

О ЗНАЧЕНИЯХ РАЗМЕРНЫХ ВЕЛИЧИН, ВЫЧИСЛЯЕМЫХ В КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКЕ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

Ю.М.Макеенко, М.И.Поликарпов

Получена формула для $\Lambda_L(\beta)$, описывающая поведение Монте-Карло данных для коэффициента натяжения струны в $SU(3)$ – решеточной калибровочной теории в переходной области. Показано, что при ее использовании значение $\Lambda_{\text{МОН}}$ увеличивается на 25%, в то время как другие размерные величины (например, температура деконфайнмента), полученные методом Монте-Карло, не изменяются.

Разработанная недавно методика непертурбативных вычислений в квантовой хромодинамике (КХД) методом Монте-Карло (МК) позволяет получать размерные величины, такие как КХД параметр Λ ; температура T_c , при которой разрушается свойство невылетания кварков; спектр масс адронов и другие. Критерием того, что вычисляемые значения имеют отношение к непрерывной теории, является их специальная зависимость от константы связи g_0^2 , предписываемая перенормируемостью КХД. Конкретно, все величины размерности массы, вычисляемые на решетке, шаг которой равен a , пропорциональны параметру

$$\Lambda_L = \frac{1}{a} \left(\frac{16\pi^2}{11g_0^2} \right)^{\frac{51}{121}} \exp \left\{ - \frac{8\pi^2}{11g_0^2} \right\} \quad (1)$$

(пренебрегается эффектами поляризации вакуума кварками). Поэтому для вычисления размерной величины прослеживается экспоненциальная зависимость МК данных от $1/g_0^2$, предписываемая формулой (1), после чего результат представляется в единицах Λ_L .

Чтобы перейти к физическим единицам, нужно определить Λ_L , приравняв одну из вычисленных размерных величин своему экспериментальному значению. В качестве такой величины обычно выбирается коэффициент натяжения струны K (из опыта $K = (400 \text{ МэВ})^2$), который методом Монте-Карло был впервые вычислен Кройцем ¹ на решетке размера 6^4 . Результаты этого и последующего вычислений (на решетках максимального размера 10^4)² согласуются со значением $\Lambda_L / \sqrt{K} = (6 \pm 1) \cdot 10^{-3}$ (откуда $\Lambda_L = 2 \div 3 \text{ МэВ}$).

На самом деле формула (1) справедлива только при $g_0^2 \rightarrow 0$. При конечном g_0^2 в правую часть входит ряд по g_0^2 (вида $1 + c_1 g_0^2 + \dots$), коэффициенты которого связаны с третьим и последующими коэффициентами ряда решеточной теории возмущений для функции Гелл-Манна – Лоу. Поскольку при реальных МК вычислениях с калибровочной группой $SU(3)$ $g_0^2 \approx 1$ не мало, необходимо знать как могут измениться результаты при учете этого ряда.

В настоящей работе развит метод, позволяющий приближенно учитывать вклады от следующих порядков ряда по g_0^2 , не учтенных в формуле (1). Оказывается, что они увеличивают Λ_L примерно на 25%. Абсолютные значения (МэВ) других размерных физических величин при этом не меняются.

Для оценки вклада следующих порядков по g_0^2 в Λ_L мы рассматриваем смешанное решеточное действие

$$S = \sum_p \left\{ \frac{\beta}{3} \text{Re tr } U_p + \frac{\beta_A}{9} |\text{tr } U_p|^2 \right\}, \quad (2)$$

где U_p – стандартное произведение переменных $U_{x,\mu}$ вдоль границы грани p . При $a \rightarrow 0$ действие (2) переходит в действие непрерывной теории с константой связи g_0^2 :

$$6/g_0^2 = \beta + 2\beta_A - 5\beta_A / (\beta + 2\beta_A) + O((\beta + 2\beta_A)^{-2}). \quad (3)$$

Фазовая диаграмма в β, β_A -плоскости известна для действия (2) из МК вычислений ³. При $\beta_A > 1,2$ на фазовой плоскости есть линия фазовых переходов первого рода, вблизи которой формула (1) неприменима. Мы делаем этот вывод на основании МК вычислений ⁴, проведенных для калибровочной группы $SU(2)$ вблизи точки фазового перехода. Их описание оказалось возможным ⁵ только с помощью улучшенной формулы, которая связывает g_0^2 и Λ_L , учитывая приближенно ряд по g_0^2 .

Однако для калибровочной группы $SU(2)$ ось $\beta_A = 0$, отвечающая вильсоновскому действию, с которым проводится большинство МК вычислений, расположена достаточно далеко от линии фазовых переходов, и ряд по g_0^2 можно не учитывать. Наоборот, для калибровочной группы $SU(3)$ ось $\beta_A = 0$ расположена гораздо ближе к линии фазовых переходов, и формулу (1) желательно улучшить, учитывая приближенно ряд по g_0^2 . Это можно сделать, рассматривая смешанное действие (2), для которого формула (1) применима тем лучше, чем дальше мы отошли от линии фазовых переходов. Поэтому предлагается выбрать некоторое $\beta_A < 0$ такое, чтобы Λ_L в смешанной модели хорошо описывалось формулой (1) с g_0^2 , определенным уравнением (3).

Полученные в работе ⁵ формулы, основанные на свойстве решеточной универсальности и связывающие значения параметра Λ_L , которые извлечены при различных β_A , позволяют найти теперь как для вильсоновского действия Λ_L должно зависеть от β , чтобы при данном значении β_A для смешанного действия формула (1) была точной. Действуя таким образом, мы получили

$$\Lambda_L = \frac{1}{a} \left(\frac{16\pi^2}{11g^2} \right)^{\frac{51}{121}} \exp \left\{ -\frac{8\pi^2}{11g^2} + \frac{10\pi^2}{9} \beta_A g^2 \right\}, \quad (4)$$

где улучшенная константа связи g^2 :

$$6/g^2 = \beta + \beta_A [2 - 2\omega(\beta) - \rho'(\beta) / \omega'(\beta)] \quad (5)$$

в линейном по β_A приближении выражается только через

$$\omega(\beta) = \langle \frac{1}{3} \text{tr} U_p \rangle; \quad \rho(\beta) = \langle | \frac{1}{3} \text{tr} U_p |^2 \rangle - \omega^2(\beta), \quad (6)$$

вычисленные для вильсоновского действия. Штрих означает производную по β .

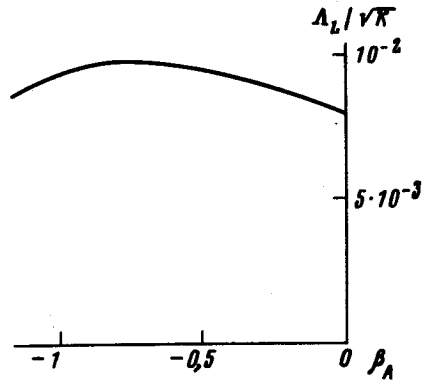
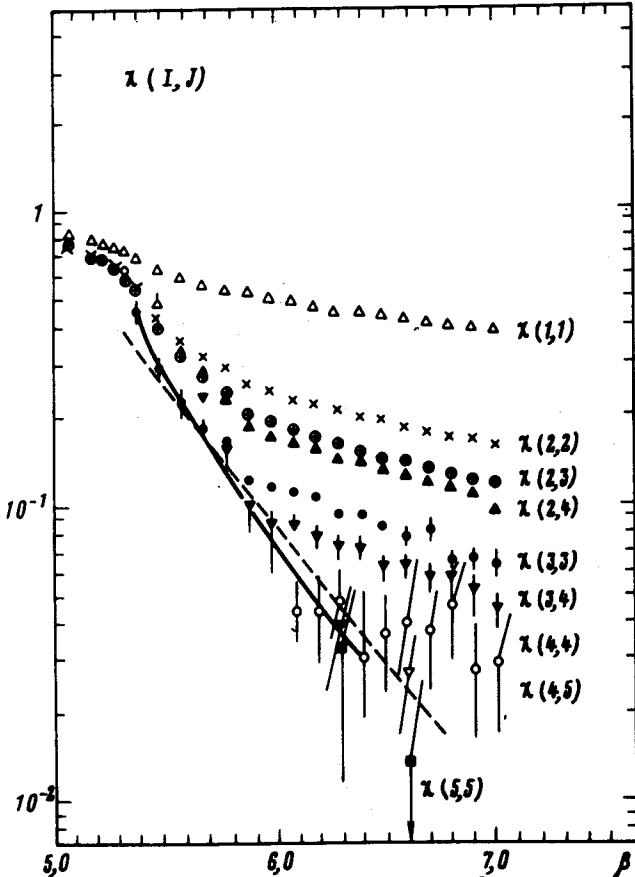


Рис.2

Рис.1.

Результаты описания МК данных ⁶ для $\ln a^2 K$ приведены на рис. 1. Пунктирная линия проведена для $\beta_A = 0$ и соответствует ⁶ $\Lambda_L / \sqrt{K} = 8 \cdot 10^{-3}$. Сплошная линия проведена по формуле (4) при $\beta_A = -0,7$, используя численные значения для ω и ρ , и соответствует $\Lambda_L / \sqrt{K} = 10^{-2}$. Видно, что сплошная линия правильно описывает наблюдающееся при $\beta < 6$ отклонение МК данных от прямой. Мы провели аналогичное описание и для других $\beta_A < 0$. Значения отношения Λ_L / \sqrt{K} , которые для данного β_A наилучшим образом описывают МК данные, приведены на рис. 2. С увеличением β_A Λ_L / \sqrt{K} вначале возрастает примерно на 25%, а затем остается практически постоянным в интервале $-0,5 > \beta_A > -1$, т. е. не зависит от того, какое β_A использовано для его вычисления. Наблюдающееся уменьшение Λ_L / \sqrt{K} при $\beta_A > -1$ можно объяснить тем, что формула (5), полученная в линейном по β_A приближении, перестает быть применимой. $\Lambda_L / \sqrt{K} = 10^{-2}$ соответствует значению КХД параметра Λ , отвечающего моментной регуляризации, равно $\Lambda_{\text{мом}} = 84 \Lambda_L \approx 340 \text{ МэВ}$ которое существенно отличается от значения ^{1,2} $\Lambda_{\text{мом}} \approx 200 \text{ МэВ}$. Свидетельство в пользу значительного увеличения $\Lambda_{\text{мом}}$ (до значения $\approx 400 \text{ МэВ}$) при переходе к большим решеткам получено недавно в работе ⁷. Таким образом, наше объяснение причины, по которой на малых решетках получается заниженное значение $\Lambda_{\text{мом}}$, состоит в том, что исполь-

зуется простейшая формула (1), не описывающая при $\beta < 6$ истинной зависимости МК данных от β .

С помощью формулы (1) было получено ⁸ следующее значение температуры деконфайнмента $T_c = 76 \Lambda_L \approx \Lambda_{\text{мом}}$. На основании этого в работе ⁷ утверждалось, что T_c увеличивается до 370 МэВ, поскольку $\Lambda_{\text{мом}}$ увеличивается. Такое значение T_c очень велико и его не представляется возможным достигнуть на строящихся ускорителях тяжелых ионов. Мы проанализировали МК данные для T_c с помощью формулы (4) и получили уменьшенное значение T_c в единицах Λ_L ($T_c = 60 \Lambda_L$), что соответствует $T_c \approx 240$ МэВ, которое существенно меньше и не так сильно отличается от приведенного в работах ⁸ значения $T_c \approx 200$ МэВ. Мы ожидаем, что подобное свойство справедливо и для других размерных величин, вычисляемых методом Монте-Карло.

Мы благодарим Р.Петронцио, информировавшего нас о работе ⁷ до ее опубликования, а также Дж.Когута, Н.Криста, М.Кройца и А.Мюллера за обсуждения во время советско-американского совещания по калибровочным теориям в г. Ереване.

Литература

1. *Creutz M.* Phys. Rev. Lett., 1980, **45**, 313.
2. *Pietarinen E.* Nucl. Phys., 1981, **B190**, [FS3], 349.
3. *Bhanot G.* Phys. Lett., 1982, **108B**, 337.
4. *Bhanot G., Dashen R.* Phys. Lett., 1982, **113B**, 299.
5. *Makeenko Yu.M., Polikarpov M.I., Zhelonkin A.V.* Phys. Lett., 1983, **126B**, 82.
6. *Fukugita M., Yaneko T., Ukawa A.* Tokyo preprint KEK-TH63, 1983.
7. *Parisi G., Petronzio R., Rapuano F.* CERN preprint TH.3596, 1983.
8. *Kajantie K., Montonen C., Pietarinen E.* Z. Phys., 1981, **C9**, 253; *Kogut J. et al.* Phys. Rev. Lett., 1983, **50**, 393.