

ВЗАИМОСВЯЗЬ КОМПОНЕНТОВ ТЕНЗОРА МАГНИТОСОПРОТИВЛЕНИЯ В УСЛОВИЯХ КВАНТОВОГО ЭФФЕКТА ХОЛЛА

В.М.Пудалов, С.Г.Семенчинский

Экспериментально обнаружена линейная связь между девиацией холловского сопротивления $\delta\rho_{xy}$ и удельным сопротивлением ρ_{xx} в области крыльев плато квантованного холловского сопротивления в Si-структурах МДП: $|\delta\rho_{xy}| = (0,3 \div 0,4) \rho_{xx}$. Эта связь свидетельствует о том, что доминирующей причиной возрастания ρ_{xx} и $|\delta\rho_{xy}|$ в области крыльев плато, является не появление конечной диссипации энергии, а изменении концентрации подвижных носителей. Последний вывод позволяет теоретически описывать наблюдаемые в эксперименте явления.

Все предложенные для объяснения квантового эффекта Холла ^{1, 2} теоретические модели одинаково хорошо объясняют результаты экспериментов в "нулевом приближении": квантование холловской компоненты тензора удельного сопротивления

$$\rho_{xy} = h/Ne^2 \quad (1)$$

и исчезновение диагональной компоненты

$$\rho_{xx} \rightarrow 0 \quad \text{при } T \rightarrow 0. \quad (2)$$

Индивидуальные различия теоретических моделей проявляются в следующем приближении; например, при оценке величины возможных поправок $\delta\rho_{xy}$ к идеальному значению ρ_{xy} (1). Поэтому экспериментальное изучение величины поправок $\delta\rho_{xy}$ позволяет сделать выбор в пользу той или иной теоретической модели.

Естественно при этом искать поправки $\delta\rho_{xy}$ в виде разложения по степеням малого параметра (ρ_{xx}/ρ_{xy}):

$$\delta\rho_{xy}/\rho_{xy} = \alpha_0 + \alpha_1(\rho_{xx}/\rho_{xy}) + \alpha_2(\rho_{xx}/\rho_{xy})^2 + \dots \quad (3)$$

В ряде работ ^{3, 4} предполагалось существование линейной связи; в работе Лафлина ⁵ отмечалось, что поправки $\delta\rho_{xy}$ связаны только с диссипацией энергии в 2М-слое и поэтому квадратичны по ρ_{xx} ; в работах ^{6, 7} допускалось существование нулевого члена разложения (3): $\alpha_0 \sim (a_H/\mathcal{L})$, где \mathcal{L} – характерный размер образца, $a_H = (c\hbar/eH)^{1/2}$ – магнитная длина. Последнее допущение представляется нам наименее правдоподобным, поскольку $a_H/\mathcal{L} \sim (1 \div 5) \cdot 10^{-5}$, в то время как из эксперимента ⁸ следует оценка $(\delta\rho_{xy}/\rho_{xy}) \lesssim 10^{-7}$.

Эксперимент. Исследовалась область концентраций носителей, соответствующая крыльям плато ρ_{xy} , где $\nu(\mathcal{E}_F)$ отлична от нуля и состояние образца можно считать однородным ⁹ ($\nu(\mathcal{E}_F)$ – энергетическая плотность состояний на уровне Ферми). В эксперименте использовались Si-структуры МДП с n -каналом и ориентацией поверхности (100); подвижность в нулевом магнитном поле составляла в максимуме $\sim 1,6 \cdot 10^4$ см²/В·с при $T = 4,2$ К. На рис. 1, а изображены зависимости ρ_{xx} и $|\delta\rho_{xy}|$ от напряжения на затворе V_3 , измеренные при $T = 0,4$ К в поле $H = 80$ кЭ.

На рис. 1 видно, что в интервале отклонений от середины плато $3\% < N | V_3 - {}^\circ V_3 | / {}^\circ V_3 \leq 12\%$, т. е. при $|\delta\rho_{xy}/\rho_{xy}| \approx 10^{-3} \div 10^{-5}$ существует линейная связь (рис. 1):

$$\delta\rho_{xy}/\rho_{xy} = \alpha_1(\rho_{xx}/\rho_{xy}) \text{sign}({}^\circ V_3 - V_3). \quad (4)$$

Чтобы сравнить экспериментальные данные, измеренные при разных токах, необходимо нормировать ширину плато ρ_{xy} и минимумов ρ_{xx} по оси V_3 . Для этого мы воспользовались эмпирической формулой, описывающей зависимость ширины плато от тока и тем-

пературы по измерениям ⁹ при $H = 80$ кЭ

$$\Delta V_{\text{плато}} = A(J^c - J_x)/(T^c - T) + B \log \delta + C, \quad (5)$$

где $A = 10$ мВ/(мкА·К), $J^c \approx 15,3$ мкА, $T^c \approx 2,5$ К, $B \approx 115$ мВ, $C \approx 480$ мВ, $\delta = |\delta \rho_{xy} / \rho_{xy}|$. Согласно (5) $\Delta V_{\text{плато}}(0,9 \text{ мкА}) - \Delta V_{\text{плато}}(9 \text{ мкА}) = 20$ мВ; на половину этой величины сдвинуты к центру рис. 1, б экспериментальные точки ρ_{xx} и $\delta \rho_{xy}$, измеренные при токе 0,9 мкА и температуре 2,36 К. Таким образом из рис. 1, а, б следует, что коэффициент $\alpha_1 \approx 0,3 \div 0,4$ в эмпирической зависимости (4) не зависит ни от температуры (в области $T = 0,4 \div 2,4$ К), ни от тока (в области $J_x = 0,9 \div 9$ мкА).

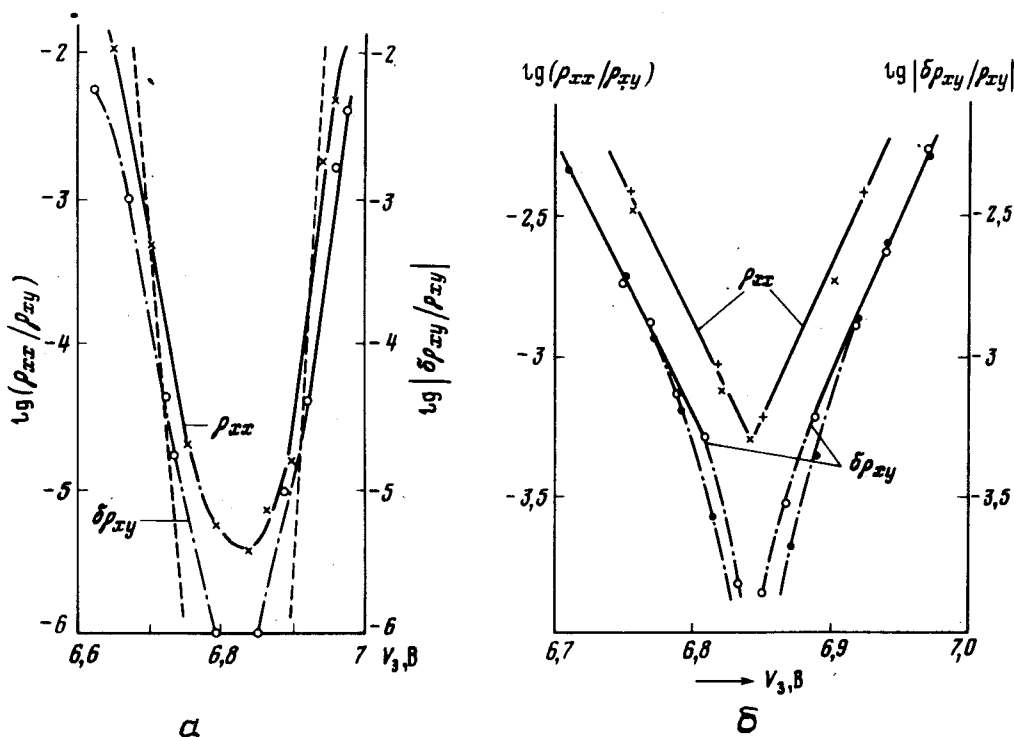


Рис. 1. Модуль отклонения холловского сопротивления $|\delta \rho_{xy}| = |\rho_{xy} - h/Ne^2|$ и удельное сопротивление ρ_{xx} в области крыльев плато ($N = 4, H = 80$ кЭ): а — при $T = 0,45$ К, $J_x = 9$ мкА; б — при $T = 2,36$ К, $J_x = 9$ мкА (● и ×); при $J_x = 0,9$ мкА (○ и +) с нормированной шириной по формуле (5)

Пунктиром на рис. 1, для сравнения изображена квадратичная зависимость $\omega(\rho_{xx})^2$. Отметим также, что поправка геометрического характера $\beta_1(\rho_{xx} / \rho_{xy}) = 10^{-2}(\rho_{xx} / \rho_{xy})$, возникающая из-за отличия холловского угла от $\pi/2$ вследствие концевых эффектов ¹⁰, во-первых, на 1,5 порядка меньше измеренного значения α_1 в формуле (4), а во-вторых, симметрична относительно середины плато; следовательно она не оказывает влияния на результат (4). При больших отклонениях $|\delta \rho_{xy} / \rho_{xy}| > 10^{-2}$ линейная связь (4) пропадает. Этого и следовало ожидать, поскольку отношение ρ_{xx} / ρ_{xy} перестает быть малым параметром в (1) и $\rho_{xx}(V_3)$ стремится к значению ρ_{xx}^{max} .

Причину линейной связи (4) проанализируем с помощью соотношений для двумерных тензоров. Допустим, что возникли малая девиация $\delta \sigma_{xy} = \sigma_{xy} - Ne^2 / h \ll \sigma_{xy}$, а также

отличные от нуля значения $\sigma_{xx} \ll \sigma_{xy}$ и $\rho_{xx} \ll \rho_{xy}$ (σ_{lm} — тензор проводимости). Тогда

$$\rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} \approx \sigma_{xy}^{-1} \left[1 - \frac{\delta \sigma_{xy}}{\sigma_{xy}} - \left(\frac{\rho_{xx}}{\rho_{xy}} \right)^2 \right], \quad (5)$$

Отсюда видно, что появление конечной диссипации ($\rho_{xx} \neq 0$) при $\delta \sigma_{xy} = 0$ привело бы к квадратичной связи между $\delta \rho_{xy}$ и ρ_{xx} . Следовательно, причина линейной связи (4), наблюдаемой в эксперименте — изменение холловской компоненты σ_{xy} .

Иными словами, основным механизмом возрастания $|\delta \rho_{xy}|$ и ρ_{xx} в области крыльев плато является не диссипация энергии в двумерном слое, а изменение концентрации подвижных носителей, переносящих ток $\delta n_{\text{подв}}/n_H = -(\delta \rho_{xy}/\rho_{xy}) \approx \sigma_{xx} \approx \rho_{xx}$ (здесь $n_H = 1/2\pi a^2_H$ — плотность состояний на двумерном уровне Ландау). Этот вывод позволяет теоретически описывать поведение ρ_{xx} и ρ_{xy} путем нахождения числа подвижных и локализованных носителей.

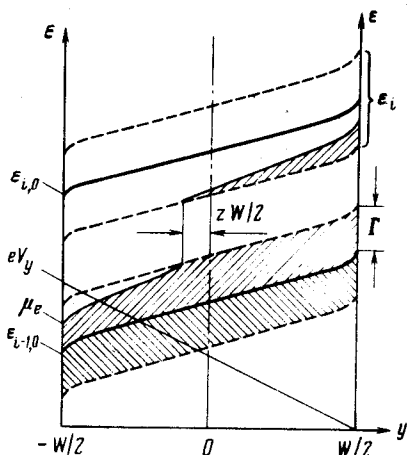


Рис. 2. Схематическое распределение энергии уровней Ландау ϵ_i , электрохимического потенциала μ_e и холловского потенциала eV_y по ширине канала при малых отклонениях от середины плато ρ_{xy} . Заштрихованы области электронных и дырочных состояний в подзонах Ландау, заполненные носителями

Качественный анализ экспериментальных данных проведем используя представления о локализации носителей на длиннопериодных флуктуациях потенциала (в масштабе a_H). Область плато в этой модели соответствует ^{6, 11} бездиссипативному переносу тока по состояниям, лежащим на уровне перколяции, ниже энергии Ферми и потому почти полностью заполненным. Известно ^{12, 11} что уровень перколяции для двумерной подзоны Ландау ϵ_i совпадает с ее средней энергией $\epsilon_{i,0}$. Разумно предположить также, что холловское поле E_y и плотность тока j_x постоянны по ширине канала ⁷. В таком случае изменение энергии $\epsilon_{i,0}$ на ширине канала W составляет eV_y (где V_y — холловский потенциал), а изменение электрохимического потенциала (рис. 2)

$$\Delta \mu_e \equiv \mu_e(y = W/2) - \mu_e(y = -W/2) = eV_y \int_{-W/2}^{W/2} \left(\frac{d\mu_e}{dV_3} \right) E_y dy. \quad (7)$$

Число подвижных носителей на уровне перколяции $\epsilon_{i-1,0}$ и $\epsilon_{i,0}$

$$\frac{n_{\text{подв}}}{n_H} = \frac{1}{W} \int_{-W/2}^{W/2} [f(\epsilon_{i-1,0}, \mu_e) + f(\epsilon_{i,0}, \mu_e)] dy. \quad (8)$$

Здесь f – фермиевская функция распределения. Интегрирование (8) вблизи середины плато $z \equiv (V_3 - {}^0V_3)/V_y \rightarrow 0$ дает:

$$\frac{\delta n_{\text{подв}}}{n_H} \equiv \frac{n_{\text{подв}} - n_H}{n_H} \approx ze^{-\frac{\Gamma}{kT}} e^{-\alpha}, \quad (9)$$

а при больших отклонениях от середины плато $|z| \gg 1$

$$\left| \frac{\delta n_{\text{подв}}}{n_H} \right| \approx \frac{1}{2\alpha} e^{-\frac{\Gamma}{kT}} e^{(-\alpha + |\alpha z|)}. \quad (10)$$

В формулах (9) и (10) Γ – энергетическая ширина подзоны Ландау, $\alpha = (dn/dV_3)V_y/[2\nu(\mu_e)kT]$ ($\alpha < 0$ для случая рис. 2).

Формула (9) качественно правильно описывает поведение $\delta\rho_{xy}$ при $|V_3 - {}^0V_3| \rightarrow 0$ (рис. 1), однако, большая погрешность экспериментальных данных в этой области затрудняет сравнение их с формулой (9). В области больших отклонений от середины плато $|V_3 - {}^0V_3| \gtrsim 0,15$ В (или $|\delta\rho_{xy}/\rho_{xy}| > 10^{-3}$) показатель α экспоненциальной зависимости $\delta\rho_{xy}/V_3$ возрастает при понижении температуры (см. рис. 1), что согласуется с формулой (10). Пропорциональная зависимость показателя экспоненты в (10) от тока $\alpha \propto V_y \propto j_x$ также согласуется с эмпирической формулой (5). Однако, в довольно широкой промежуточной области $V_y < |V_3 - {}^0V_3| < 0,15$ В (или $|\delta\rho_{xy}/\rho_{xy}| = 10^{-3} \div 10^{-5}$) согласно формуле (10) $|\delta\rho_{xy}| \propto \exp[A/(V_3 - {}^0V_3)/T]$, в то время как из эксперимента (рис. 1, б) следует, что $\delta\rho_{xy} \propto \exp[B/(V_3 - {}^0V_3)T]$. Аналогичное расхождение с активационной температурой и зависимостью было найдено в ⁹ и причина его не ясна.

Проводя аналогичные подсчеты числа локализованных носителей при $z > 1$ получаем формулу для ширины плато по шкале концентрации

$$\Delta n_{\text{плато}}(T, J_x) \approx \frac{n_H}{\Gamma} [\Gamma + kT \ln \delta - 2kT \alpha] \left[1 - \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{kT}{\Gamma} \right)^2 \right],$$

которая, в согласии с (5), описывает сужение плато от тока и температуры ⁹ ($\delta = |\delta\rho_{xy}/\rho_{xy}|$ – критерий ширины плато).

Авторы благодарны И.Я. Краснополюну, М.С. Хайкину, В.С. Эдельману за обсуждение результатов.

Литература

1. von Klitzing K., Dorda G., Pepper M. Phys. Rev. Lett., 1980, 45, 494.
2. von Klitzing K., Ebert G, Physica 1983, 117B & 118B, 682.
3. Ando T., Matsumoto Y., Uemura Y. J. Phys. Soc. Japan, 1975, 39, 279.
4. Streda P. J. Phys. C, 1982, 15, L717.
5. Laughlin R.B. Phys. Rev. B, 1981, 23, 5632.
6. Kazarinov R.F., Luryi S. Phys. Rev. B., 1982, 25, 7626.
7. Prange R.E. Phys. Rev. B, 1981, 23, 4802.
8. Yoshihiro K., Kinoshita J., Inagaki K., Yamanouchi C. Physica, 1983, 117B & 118B, 706.
9. Пудалов В.М., Семенчикский С.Г. Письма в ЖЭТФ, 1983, 37, 474.
10. Rendell R.W., Givvin S.M. Phys. Rev. B, 1981, 23, 6610.
11. Jordansky S.V. Sol. St. Comm., 1982, 43, 1.
12. Шкловский Б.И., Эфрос А.Л. Электронные свойства легированных полупроводников, М.: Наука, 1979.

Поступила в редакцию

29 июня 1983 г.