Письма в ЖЭТФ, том 38, вып.8, стр. 397 – 399 *25 октября 1983 г.*

О МЕХАНИЗМАХ СПОНТАННОЙ КОМПАКТИФИКАЦИИ $N = 2, d = 10$ СУПЕРГРАВИТАЦИИ

Д.В.Волков, Д.П.Сорокин, В.И.Ткач

Показано, что в рассматриваемом варианте супергравитации содержится возможность спонтанной компактификации, приводящая к $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ калибровочным полям в физическом $d = 4$ пространстве.

Рассмотрению механизмов спонтанной компактификации пространств высших размерностей при взаимодействии полей Эйнштейна с различными типами калибровочных полей уделяется в настоящее время большое внимание [1]. Этот интерес не случаен: возможно, именно спонтанная компактификация дополнительных измерений обусловливает как структуру групп внутренних симметрий и иерархию их последовательного спонтанного нарушения (играя роль механизма Хиггса), так и спонтанное нарушение суперсимметрии.

В настоящей работе рассматривается спонтанная компактификация $N = 2$, $d = 10$ супергравитации. Физические поля в этом варианте содержатся в трех супермультиплетах полей:

$$(l_M^{(M)},\ \psi_M^\sigma, A_{MN},\ \chi^\sigma,\ \Phi)(A_{MNL},\ \phi_M^\sigma)\ (A_M, \lambda^\sigma),$$

где $l_M^{(M)}$ – гравитационное поле, ψ_M^σ, ϕ_M^σ – поля Рарита – Швингера, χ^σ, λ^σ – спинорные поля, A_{MN}, A_{MNL}, A_M – абелевы калибровочные поля, Φ– скалярное поле ($M, N, L = 0, , 1, . . 9$ – мировые индексы пространства с сигнатурой $(-, + \dots +)$, (M) – индекс касательного пространства, $\sigma = 1, . . , 16$ – спинорный индекс в $d = 10$).

Взаимодействие гравитационного поля с калибровочными полями, присутствующими в каждом из мультиплетов, может привести к спонтанной компактификации десятимерного пространства. Рассмотренные в работах [2,3] механизмы спонтанной компактификации основывались на взаимодействии поля $l_M^{(M)}$ с полями A_{MN} и A_{MNL}.

Наличие в $N = 2$, $d = 10$ супергравитации третьего мультиплета приводит к дополнительным возможностям, если группа голономии компактного пространства является прямым произведением групп, одна из которых абелева. Нужно подчеркнуть, что в отличие от общей ситуации [4,5] компактификация в пространства такого типа может происходить с участием только векторного абелевого поля.

Мы рассмотрим наиболее интересный случай, когда взаимодействие полей $l_M^{(M)}$ и A_M приводит к спонтанной компактификации $d = 10$ пространства в $adS^4 \times CP(2) \times S^2$ (adS^4 – анти-де-ситтеровское пространство, $CP(2) = \dfrac{SU(3)}{SU(2) \times U(1)}$, $S^2 = SU(2)/U(1)$).

Действие для взаимодействующих полей $l_M^{(M)}$ и A_M имеет вид

$$S = \int (- \frac{E^{(10)}}{16\pi G} R^{(10)} - \frac{E^{(10)}}{4l^2} F_{MN} F^{MN}) d^{10}x, \tag{1}$$

где $E^{(10)} = \det l_M^{(M)}$, $F_{MN} = \partial_M A_N - \partial_N A_M$, G и l – гравитационная и калибровочная константы связи.

Уравнения движения, следующие из (1), имеют обычный вид:

$$\begin{gathered} R_{MN}^{(10)} - \frac{1}{2} g_{MN} R^{(10)} = - \frac{8\pi G}{l^2} (F_{ML} F_N^L - \frac{1}{4} g_{MN} F_{KL} F^{KL}), \\ D_M F^M{}_N = 0, \end{gathered} \tag{2}$$

где D_M – ковариантная производная, содержащая метрическую связность, $g_{MN} = l^{(M)}_M l_{N(M)}$ – метрика пространства $d = 10$.

Вакуумное решение уравнений (2), приводящее к компактификации десятимерного пространства в $adS^4 \times CP(2) \times S^2$, находится из условия [4]

$$D_M F_{NL} = 0, \tag{3}$$

при выполнении которого уравнения движения для калибровочного поля A_M тождественно удовлетворяются. Наложение этого условия обусловлено геометрической структурой симметрических пространств $CP(2)$ и S^2, характеризующихся ковариантным постоянством тензоров кривизны, которые в ортогональном базисе имеют вид:

$$\begin{aligned} R^{(CP(2))}_{(a)(b)(c)}{}^{(d)} &= -K_1\left(f^{A}_{(a)(b)}\, f^{(d)}_{A(c)} + f^{8}_{(a)(b)}\, f^{(d)}_{8(c)}\right), \\ R^{(S^2)}_{(i)(j)(k)}{}^{(l)} &= -K_2\, C^{3}_{(i)(j)}\, C^{(l)}_{3(k)}\,, \end{aligned} \tag{4}$$

где $K_1 > 0$, $K_2 > 0$ – гауссовы кривизны $CP(2)$ и S^2, определяющие характерные размеры этих пространств.

Структурные константы $f^{A}_{(a)(b)}$, $f^{8}_{(a)(b)}$ группы $SU(3)$ в представлении Гелл-Мана ($A = 1, 2, 3$; $(a), (b) = 4, 5, 6, 7$ – индексы касательного к $CP(2)$ пространства) и структурные константы $C^{3}_{(i)(k)}$ группы $SU(2)$ ($(i), (k)$ – индексы касательного к S^2 пространства) нормированы условием, что метрики Киллинга – Картана этих групп равны символам Кронекера.

Компоненты тензора напряженностей F_{MN}, удовлетворяющие (3), в ортогональном базисе имеют вид

$$F_{(\mu)(\nu)} = 0,\; F_{(a),(b)} = \frac{l^2}{8\pi G}\,\mu_1 f^{8}_{(a),(b)},\; F_{(i)(k)} = \frac{l^2}{8\pi G}\,\mu_2 C^{3}_{(i)(k)}\,, \tag{5}$$

$(\mu), (\nu)$ – индексы пространства, касательного к adS^4; μ_1 и μ_2 – произвольные числовые параметры.

Из (2), (4) и (5) можно получить следующие значения K_1, K_2 и свернутого тензора кривизны adS^4:

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{1}{8}\,\frac{l^2}{8\pi G}\,(3\mu_1^2 - \mu_2^2), \\ K_2 &= \frac{1}{8}\,\frac{l^2}{8\pi G}\,(7\mu_2^2 - \mu_1^2), \\ R^{(adS^4)} &= \frac{1}{4}\,\frac{l^2}{8\pi G}\,(\mu_2^2 + \mu_1^2)\,. \end{aligned} \tag{6}$$

Так как метрика десятимерного пространства содержит только одну времениподобную координату (т.е. $K_1 > 0$ и $K_2 > 0$), то μ_1 и μ_2 должны удовлетворять неравенству: $7 > \mu_1^2/\mu_2^2 > 1/3$.

Возмущения вакуумного состояния метрики g_{MN}, которые приводят к тому, что в физическом секторе теории возникают калибровочные поля $SU(3) \times SU(2)$ – группы, строятся стандартным способом [6] с помощью векторов Киллинга пространств $CP(2)$ и S^2, при этом для сохранения инвариантности относительно преобразований $SU(3)$ и $SU(2)$ – групп (являющихся группами движений $CP(2)$ и S^2), зависящих от координат 4-мерного пространства-времени, тензор $F_{MN}(x, y, z)$ перестраивается и его компоненты в ортогональном базисе принимают вид

$$F_{(M)(N)} = \Big(F_{(\mu)(\nu)}(x) - \frac{8\mu_1}{3\mu_1^2 - \mu_2^2} G^{\alpha}_{(\mu)(\nu)}(x) R^8_{\alpha}(y) - \frac{8\mu_2}{7\mu_2^2 - \mu_1^2} H^A_{(\mu)(\nu)}(x) R^3_A(z);$$

$$\frac{l^2}{8\pi G} \mu_1 f^8_{(a)(b)}; \ \frac{l^2}{8\pi G} \mu_2 C^3_{(i)(k)}\Big), \tag{7}$$

где x, y, z – координаты физического, $CP(2)$ и S^2 пространств, соответственно; $C^{\alpha}_{\mu\nu}(x)$ и $H^A_{\mu\nu}(x)$ – тензоры напряжённостей калибровочных полей $SU(3)$ и $SU(2)$ – групп ($\alpha = 1, 2, \ldots 8$; $A = 1, 2, 3$), $R^8_{\alpha}(y), R^3_A(z)$ – элементы матриц преобразований $SU(3)$ и $SU(2)$ – групп в присоединенном представлении.

Из действия (1), используя соотношения (6), (7) и учитывая вклад флуктуаций над вакуумным состоянием в метрике, после интегрирования по координатам дополнительных измерений получим лагранжиан, описывающий систему взаимодействующих полей Эйнштейна и калибровочных полей $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ – группы в физическом $d = 4$ пространстве

$$L = -\frac{E^{(4)}}{16\pi G^{(4)}} R^{(4)} - \frac{E^{(4)}}{4g_1^2} (G^{\alpha}_{\mu\nu})^2 - \frac{E^{(4)}}{4g_2^2} (H^A_{\mu\nu})^2 - \frac{E^{(4)}}{4(l^{(4)})^2} (F_{\mu\nu})^2 + E^{(4)}\Lambda. \tag{8}$$

Гравитационная константа $G^{(4)}$ и константы калибровочных взаимодействий в лагранжиане (8) определяются следующим образом через исходные константы G и l 10-мерного действия (1) и объем $V_{(6)}$ компактного подпространства $CP(2) \times S^2$:

$$G^{(4)} = G/V_{(6)}, \ (l^{(4)})^2 = l^2/V_{(6)}, \quad g_1^2 = (l^{(4)})^2 \frac{(3\mu_1^2 - \mu_2^2)^2}{2(7\mu_1^2 - \mu_2^2)},$$

$$g_2^2 = (l^{(4)})^2 \frac{3}{8} \frac{(7\mu_2^2 - \mu_1^2)^2}{(15\mu_2^2 - \mu_1^2)};$$

$\Lambda = \frac{1}{16} \left(\frac{l^{(4)}}{8\pi G^{(4)}}\right)^2 (\mu_1^2 + \mu_2^2)$ – космологический член анти-де-ситтеровского типа.

Как видно, из (8), спонтанная компактификация дополнительных измерений в рассмотренном механизме, так же как и при комбинации его со всеми рассмотренными ранее механизмами [2,3], сопровождается появлением космологического члена анти-де-ситтеровского типа.

Так как спонтанное нарушение суперсимметрии приводит к появлению космологического члена, противоположного знака, то общее решение вопроса о величине космологической константы требует рассмотрения как бозонных, так и фермионных возбуждений.

Литература

1. *Avada M.A., Duff M.J., Pope C.N.* Phys. Rev. Lett., 1983, **50**, 294.
2. *Duff M.J., Townsend P.K., P. van Nieuwenhuizen*, CERN, 1982, (Preprint TH-3465).
3. *Freund P.G.O., Rubin M.A.* Phys. Lett., 1980, **B97**, 233.
4. *Волков Д.В., Ткач В.И.* Письма в ЖЭТФ, 1980, **32**, 681; *Волков Д.В., Ткач В.И.* ТМФ, 1982, **51**, 171.
5. *Randjbar-Daemi S., Percaci R.*, ICTP (Triest 1982, preprint IC/82/50).
6. *Witten E.* Nucl. Phys., 1981, **B186**, 412.

Физико-технический институт
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
15 июня 1983 г.