Письма в ЖЭТФ, том 38, вып. 3, стр. 94 – 97 *10 августа 1983 г.*

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ТЕНЗОРА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПРОНИЦАЕМОСТЕЙ (ТДП) ЭЛЕКТРОННОЙ ЖИДКОСТИ МЕТАЛЛОВ

М.И.Каганов, А.Г.Плявенек

Выяснена роль ферми-жидкостного взаимодействия в аналитических свойствах электронного ТДП металлов.

Ферми-жидкостное взаимодействие между электронами, играющее фундаментальную роль в формировании спектра квазичастиц – электронов проводимости металлов, проявляется главным образом в количественных характеристиках металлов. Обнаружено очень мало явлений, в существовании которых ферми-жидкостное взаимодействие играет определяющую роль [1)]. При $\omega\tau \ll 1$ (ω – частота, τ – время релаксации электронов) кинетическое уравнение для функции распределения электронов может быть переформулировано таким обра-

[1)] Среди них – спиновые волны в нормальных (неферромагнитных)металлах (Силин [1]).

зом, что матрица Ландау [2] $f(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$ вовсе не входит в "ответы" для проводимостей [3]. При $\omega\tau >> 1$ матрицу Ландау исключить нельзя, но формулы, учитывающие ферми-жидкостное взаимодействие, отличаются от "газовых", как правило, только численно.

В настоящем сообщении показано, что аналитические свойства компонент ТДП в бесстолкновительном пределе ($kl \to \infty$, $l = v_F\tau$, v_F – скорость фермиевских электронов, k – волновой вектор), при температуре T, равной нулю, качественно изменяются ферми-жидкостным взаимодействием.

В газовом приближении ТДП

$$\epsilon^{(\text{г})}_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} + \frac{8\pi e^2}{(2\pi\hbar)^3\omega} \oint v_\alpha R v_\beta \frac{dS}{v} \equiv \delta_{\alpha\beta} + \frac{4\pi e^2}{\omega} < v_\alpha R v_\beta > , \tag{1}$$

$$\mathbf{v} = \partial\epsilon(\mathbf{p})/\partial\mathbf{p}, \qquad R = (\mathbf{k}\mathbf{v} - \omega - i0)^{-1}.$$

Особенности $\epsilon^{(\text{г})}_{\alpha\beta}$ по k продуцируются кратными нулями знаменателя R. Уравнения

$$w(x, y) \equiv \mathbf{k}\mathbf{v} - \omega; \quad \partial w/\partial x = \partial w/\partial y = 0 \tag{2}$$

определяют точку [2)] $\mathbf{p}_c(x = x_c,\ y = y_c)$ на поверхности Ферми (ПФ) $\epsilon(\mathbf{p}) = \epsilon_F$, по которой идет интегрирование в (1), а также то значение $k = k_c$, при котором компоненты ТДП имеют особенности (ω и $\vec{\kappa} = \mathbf{k}/k$ считаются заданными). Если ПФ – сфера, то $k_c = \omega/v_F$ при любом κ. В случае анизотропных ПФ возможен спектр особенностей (несколько k_c при одном $\vec{\kappa}$), определяемый положительными (при $\omega > 0$) экстремумами $\vec{\kappa}\mathbf{v}$ как функции x, y: $k_c = \omega/(\vec{\kappa}\mathbf{v})_{\text{extr}}$.

При $k = k_c$ компоненты ТДП могут обратиться в бесконечность (если $v^c_\alpha v^c_\beta \neq 0$, $\mathbf{v}^c = \mathbf{v}(\mathbf{p}_c)$, а могут остаться конечными (если $v^c_\alpha v^c_\beta = 0$, тогда особенности имеет $d\epsilon^{(\text{г})}_{\alpha\beta}/dk$). При сферической ПФ продольная компонента $\epsilon_\parallel = (\kappa\hat{\epsilon}\kappa) \sim \ln|\Delta k|$, $\Delta k = k - k_c$, а поперечные $\sim \Delta k \ln|\Delta k|$. При произвольной ПФ $\mathbf{v}^c_\perp \equiv \mathbf{v}_c - (\vec{\kappa}\mathbf{v}_c)\vec{\kappa} \neq 0$, и поперечные компоненты ТДП могут обратиться в бесконечность при $k = k_c$. Правда, надо иметь в виду, что условие электронейтральности перенормирует поперечную часть ТДП

$$<v_\alpha R v_\beta>_\perp = <v_\alpha R v_\beta> - \frac{<v_\alpha R(\vec{\kappa}\mathbf{v})><(\vec{\kappa}\mathbf{v})R v_\beta>}{<(\vec{\kappa}\mathbf{v})R(\vec{\kappa}\mathbf{v})>}. \tag{3}$$

Особые части всех входящих в (3) компонент стремятся к бесконечности одинаково

$$< v_\alpha R v_\beta > \sim v^c_\alpha v^c_\beta <R>, \quad < v_\alpha R(\vec{\kappa}\mathbf{v}) > \sim v^c_\alpha(\vec{\kappa}\mathbf{v}_c) < R >,$$
$$<(\vec{\kappa}\mathbf{v})R(\vec{\kappa}\mathbf{v})> \sim (\vec{\kappa}\mathbf{v}_c)^2 < R >,$$

из-за чего расходящиеся слагаемые в $< \mathbf{v}_\alpha R v_\beta >_\perp$ сокращаются. Характер расходимости $< R >$ определяется локальной структурой ПФ вблизи точки $\mathbf{p}_c$. При случайном направлении $\vec{\kappa}$ $<R> \sim \ln|\Delta k|$, однако практически во всех металлах есть направления, в которых расходимость усиливается ($<R> \infty |k_c/\Delta k|^\alpha$, $0 < \alpha < 1$ и зависит от степени уплощения ПФ в точке $\mathbf{p}_c$).

Покажем, что из-за ферми-жидкостного взаимодействия расходящиеся слагаемые отсутствуют *во всех компонентах* ТДП (условие $kl >> 1$ при $k \sim k_c = \omega/v_F$ означает $\omega\tau >> 1$, т. е. учет ферми-жидкостного взаимодействия в этом случае необходим). Из кинетического уравнения, учитывающего ферми-жидкостное взаимодействие, можно получить [4]:

$$\epsilon^{(\text{ж})}_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} + \frac{4\pi e^2}{\omega} < v_\alpha R(v_\beta - \omega J_\beta) >, \tag{4}$$

---

2) Если ПФ имеет плоские или цилиндрические участки, то уравнения (2) могут определять линию или участок на ПФ. Эти случаи мы не рассматриваем.

а вектор $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{p})$ — решение интегрального уравнения

$$\mathbf{J} + \langle \mathbf{k v}') f(\mathbf{p}, \mathbf{p}') R' \mathbf{J}' \rangle = \langle \mathbf{v}' f(\mathbf{p}, \mathbf{p}') R' \rangle , \qquad (5)$$
$$\mathbf{v}' = \mathbf{v}(\mathbf{p}'), \ \ldots \ .$$

Отсюда $\mathbf{J}_c = \mathbf{v}_c / (\mathbf{k}_c \mathbf{v}_c)$. Но по (2) $\mathbf{k}_c \mathbf{v}_c = \omega$, откуда следует, что $v^c_\beta - \omega J^c_\beta = 0$ и в $\epsilon^{(\text{ж})}_{\alpha\beta}$ отсутствует расходящееся слагаемое.

Выделяя ведущую особенность, можно показать, что в общем случае при $|\Delta k| << k_c$

$$\epsilon^{(\text{ж})}_{\alpha\beta} = A_{\alpha\beta} + \frac{B_{\alpha\beta}}{\langle R \rangle} , \qquad (6)$$

причем $A_{\alpha\beta}$ и $B_{\alpha\beta}$ конечны при $k = k_c$. Их значения мы не выписываем. Отметим только: а) $A_{\alpha\beta}$ и $B_{\alpha\beta}$ определяются всеми электронами на ПФ, а не исключительно окрестностью точки $\mathbf{p}_c$. Если $B_{\alpha\beta} = 0$ (например, для $\hat{\epsilon}_\perp$ в случае сферы), то особенность у $\epsilon^{(\text{ж})}_{\alpha\beta}$ слабее, чем в (6) (для сферы $\sim \Delta k \ln|\Delta k|$). За счет ферми-жидкостного взаимодействия возможно не только ослабление, но и усиление особенности (в случае анизотропной ПФ особая часть $\epsilon^{(\text{г})}_\perp \sim \Delta k \ln |\Delta k|$ при $v^c_\perp = 0$, а особая часть $\epsilon^{(\text{ж})}_\perp \sim \ln^{-1} |\Delta k|$).

Строго говоря, формула (4) справедлива при $\hbar k v_F << T$ и $\hbar\omega << T$. При $T \to 0$ нельзя ограничиться уравнением Больцмана, необходимо квантовое рассмотрение. Выясним, к каким изменениям это приведет, не выходя за рамки газового приближения (на примере функции Линдхарда [5] для $\epsilon_\parallel$). В случае сферической ПФ логарифмическая особенность при $k = k_c$ расщепится на две более слабые $\sim \Delta k_\pm \ln |\Delta k_\pm|$, $\Delta k_\pm = k - k^\pm_c$, $k^\pm_c = k_c(1 \pm \hbar\omega/4\epsilon_F$ Видно, что результаты, полученные выше, справедливы при $|\Delta k| >> k_c \hbar\omega / \epsilon_F$, а максимальное значение, которое может иметь $\langle R \rangle \sim \ln(\epsilon_F / \hbar\omega)$ или $(\epsilon_F / \hbar\omega)^\alpha$ [3]). Квантовое рассмотрение может оказаться необходимым для ПФ сложной формы, если $\vec{\kappa} \approx \vec{\kappa}_c$ (при $\vec{\kappa} = \vec{\kappa}_c$ "поясок" $\vec{\kappa}_c \mathbf{v} = 0$ имеет точку самопересечения или у него зарождается (исчезает) петля [6]) и $(\vec{\kappa}\mathbf{v})_{\text{extr}} << v_F$, а $k_c << \omega / v_F$.

Рассмотренные особенности ТДП, как правило, не находятся на "массовой поверхности", определяемой дисперсионным уравнением, но, во-первых, сама "массовая поверхность" (решение дисперсионного уравнения) существенно зависит от аналитических свойств ТДП [4]; а, во-вторых, есть эффекты, непосредственно зависящие от характера особенностей компонент ТДП. Отметим три из них.

а) Динамическая экранировка (высокочастотные фриделевские осцилляции) определятся особенностями компонент ТДП по k при фиксированных $\vec{\kappa}$ и ω [8].

б) При возбуждении в металле электромагнитной волны зависимость неэкспоненциально затухающего поля (при $l \to \infty$) от расстояния от поверхности определяется особенностями ТДП, причем, чем особенность разче, тем затухание слабее [9].

в) В [10] показано, что по зависимости от частоты эффективного поперечника рассеяния света электронами металла можно "востановить" структуру ПФ. Особенности ТДП служат реперными точками в процедуре восстановления.

Пользуемся случаем поблагодарить Л.П.Питаевского за обсуждение полученных результатов.

Литература

1. *Силин В.П.* ЖЭТФ, 1958, **35**, 1243.
2. *Ландау Л.Д.* ЖЭТФ, 1956, **30**, 1058.
3. *Лифшиц И.М. Азбель М.Я. Каганов М.И.* Электронная теория металлов. М.: Наука, 1971, § 23.

---

[3]) Если $T >> \hbar\omega$, $\hbar/\tau$, то $\langle R \rangle \infty \ln(\epsilon_F / T)$, или $(\epsilon_F / T)^\alpha$.

[4]) Аналитические свойства функции Линдхарда Исследованы сравнительно недавно [7].

4. *Силин В.П.* ЖЭТФ, 1957, **33**, 495; см. также *Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* **Физическая кинетика. М.:** Наука, 1979, § 74.
5. *Lindhard J.*, Kgl Danshe Videnshab Selskab Maf. – Fys. Medd. 1954, **28**, №8.
6. *Аванесян Г.Т., Каганов М.И., Лисовская Т.Ю.* ЖЭТФ, 1978, **75**, 1786.
7. *Persson B.N.J.* J. Phys. C, 1980, **13**, 435; *Catandella V., Ramaglia V., Zuccelli G.P.* Phys. Lett., 1982, **92A**, 359.
8. *Apell P.* Phys. scr., 1981, **23**, 284.
9. *Ивановски Г.И., Каганов М.И.* ЖЭТФ, 1982, **83**, 2320.
10. *Ипатова И.П., Каганов М.И., Субашиев А.В.* ЖЭТФ, 1983, **84**, 1830.

Московский
государственный университет
им. М.В.Ломоносова

Поступила в редакцию
6 июня 1983 г.

Институт физических проблем
Академии наук СССР