Письма в ЖЭТФ, том 38, вып. 3, стр. 117 – 119 *10 августа 1983 г.*

ЛЕНГМЮРОВСКИЕ СОЛИТОНЫ В НЕСТАЦИОНАРНОЙ НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ

А.И.Ломтев

Исследовано явление генерации звука ускоренно движущимся под действием зависящей от времени потенциальной силы ленгмюровским солитоном в плазме с нестационарным и неоднородным распределением плотности.

Одним из наиболее изучаемых объектов нелинейной динамики плазмы является солитон, играющий фундаментальное значение в понимании физической природы ленгмюровской турбулентности с высокой плотностью энергии $W > (kv_T/\omega_p)^2 nT$ [1], ω_p, v_T – плазменная частота и тепловая скорость электронов, $n(x, t)$ – текущее значение плотности, $T = T_e + T_i$, k – ширина спектра. В работах [2,3] рассмотрены критерии существования солитона и механизм излучения ионно-звуковых волн ленгмюровским солитоном, ускорение которого обусловлено неоднородным распределением плотности в плазме. В экспериментах, как правило, плазма может находиться под воздействием модулированных пучков заряженных частиц или проникающих в нее внешних переменных полей, облучаться электромагнитными волнами. При этом малые низкочастотные отклонения $\eta(x,t)$ плотности от равновесной n_0 приводят к нестационарной неоднородной ситуации, когда учет нестационарности плотности плазмы наряду с ее неоднородностью существенным образом видоизменяет как закон движения солитона, так и картину излучения звука, описание которых, согласно Захарову [4], проведем в терминах временной огибающей E электрического поля высокочастотных ленгмюровских колебаний $E_L = {}^1\!/_2\,[E(x, t)\exp(-i\omega_p t) + \text{к.с.}]$ и низкочастотной вариации плотности δn, подчиняющихся системе уравнений

$$2i\omega_p \partial E/\partial t + 3v_T^2\, \partial^2 E/\partial x^2 = (\omega_p^2/n_0)(\delta n + \eta)E, \tag{1}$$

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial t^2} - n_0 v_s^2 \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{1}{n_0 + \eta + \delta n}\,\frac{\partial}{\partial x}\right]\right\}(\delta n + \eta) = \frac{1}{16\pi M n_0}\,\frac{\partial}{\partial x}(n_0 + \eta)\frac{\partial |E|^2}{\partial x}\ , \tag{2}$$

где v_s – скорость ионного звука. Предположения малости, во-первых, скорости дрейфа плазмы под влиянием неоднородности по сравнению с v_s и скоростью солитона, и, во-вторых, пространственно-временной неоднородности $\eta(x, t) \sim \delta n \ll n_0$ и ее производных позволяют значительно упростить исходные уравнения, которые в безразмерных переменных приобретают вид

$$2i\partial E/\partial t + \partial^2 E/\partial x^2 - (\eta + \delta n)E = 0, \tag{3}$$

$$\square(t,x)(\eta+\delta n)=\partial^2|E|^2/\partial x^2\,,\qquad \square(t,x)\equiv\partial^2/\partial t^2-\partial^2/\partial x^2\,. \tag{4}$$

Вводя действительные автомодельную амплитуду $\mathcal{E}(x-\bar{x}(t))$ и фазу $\varphi(x,t)$, ищем решения системы уравнений (3), (4) в виде

$$E(x,t)=\mathcal{E}(x-\bar{x}(t))\exp i\varphi(x,t), \tag{5}$$

$$\delta n(x,t)=-\mathcal{E}^2(x-\bar{x}(t))/(1-\dot{\bar{x}}^2)+N(x,t), \tag{6}$$

где $\dot{\bar{x}}=d\bar{x}(t)/dt$ – скорость перемещения центра локализации ленгмюровских колебаний, $N(x,t)$ – возмущение плотности ионным звуком вне солитона. В дальнейшем будем предполагать выполненными неравенства $\dot{\bar{x}}\ll v_s$ и $\ddot{\bar{x}}\ll v_s/\Delta l$, позволяющие пренебречь обратным влиянием поля излучения на солитон и считать $N\ll\mathcal{E}^2$.

Подставляя (5), (6) в систему уравнений (3), (4), получаем уравнения

$$\partial^2\mathcal{E}/\partial x^2-[2\dot{\varphi}+(\partial\varphi/\partial x)^2+\eta(x,t)]\mathcal{E}-\delta n\mathcal{E}=0\,, \tag{7}$$

$$\partial\mathcal{E}^2/\partial t+\frac{\partial}{\partial x}(\mathcal{E}^2\partial\varphi/\partial x)=0, \tag{8}$$

$$\square(t,x)N(x,t)=-\ddot{\bar{x}}\,\partial\mathcal{E}^2/\partial x-\square(t,x)\eta(x,t), \tag{9}$$

последнее из которых содержит как источник звука, обусловленный ускорением солитона, так и источник, связанный с внешним фактором неоднородности и нестационарности.

Представляя $\varphi(x,t)=x\dot{\bar{x}}+f(t)$ и применяя метод исключения $f(t)$ [3], а также предполагая малость изменения $\eta(x,t)$ на ширине области локализации, относительно $\mathcal{E}$ получаем уравнение

$$\frac{\partial^2\mathcal{E}}{\partial x^2}-\Big\{\mathcal{E}_0^2/2+[2\ddot{\bar{x}}+\partial\eta/\partial x|_{\bar{x}}](x-\bar{x})+1/2\,\partial^2\eta/\partial x^2|_{\bar{x}}(x-\bar{x})^2+$$

$$+\mathcal{E}_0^{-2}\int_{-\infty}^{\bar{x}}dz\,[2\ddot{\bar{x}}+\partial\eta/\partial z|_{\bar{x}}+\partial^2\eta/\partial z^2|_{\bar{x}}(z-\bar{x})]\,\mathcal{E}^2(z,t)\Big\}\mathcal{E}+\mathcal{E}^3=0, \tag{10}$$

имеющее при выполнении условий

$$\mathcal{E}_0^2\gg\partial^2\eta/\partial x^2|_{\bar{x}}(x-\bar{x})^2\,;\qquad 2\mathcal{E}_0^{-2}\partial^2\eta/\partial x^2|_{\bar{x}}\int_{-\infty}^{\bar{x}}dz\,(z-\bar{x})\,\mathcal{E}^2(z,t) \tag{11}$$

своим решением ленгмюровский солитон

$$\mathcal{E}(x-\bar{x}(t))+\mathcal{E}_0\,\mathrm{ch}^{-1}[(x-\bar{x}(t))/\Delta l]\,,\qquad \Delta l=2^{1/2}/\mathcal{E}_0 \tag{12}$$

динамика центра локализации которого подчиняется закону

$$\ddot{\bar{x}}(t)=-1/2\,\partial\eta(x,t)/\partial x|_{\bar{x}}\,. \tag{13}$$

В нестационарном случае сила, действующая на солитон, согласно (13) явно зависит от времени, что коренным образом сказывается на его динамике и позволяет рассматривать переходные и релаксационные процессы включения (выключения) внешнего фактора. Претерпевает изменение также и распределение плотности в поле излучения ионного звука $N(x,t)=N_1(x,t)+N_2(x,t)$, где $N_{1,2}$ соответствуют двум, различным по природе, источникам в уравнении (9).

Предполагая выполненными для $N(x, t)$ нулевые начальные условия и неравенства $\bar{x} \ll 1$, $x\,\overline{\Delta l} \ll \ddot{\bar{x}}$, для $N_1(x, t)$ получим общее выражение

$$N_1(x, t) = 2^{-1/2}\, \&_0 \left\{ \ddot{\bar{x}}(t - x + \bar{x}(t)) \left[\operatorname{th}\frac{x - \bar{x}(t)}{\Delta l} - \operatorname{th}\frac{x - \bar{x}(0) - t}{\Delta l} \right] + \right.$$

$$\left. + \; \ddot{\bar{x}}(t + x - \bar{x}(t)) \left[\operatorname{th}\frac{x - \bar{x}(t)}{\Delta l} - \operatorname{th}\frac{x - \bar{x}(0) + t}{\Delta l} \right] \right\}, \qquad (14)$$

в которое для различных профилей неоднородности и нестационарности $\eta(x, t)$ необходимо подставить решение уравнения (13), в то время как явное выражение для $N_2(x, t)$ рассчитывается для каждого $\eta(x, t)$ по формуле

$$N_2(x, t) = -\frac{1}{2}\int_0^t dt' \int_{x-t+t'}^{x+t-t'} dz\, \square(t', z)\, \eta(z, t'). \qquad (15)$$

Рассмотрим несколько примеров линейного и квадратичного по координате x профилей неоднородности, зависящих явно от времени.

1) При гармонической модуляции неоднородности $\eta(x, t) = 2\alpha x \cos\beta t\,\theta(t)$ солитон движется по траектории $\bar{x}(t) = x_0 + V_0 t + (\alpha/\beta^2)(1 - \cos\beta t)$, где здесь и ниже $x_0 = \bar{x}(0)$, $V_0 = \dot{\bar{x}}(0)$, а $N_2(x, t) = 2\alpha x(1 - \cos\beta t)$.

2) Для переходного процесса от однородной плазмы к неоднородной, когда $\eta(x, t) = 2\alpha x(1 - e^{-\gamma t})$, координата центра солитона изменяется по закону $\bar{x}(t) = x_0 - (\alpha/\gamma^2) \times (1 - e^{-\gamma t}) + (V_0 + \alpha/\gamma)\, t - \alpha t^2/2$, откуда следует, что при $t \gg \gamma^{-1}$ движение является равнопеременным. В этом случае $N_2(x, t) = 2\alpha x(\gamma t + e^{-\gamma t} - 1)$.

3) Переходной процесс от неоднородной плазмы к однородной характеризуется $\eta(x, t) = 2\alpha x e^{-\gamma t}\theta(t)$, когда $\bar{x}(t) = x_0 + (V_0 - \alpha/\gamma)t + (\alpha/\gamma^2)(1 - e^{-\gamma t})$ и при $t \gg \gamma^{-1}$ солитон выходит на стационарный режим. Поле излученного звука имеет следующий вид:

$$N_2(x, t) = -2\alpha x(\gamma t + e^{-\gamma t} - 1).$$

4) Если профиль неоднородности квадратичен $\eta(x, t) = -\alpha^2 x^2 \theta(t)(\sin^2\alpha t + \cos\alpha t)$, то солитон совершает осцилляции с периодом $T = 2\pi/\alpha$ между значениями $x_0 \leqslant \bar{x}(t) \leqslant x_0 e^2$ согласно закону $\bar{x}(t) = x_0 \exp[2\sin^2(\alpha t/2)]$, причем $V_0 = 0$. При этом

$$N_2(x, t) = \alpha^2 x^2 [\cos\alpha t - (\cos 2\alpha t + 1)/2] + 2\alpha^3 t^3(\sin 2\alpha t - \sin\alpha t) - \alpha^2 t^2 (2\cos\alpha t - \cos 2\alpha t).$$

Проведенное исследование может быть полезным при рассмотрении лазерного нагрева мишеней, а также при оценке степени нестационарности и неоднородности плотности плазмы во внешних переменных полях путем изучения динамики ленгмюровских солитонов и спектрального состава излученного ими ионного звука.

Автор искренне признателен Ю.М.Иванченко и участникам руководимого им семинара за критические замечания, А.А.Боргардту за внимание и поддержку.

Литература

1. *Рудаков Л.И.* ДАН СССР, 1972, **207**, 821.
2. *Чукбар К.В., Яньков В.В.* Физика плазмы, 1977, **3**, 1398.
3. *Коу П.К., Цинцадзе Н.Л., Цхакая Д.Д.* ЖЭТФ, 1982, **82**, 1449.
4. *Захаров В.Е.* ЖЭТФ, 1972, **62**, 1745.

Донецкий
физико-технический институт
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
19 мая 1983 г.