Письма в ЖЭТФ, том 38, вып. 3, стр. 114 – 117 *10 августа 1983 г.*

О ЦИКЛОТРОННОМ ИЗЛУЧЕНИИ ПЛОТНОЙ ПЛАЗМЫ

А.В.Тимофеев

Отмечено, что циклотронное излучение высокотемпературной плазмы определяется релятивистским "хвостом" функции распределения электронов по энергиям, т. е. по существу является синхротронным. Показано, что эффект депрессии синхротронного излучения может существенно уменьшить излучение плазмы, если ее плотность достаточно велика.

1. В [1] было показано, что магнитотормозное излучение релятивистских частиц (синхротронное излучение) резко ослабляется, если они движутся не в вакууме, а в плазме достаточно высокой плотности. Это явление хорошо известно в астрофизике, где оно называется депрессией синхротронного излучения, см., например, [2]. В настоящем сообщении найдено, что эффект депрессии может существенно (в несколько раз) уменьшить излучение высокотемпературной плазмы ($T \gtrsim 25$ кэВ).

2. В соответствии с законом Кирхгофа плотность потока излучения плазмы $(dI/d\omega)d\Omega$ слабо отличается от равновесной – рэлей-джинсовской, если коэффициент поглощения излучения, падающего на плазму – $\eta(\omega, \Omega)$, близок к единице. Для плазмы с параметрами $L \gg 1$ м, $T \gg 25$ кэВ имеем $\eta(\omega, \Omega) \approx 1$ при $\omega \lesssim \omega^* \sim 10\omega_e$ и $\eta(\omega, \Omega) \ll 1$ при $\omega \gtrsim \omega^*$. Здесь ω^* – так называемая высвечиваемая частота. Соответственно полное излучение плазмы приближенно дается выражением

$$I = \omega^{*3} T/12\pi^2 c^2 \ .$$

Здесь учтены колебания одной поляризации (необыкновенные), уносящие основную долю энергии из плазмы. В [3] показано, что точность расчета излучения получается неплохой, если частоту ω^* определять из равенства

$$2\kappa(\omega^*, \quad \theta = \pi/2) L = 1, \tag{1}$$

где κ – коэффициент пространственного затухания, $\theta = \widehat{\mathbf{k}\mathbf{B}_0}$. Для слоя плазмы толщиной L имеем $\eta = 1 - \exp(-2\kappa L)$.

Найдем $\kappa(\omega, \theta = \pi/2)$ с учетом эффекта депрессии. При вычислении κ используем соотношение Эйнштейна между излучательной и поглощательной способностями плазмы, которое в классическом пределе $(\hbar\omega \ll T)$ принимает вид, см., например, [4] :

$$\kappa = -\frac{4\pi^3 c^2}{\omega^2} \int d\mathbf{p} \frac{dj}{d\omega d\Omega} \frac{df_0}{d\epsilon} \ , \tag{2}$$

где $(dj/d\omega)d\Omega$ – излучательная способность отдельного электрона.

Синхротронное излучение "формируется" за время $\Delta t \ll \omega_e^{-1}$. Поэтому его удобно рассчитывать как тормозное, возникающее при "столкновении" электрона с магнитным полем, см., например, [5, 6] :

$$\frac{dj}{d\omega\, d\Omega} = \frac{e^2 \omega\, \omega_e}{(2\pi)^3 c^2} |\mathbf{J}|^2,$$

$$\mathbf{J} = \int_{-\infty}^{\infty} dt\, \mathbf{v}(t) \exp(i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r}(t)). \tag{3}$$

Здесь время отсчитывается от момента, в который $\mathbf{v}(t) \parallel \mathbf{k}$.

Для необыкновенных колебаний, распространяющихся поперек магнитного поля

$$J \approx v_\perp \omega_e \int_{-\infty}^{\infty} dt\, t \exp(i\Phi(t), \tag{4}$$

где $\Phi(t) = \omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}(t) \approx (\omega - kv_\perp)t + \frac{1}{3!}k\rho_e(\omega_e t)^3 - \frac{1}{5!}k\rho_e(\omega_e t)^5$, $\rho_e = \frac{p_\perp}{m_e\omega_{e0}}$. Предположим, что из всего максвелловского распределения по скоростям определяющий вклад в излучение дают электроны, скорость которых близка к скорости света $v \approx \approx c\left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{m_e c}{p}\right)^2 + \frac{3}{8}\left(\frac{m_e c}{p}\right)^4\right)$, а питч-угол $\chi = \operatorname{arc\,tg}\frac{v_\perp}{v_\parallel}$ близок к $\theta = \pi/2$. Будем считать также, что плотность плазмы не слишком высока ($\omega_{pe} \ll \omega$), при этом $\kappa \approx \approx \frac{\omega}{c}\left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\omega_{pe}}{\omega}\right)^2\right)$. При этих предположениях получаем

$$\Phi \approx \frac{1}{2}\omega t\left(\left(\frac{m_e c}{p}\right)^2 - \frac{3}{4}\left(\frac{m_e c}{p}\right)^4 + \left(\chi - \frac{\pi}{2}\right)^2 + \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega}\right)^2\right) +$$

$$+ \frac{1}{6}\omega\,\omega_{e0}^2 t^3\left(\frac{m_e c}{p}\right)^2\left(1 - \frac{3}{2}\left(\frac{m_e c}{p}\right)^2\right) - \frac{1}{5!}\omega\,\omega_{e0}^4 t^5\left(\frac{m_e c}{p}\right)^4. \tag{5}$$

Здесь использовано соотношение

$$\omega_e \approx \omega_{e0}\frac{m_e c}{p}\left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{m_e c}{p}\right)^2\right),$$

где $\omega_{e0} = eB_0/m_e c$. Интеграл по dt в (4) вычисляется методом перевала

$$J \approx i\frac{(2\pi)^{1/2}c}{\omega\,\omega_{e0}}\exp\left(-\frac{1}{3}\frac{\omega}{\omega_{e0}}\left(\frac{m_e c}{p}\right)^2\left(1 + \frac{3}{5}\left(\frac{m_e c}{p}\right)^2\right) - \frac{\omega}{2\omega_{e0}}\left(\chi - \frac{\pi}{2}\right)^2 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega\,\omega_{e0}}\right).$$

Подставляя последнее выражение в (3) и (2) и используя метод перевала также для интегрирования по $d\epsilon$ и $d\chi$, получаем

$$\kappa \approx \frac{\pi^{1/2}\mu^{3/2}\omega_{pe}^2}{3c\,\omega_{e0}}\exp\left(-\left(\frac{9}{2}\frac{\omega}{\omega_{e0}}\mu^2\right)^{1/3} + \mu - \frac{1}{10}\left(\frac{9}{20}\mu^2\sqrt{\frac{\omega_{e0}}{\omega}}\right)^{2/3} - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega\,\omega_{e0}}\right). \tag{6}$$

Здесь $\mu = \frac{m_e c^2}{T} \gg 1$. Точка перевала расположена при $p \approx \left(\frac{4}{3}\frac{\omega}{\omega_{e0}}m_e^2 cT\right)^{1/3} - \frac{1}{10} \times \times \left(\frac{3}{4}\frac{\omega_{e0}}{\omega T}\right)^{1/3} m_e^{4/3}c^{5/3}$. Выражение (6) отличается от полученного в [7] последним слагаемым в показателе экспоненты, которое и учитывает эффект депрессии. Соответствие (6) результату работы [7] показывает, что предположение об определяющей роли высокоэнергичных электронов в излучении было правильным.

3. Используем (6) для определения максимальной высвечиваемой частоты. В условие (1) входят безразмерные величины $\Lambda = \omega_{pe}^2 L/\omega_{e0}c$, $\mu = m_e c^2/T$, $q_e = (\omega_{pe}/\omega_{e0})^2$, $n = \omega/\omega_{e0}$. Представим $n^* = \omega^*/\omega_{e0}$ в функции от $\beta_e BL$ (Гс·см) $= \frac{20}{3}\Lambda T$ (кэВ), рассматривая μ, q_e как параметры. При $q_e = 0$ из (1) получаем результаты [3, 7–9]. (Неточность расчета не превышает неточности аппроксимационных формул, полученных в [9]). При $q_e = 10$ эффект депрессии может уменьшить излучение в несколько раз, см. рис. 1. Влияние этого эффекта резко возрастает при увеличении плотности плазмы, см. рис. 2.

Рис. 1 и рис. 2 показывают, что эффект депрессии может значительно уменьшить циклотронное излучение при $q_e = \beta_e\frac{m_e c^2}{2T_e} \gtrsim 10$. Циклотронное излучение играет существенную роль в энергобалансе высокотемпературной плазмы ($T_e \gtrsim 25$ кэВ). В этом случае условие $q_e \gtrsim 10$ может быть выполнено лишь при достаточно высоком давлении плазмы $\beta_e = 8\pi n_0 T_e/B^2 \gtrsim 1$. Такое соотношение параметров характерно для так называемых компактных торов.

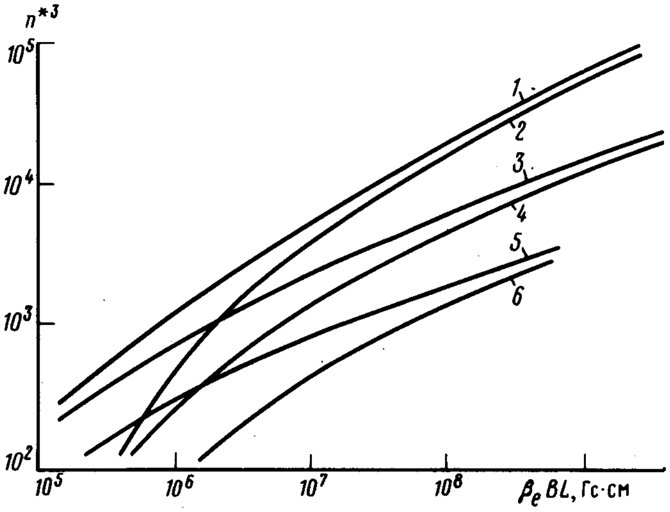

Рис. 1. Зависимость номера максимальной высвечиваемой гармоники от $\beta_e BL$ при различных значениях плотности плазмы и температуры. Кривая *1* – $T = 100$ кэВ, $q_e = 0$; *2* – $T = 100$ кэВ, $q_e = 10$; *3* – $T = 50$ кэВ, $q_e = 0$; *4* – $T = 50$ кэВ $q_e = 10$; *5* – $T = 25$ кэВ, $q_e = 0$; *6* – $T = 25$ кэВ, $q_e = 10$

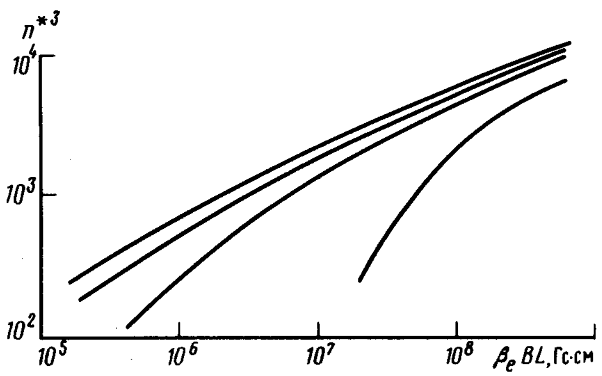

Рис. 2. То же, что на рис. 1 при $T = 50$ кэВ и различных значениях плотности плазмы. Кривая *1* – $q_e = 0$; *2* – $q_e = 3$; *3* – $q_e = 10$; *4* – $q_e = 30$

В ряде систем (бампи-торы, модифицированные амбиполярные ловушки и т. д.) электронная компонента плазмы состоит из двух частей – основной с температурой $T_e \ll m_e c^2$ и небольшой группы высокоэнергичных электронов с $\epsilon \gtrsim m_e c^2$. В таких системах эффект депрессии будет существенно снижать синхротронное излучение высокоэнергичных электронов при $\omega_{pe} \gtrsim \omega_{e0}\, \epsilon/m_e c^2$, где ω_{pe} – ленгмюровская частота "холодных" электронов, см.,[1] а также [2,5]. (Это условие легко получить, анализируя состояние фазового резонанса между высокоэнергичными электронами и электромагнитными колебаниями, характеризуемое фазой (5)). Например, в условиях эксперимента[10] величина q_e для депрессии синхротронного излучения должна быть увеличина примерно в десять раз.

Литература

1. *Цытович В.Н.* Вестник МГУ, 1951, №11, 27.
2. *Железняков В.В.* Электромагнитные волны в космической плазме. М.: Наука, 1977.
3. *Трубников Б.А., Бажанова А.Е.* Сб. Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций. Под. ред. М.А.Леонтовича. Изд. АН СССР, 1958, 3, 121.
4. *Бекефи Дж.* Радиационные процессы в плазме. М.: Мир, 1971.
5. *Тимофеев А.В.* О механизме синхротронного излучения. М.: Препринт ИАЭ-3599, 1982.

6. *Джексон Дж.* Классическая электродинамика. М.: Мир, 1965.

7. *Трубников Б.А.* Сб. Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций. Под ред. М.А.Леонтовича. Изд. АН СССР, 1958, 3, 104.

8. *Drummond W.E., Rosenbluth M.N.* Phys. Fluids, 1963, **6**, 276.

9. *Трубников Б.А.* Сб. Вопросы теории плазмы. Под ред. М.А.Леонтовича. М.: Атомиздат, 1973, вып. 7, 274.

10. Proceedings of the workshop EBT ring physics, Editor N.A.Uckan, Oak Ridge, 1979.

Поступила в редакцию
16 мая 1983 г.