S.* Phys. Rev., 1982, **D26**, 2510.
5. *Ravndal F.* Phys. Lett., 1982, **113B**, 57.

Физический институт
им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
6 мая 1983 г.