Письма в ЖЭТФ, том 38, вып.3, стр. 88 – 91 *10 августа 1983 г.*

ОСОБЕННОСТИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН В ПОЛУОГРАНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

А.П.Шуклин

Обнаружена новая ветвь параметрической неустойчивости полуограниченной плазмы в слабом высокочастотном поле. Она существует в более широком диапазоне частот внешнего поля, чем известная ветвь неустойчивости.

В отличие от параметрического возбуждения плазменных колебаний в безграничной плазме [1], в ограниченной плазме параметрические неустойчивости с участием поверхностных волн реализуются при значительно более высоких значениях пороговой напряженности внешнего поля [2]. Это связано с большим затуханием Ландау высокочастотной (ВЧ) поверхностной волны [3], декремент которого превышает частоту собственных ионно-звуковых поверхностных колебаний. Поэтому параметрическое взаимодействие высокочастотного поля с ограниченной плазмой обусловлено возбуждением квазистатических ВЧ поверхностных и несобственных низкочастотных (НЧ) колебаний [4]. Детальное изучение параметрической неустойчивости ограниченной плазмы, находящейся в переменном электрическом поле, важно как для корректной интерпретации экспериментов [5], так и для выяснения условий использования эффекта, а также особенностей параметрического возбуждения поверхностных волн в полуограниченной неизотермической плазме.

Особенности параметрической неустойчивости ограниченной плазмы связаны с тем, что она может развиваться по двум каналам. Первый канал существенно связан с наличием границы плазмы [4]. Второй канал возникает из-за взаимодействия ВЧ и НЧ волн в неоднородном поле накачки. Доказательство этого и составляет предмет данной работы.

Пусть граница раздела плазма – диэлектрик лежит в плоскости xy. Плазма занимает полупространство $z \geqslant 0$, а диэлектрик – $z < 0$. Будем исходить из уравнений двухжидкостной квазигидродинамики и уравнений Максвелла. Температура электронов T_e значительно превосходит температуру однозарядных ионов T_i, которую без ограничения общности можно положить равной нулю. К границе плазмы приложено переменное электрическое поле $\mathbf{E}_0 = (E_{0x}, 0, 0)$, изменяющееся во времени t с частотой ω_0, близкой к граничной частоте квазистатических поверхностных колебаний $\omega_{pe}(1+\epsilon_d)^{-1/2}$, где ϵ_d – статическая диэлектрическая проницаемость диэлектрика, а ω_{pe} – электронная ленгмюровская частота. Линеаризуя исходную систему уравнений по малым амплитудам возбуждаемых колебаний, получим систему уравнений и граничные условия для амплитуд полей флуктуационных волн в виде:

$$(\Delta_\perp - \kappa^2)\,\mathbf{H}^{(\pm *)} = g_{(\pm)}\,\mathbf{U}^{(\pm *)}, \quad (\Delta_\perp - \kappa_d^2)\,\mathbf{H}_d^{(\pm *)} = 0, \quad \operatorname{div}\mathbf{H}^{(\pm *)} = 0 \qquad (1)$$

$$U_z^{(\pm *)} = k_y \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_0 c} \widetilde{\delta n}^{(+)} E_0^{(*)}, \quad U_y^{(\pm *)} = i \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_0 c} E_0^{(*)} \nabla_\perp \widetilde{\delta n}^{(+)} + i \frac{\omega_0 \omega_{pe}^2}{c^3} \frac{\epsilon_0}{\kappa_0} E_0^{(*)} \widetilde{\delta n}^{(+)}, \quad U_x^{(\pm *)} = 0$$

$$\{\frac{1}{\epsilon} (\nabla_\perp H_y^{(\pm *)} + ik_y H_z^{(\pm *)})\} = i g_{(\pm)} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_0^2 \epsilon_0} \widetilde{\delta n}^{(+)}(0) E_0^*, \quad \{\frac{1}{\epsilon}(\nabla_\perp H_x^{(\pm *)} + ik_x H_z^{(\pm *)})\} =$$

$$= \{H_{y,x}^{(\pm *)}\} = 0, \tag{2}$$

$$(\Delta_\perp - \kappa_s^2) \widetilde{\delta n}^{(+)} = - i \frac{e^2 c^2 \kappa}{2 m_e T_e \omega_0^3 \epsilon_0} (\Delta_\perp - k^2)(H_y^{(+)} E_0^* - H_y^{(- *)} E_0), \tag{3}$$

$$(\Delta_\perp - k^2)\phi^{(+)} = - \frac{m_i}{e} \Omega^2 \widetilde{\delta n}^{(+)}, \quad (\Delta_\perp - k^2)\phi_d^{(+)} = 0 \tag{4}$$

$$\{\phi^{(+)}\} = 0, \quad \nabla_\perp \phi^{(+)}|_{z=+0} = 0 \tag{5}$$

$H^{(\pm *)}$ и $H_d^{(\pm *)}$ – амплитуда магнитного поля ВЧ волн в плазме и диэлектрике. Верхние индексы $(+)$, $(-)$ обозначают волны, распространяющиеся в положительном и отрицательном направлении в плоскости $z = \text{const}$, $(*)$ – комплексное сопряжение. По переменным x, y, t проведено преобразование Фурье. Остальные обозначения: Ω – частота НЧ волны,

$$\kappa^2 = k^2 - \omega_0^2 \epsilon_0/c^2, \quad \kappa_d^2 = k^2 - \omega_0^2 \epsilon_d/c^2, \quad \kappa_0^2 = - \omega_0^2 \epsilon_0/c^2 \quad \kappa_s^2 = k^2 - \Omega^2/c_s^2, \quad g_{(\pm)} = \pm 1$$

$$c_s^2 = T_e/m_i, \qquad \epsilon_0 = 1 - (\omega_{pe}^2/\omega_0^2). \qquad k^2 = k_x^2 + k_y^2, \quad \nabla_\perp = \partial/\partial z, \quad \Delta_\perp = (\nabla_\perp)^2.$$

Фигурные скобки обозначают скачки заключенных в них величин на границе раздела $z = 0$. $\delta n^{(+)} = n_0 \widetilde{\delta n}^{(+)}$ – вариация плотности плазмы в низкочастотной волне, $\phi^{(+)}$ и $\phi_d^{(+)}$ -потенциала в плазме и диэлектрике. Решив уравнения (1), из граничных условий (2) определим поля ВЧ поверхностных волн, выраженные через поле накачки и вариацию плотности $\widetilde{\delta n}^{(+)}$. Подставив затем эти поля в уравнение (3) приводим его к виду :

$$\widetilde{\delta n}^{(+)}(z) + \lambda a(z) \int_0^\infty \widetilde{\delta n}^{(+)}(s) a(s) ds = C_1 \exp(-\kappa_s z), \tag{6}$$

где

$$\lambda = (1 + \epsilon_d)^{1/2} \frac{|E_0|^2}{16 \pi n_0 T_e} \frac{(\kappa_0 + \kappa)^2 - k^2}{(\kappa_0 + \kappa)^2 - \kappa_s^2} k_x^2 \left[\frac{\omega_{pe}}{\delta + \delta_k + \Omega - i\tilde{\gamma}} + \frac{\omega_{pe}}{\delta + \delta_k - \Omega + i\tilde{\gamma}} \right] \frac{1}{k}$$

$$a(z) = \exp[-(\kappa_0 + \kappa) z]$$

$$\delta = \omega_0 - \omega_{pe} (1 + \epsilon_d)^{-1/2}, \quad \delta_k = \frac{\omega_{pe}^3 \epsilon_d^2}{2 k^2 c^2 (1 + \epsilon_d)^{5/2}}, \quad \tilde{\gamma} = \frac{k}{\sqrt{\pi}} \sqrt{T_e/m_e}$$

C_1 – произвольная постоянная. Таким образом, система связанных дифференциальных уравнений второго порядка (1), (3) сведена к одному интегральному уравнению Фредгольма с самосопряженным ядром $a(z)\ a(s)$. Пусть λ не является характеристическим числом однородного интегрального уравнения, соответствующего уравнению (6). Тогда (6) имеет единственное решение при любом значении константы C_1

$$\widetilde{\delta n}^{(+)} = C_1 \left[\exp(-\kappa_s z) - \frac{\lambda a(z)}{\Delta(\kappa_0 + \kappa + \kappa_s)} \right], \; \Delta = 1 + \frac{\lambda}{2(\kappa_0 + \kappa)} \neq 0, \tag{7}$$

Потенциал $\phi^{(+)}$ находим из уравнения (4) с учетом (7)

$$\phi^{(+)} = -\frac{m_i}{e}\Omega^2 C_1 \left[\frac{\exp(-\kappa_s z)}{\kappa_s^2 - k^2} - \frac{\lambda a(z)}{\Delta(\kappa_0 + \kappa + \kappa_s)[(\kappa_0 + \kappa)^2 - k^2]} \right] + C_2 \exp(-kz), \; \phi_d^{(+)} = C_3 \exp(kz).$$

Положим $C_2 = 0$ [1] и подставим $\phi^{(+)}$, $\phi_d^{(+)}$ в граничные условия (5). В результате получается дисперсионное уравнение работы [4]:

$$\frac{\kappa_s(\kappa_0 + \kappa + \kappa_s)}{\kappa_s^2 - k^2} = \lambda \left[(\kappa_0 + \kappa)^2 - k^2\right]^{-1} (\kappa_0 + \kappa)\, \Delta^{-1}. \tag{8}$$

Пусть теперь λ равно характеристическому числу однородного уравнения (6)

$$\lambda = \lambda_* = -2(\kappa_0 + \kappa). \tag{9}$$

Собственные функции ядра $a(z)\,a(s)$, соответствующие характеристическому числу λ_*, имеют вид

$$\widetilde{\delta n}_*^{(+)} = C_4 \lambda_* a(z). \tag{10}$$

Собственные функции (10) неортогональны правой части уравнения (6). Поэтому они являются его решениями лишь при $C_1 = 0$. Пусть $C_1 = 0$. Подставив (10) в уравнение (4), находим потенциал

$$\phi_*^{(+)} = -\frac{m_i}{e}\Omega^2 C_4 \frac{\lambda_* a(z)}{(\kappa_0 + \kappa)^2 - k^2} + C_{2*} \exp(-kz), \; \phi_{d*}^{(+)} = C_{3*} \exp(kz).$$

Граничные условия (5) задают связь между константами C_4 и C_{2*}, C_{3*}. Решения для безразмерной вариации плотности плазмы $\widetilde{\delta n}_*^{(+)}$ и потенциала $\phi_*^{(+)}$ являются несобственными как для плазмы так и для границы плазма – диэлектрик. Поэтому они реализуются только в том случае, если дисперсионное уравнение (9) имеет решения с $\operatorname{Im}\Omega < 0$ (неустойчивость). В противном случае ($\operatorname{Im}\Omega \geqslant 0$) следует положить $C_4 = 0$. Анализ дисперсионных уравнений (8) и (9) показывает, что пороговые напряженности внешнего поля для раскачки неустойчивостей с инкрементами γ_1 и γ_2, найденными соответственно из (8) и (9), совпадают

$$\frac{|E_0|^2}{32\pi n_0 T_e} = \frac{\widetilde{\gamma}}{\omega_{pe}} (1 + \epsilon_d)^{-1/2} \frac{k^2}{k_x^2},$$

а максимальные инкременты $\gamma_{1\,max}$ и $\gamma_{2\,max}$ при большой надпороговости имеют вид

$$\gamma_{1\,max} = (1 + \epsilon_d)^{1/4} |k_{1x}| C_s \left(\frac{\omega_{pe}}{\widetilde{\gamma}}\right)^{1/2} \left(\frac{|E_0|^2}{16\pi n_0 T_e}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{\kappa_0}{k_1}\right)^{1/2}, \; \delta + \delta_{k_1} = -\widetilde{\gamma},$$

---

[1] Условие $C_2 = 0$ необходимо для предельного перехода к дисперсии ионного звука при амплитуде накачки равной нулю.

$$\gamma_{2max} = (1+\epsilon_d)^{1/4} \, |k_{2x}| C_s \left(\frac{\omega_{pe}}{\tilde{\gamma}}\right)^{1/2} \left(\frac{|E_0|^2}{16\pi n_0 T_e}\right)^{1/2} \left(\frac{\kappa_0}{k_2}\right)^{1/2}, \ \delta + \delta_{k_2} = \tilde{\gamma} \ .$$

Уравнения $\delta + \delta_{k_{1,2}} = \mp \tilde{\gamma}$ определяют волновые числа ВЧ поверхностных волн. Взяв $T_e = 1\ ev$, $\epsilon_d = 10$, $(kc/\omega_{pe}) = 2{,}5$, получим, что $\gamma_1 = 1{,}2\,\gamma_2$, т.е. количественное отличие γ_2 от γ_1 невелико. Основное различие двух неустойчивостей состоит в том, что возбуждение поверхностных волн с инкрементом γ_2 возможно как при $\omega_0 \lesssim \omega_{гр}$, так и при $\omega_0 \gtrsim \omega_{гр}$, тогда как неустойчивость с инкрементом γ_1 возможна только в случае $\omega_0 \lesssim$

$\lesssim \omega_{гр} \equiv \omega_{pe} (1+\epsilon_d)^{-1/2}$.

Литература

1. *Силин В.П.* ЖЭТФ, 1965, 48, 1673.
2. *Алиев Ю.М., Ферленги Э.* ЖЭТФ, 1969, 57, 1623.
3. *Романов Ю.А.* Изв. вузов – Радиофизика, 1964, 7, 242.
4. *Алиев Ю.М., Градов О.М., Кирий А.Ю.* ЖЭТФ, 1972, 63, 112.
5. *Сергейчев К.Ф.* ЖЭТФ, 1970, 58, 1158.

Харьковский государственный университет
им. А.М.Горького

Поступила в редакцию
20 апреля 1983 г.