

## СТОХАСТИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ В ЛАЗЕРАХ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ

В.А. Буц, В.В. Огневенко

Показано, что в оптимальных режимах работы ЛСЭ развивается стохастическая неустойчивость движения частиц пучка. Переход регулярного движения частиц в хаотическое происходит непрерывно.

В настоящей работе показано, что в оптимальных режимах работы лазеров на свободных электронах (ЛСЭ) развивается стохастическая неустойчивость движения частиц пучка. В результате этой неустойчивости появляется разброс частиц по энергиям и соответственно уменьшается эффективность преобразования энергии релятивистского электронного пучка (РЭП) в энергию электромагнитного излучения. Кроме того, характер излучения в ЛСЭ может измениться – вместо когерентного это излучение становится сложным, нерегулярным.

Рассмотрим движение частиц пучка в поле волны накачки  $A_1 \sin \phi_1$  и в поле рассеянной электромагнитной волны, представленном в виде суммы продольных мод резонатора  $A = \sum_s A_s \sin \phi_s$ , здесь  $A_m$  – векторный потенциал поля,  $\phi_m = k_m z - \omega_m t$ . Предполагая, что пучок движется вдоль оси  $z$ , а волновые векторы волн параллельны скорости пучка, уравнения движения электронов пучка примут вид

$$\frac{d\epsilon}{dt} = - \frac{1}{(1 - \epsilon)} \frac{\partial}{\partial t} \left( \sum_{m=1, s} a_m \sin \phi_m \right)^2, \tag{1}$$

$$\frac{dz}{dt} = c \left\{ 1 - (1 - \epsilon)^{-2} \left[ \gamma_0^{-2} + 2 \left( \sum_{m=1, s} a_m \sin \phi_m \right)^2 \right] \right\}^{1/2},$$

где

$$\epsilon \equiv 1 - \gamma/\gamma_0; \quad a_m \equiv eA_m / (\sqrt{2} mc^2 \gamma_0); \quad \gamma^{-2} = 1 - v_0^2/c^2.$$

Осцилляторную скорость частиц и изменение их энергии будем считать достаточно малыми ( $a_m \ll 1, \epsilon \ll 1$ ). Выбирая в качестве независимой переменной координату  $z$ , уравнения (1) при этом можно привести к виду

$$\frac{d\epsilon}{dz} = \frac{a_1}{v_0} \sum_s a_s \omega_{s1} \sin \theta_{s1}; \quad \frac{d\theta_{s1}}{dz} = k_{s1} - \frac{\omega_{s1}}{v_0} - \frac{\omega_{s1} \epsilon}{v_0 \beta_0^2 \gamma_0^2}; \tag{2}$$

где  $k_{s1} \equiv k_s + k_1; \omega_{s1} = \omega_s + \omega_1; \theta_{s1} = \phi_s + \phi_1$ .

Пусть в начальный момент частица находится в резонансе с комбинационной волной, фаза которой  $\theta_{s1}$ . Увеличение частоты рассеянной волны по сравнению с частотой волны накачки в этом случае будет, если падающая волна распространяется вдоль РЭП с фазовой скоростью меньшей скорости пучка  $v_1, v_2$ . В случае рассеяния электромагнитной волны, распространяющейся навстречу пучку в вакууме, в уравнениях (2) и в выражениях приведенных ниже необходимо заменить  $\omega_1$  на  $-\omega_1$ , а в случае магнитостатической накачки необходимо положить  $\omega_1 = 0$ .

Наиболее эффективное взаимодействие частиц пучка с полем происходит в условиях резонанса  $\theta_{s1} = \text{const}$ . Если амплитуды волн малы, можно считать, что это взаимодействие происходит только с одним резонансом, влиянием остальных можно пренебречь. Движение частицы при этом описывается уравнением математического маятника, из которого легко най-

ти ширину нелинейного резонанса  $\delta k = \frac{\omega_{s1} (a_1 a_s)^{1/2}}{v_0 \beta_0 \gamma_0}$ . Приближение математического маятника справедливо, если расстояние между резонансами  $\delta k$ , равное  $\Delta k_s |1 - \frac{1}{v_0} \frac{d\omega_s}{dk_s}|$ , значительно больше ширины нелинейного резонанса  $\delta k$ . При выполнении неравенства  $\delta k > \Delta k$  происходит перекрытие нелинейных резонансов и движение частиц, как известно<sup>3</sup>, становится хаотическим. Выражение для амплитуды рассеянной волны  $a_{кр}$ , при которой наступает перекрытие нелинейных резонансов  $\Delta k = \delta k$ , принимает вид

$$a_{кр} = (v_0 \beta_0 \gamma_0 \Delta k / \omega_{s1})^2 / a_1.$$

Отношение  $a_{кр}$  к оптимальному значению амплитуды рассеянной волны, при которой достигается максимальный КПД, в генераторе<sup>4</sup> или в усилителе<sup>4, 2</sup>, принимает вид

$$\frac{a_{кр}}{a_{опт}} = \begin{cases} 0,25 \gamma^{-4} & \text{— генератор} \\ \left( \frac{\Delta k_s}{2\gamma_0^2 \delta k_s} \right)^2 & \text{— усилитель} \end{cases}, \quad (3)$$

где  $\delta k_s = k_s \left( \frac{a_1^2 \omega_{b1}^2}{4\gamma_0^2 \omega_{s1} \omega_2} \right)^{1/3}$  — коэффициент усиления рассеянной волны в усилителе;  $\Delta k_s = k_{s+1} - k_s$ ;  $\omega_{b1}^2 = 4\pi e^2 n_b / (m\gamma_0)$ .

Из выражения (3) видно, что стохастическая неустойчивость наступает при напряженности поля значительно меньшей оптимального значения.

Стохастическая неустойчивость может оказаться несущественной, если размеры области взаимодействия  $L$  (длина электродинамической структуры) будут меньше расстояния  $l_k$ , на котором происходит расщепление корреляций фаз при развитии стохастической неустойчивости. Определяя  $l_k$  по формуле

$$l_k = [\delta k \ln \left( \frac{\delta k}{\Delta k} \right)]^{-1},$$

получаем следующее выражение для предельной амплитуды рассеянной волны  $a_{п}$ , необходимой для расщепления корреляций

$$a_{п} = x^2 a_{кр}, \quad (4)$$

где  $x$  является решением уравнения  $x \ln x = 2\gamma_0^2 / \pi$ , из которого получим следующую оценку верхней границы отношения  $a_{п}$  к оптимальной амплитуде возбуждаемых волн

$$\frac{a_{п}}{a_{кр}} < \begin{cases} \bar{\pi}^2 & \text{— генератор} \\ (L \delta k_s)^{-2} & \text{— усилитель} \end{cases}$$

Следовательно, расщепление корреляций движения частиц в генераторах происходит при амплитудах меньших оптимальных.

Одним из способов подавления стохастической неустойчивости является нелинейное подавление пространственных мод одной, выделенной модой. Как известно<sup>5</sup>, при малых токах пучка в ЛСЭ именно такой режим и осуществляется. Однако с увеличением тока основная мода теряет устойчивость и происходит возбуждение боковых мод.

Оценим число частиц  $\Delta N$ , которые движутся хаотически при возбуждении боковых мод, когда амплитуды их еще малы. Для этого определим ширину стохастического слоя. Из (2)

получим следующее уравнение:

$$\frac{d^2 \theta_{s1}}{d\xi^2} = \sin \theta_{s1} + \alpha \sin \left( \frac{\omega'_{s1}}{\omega_{s1}} \theta_{s1} + \frac{\omega'_{s1}}{\Omega} \right),$$

где  $\xi \equiv \delta \kappa z$ ;  $\alpha \equiv \frac{a'_s}{a_s} \frac{\omega'_{s1}}{\omega_{s1}} \ll 1$ ;  $\Omega \equiv \delta \kappa \left( \frac{k_{s1}}{\omega_{s1}} - \frac{k'_{s1}}{\omega_{s1}} \right)^{-1}$  штрихом обозначены величины, от-

носящиеся к боковым модам. Оценка ширины стохастического слоя по энергии вблизи сепаратрисы, согласно <sup>3</sup> удовлетворяет неравенству

$$\Delta H = (1 - H_0) \lesssim \frac{4\alpha}{\pi} \frac{\omega'_{s1}}{\Omega} \exp \left( -\pi \frac{\omega'_{s1}}{\Omega} \right),$$

где

$$H_0 \equiv \left[ (d\theta_{s1}/d\xi)^2 / 2 + \cos \theta_{s1} \right] \Big|_{\xi=0}; \quad \Delta N \sim \frac{\Delta H}{H_0} N.$$

Таким образом можно представить следующую картину развития стохастической неустойчивости в ЛСЭ. При малых токах пучка, когда возбуждается только одна пространственная мода, движение частиц и характеристики поля являются регулярными. С увеличением тока возбуждаются боковые моды и появляется небольшая группа частиц вблизи сепаратрисы, движение которых является стохастическим. Дальнейшее увеличение тока приводит к увеличению числа таких частиц и при достижении амплитуд боковых мод величин, удовлетворяющих условию (4), все частицы пучка оказываются захваченными стохастической неустойчивостью. Таким образом степень хаотизации движения в ЛСЭ увеличивается непрерывно. Отметим, что рассмотренный путь к хаосу, по-видимому, является характерным для многих других систем с электронными пучками.

Полученные выше результаты показывают, что в генераторах амплитуды возбуждаемых полей должны быть значительно меньше оптимальных. В усилителях развитие стохастической неустойчивости произойдет только на расстояниях, больших обратного коэффициента усиления. Учитывая, что поле в усилителе нарастает с координатой и достигает своего значения, необходимого для перекрытия резонансов только на расстоянии порядка  $(\delta k_s)^{-1}$ , можно ожидать, что стохастическая неустойчивость для усилителей не будет существенной. Однако, изменение амплитуды с координатой может привести к тому, что стохастическая неустойчивость будет развиваться при меньших значениях амплитуды рассеянной волны.

Авторы благодарны Я.Б. Файнбергу за обсуждение результатов работы и полезные замечания.

#### Литература

1. Буц В.А., Мирошниченко В.И., Огнивенко В.В. ЖТФ, 1980, 50, 2257.
2. Огнивенко В.В. Радиотехника и электроника, 1982, 27, 1818.
3. Заславский Г.М., Филоненко Н.Н. ЖЭТФ, 1968, 54, 1590.
4. Братман В.Л., Гинзбург Н.С., Петелин М.И. ЖЭТФ, 1979, 76, 930.
5. Гинзбург Н.С., Кузнецов С.П. Кн. Релятивистская высокочастотная электроника, Горький, ИПФ АН СССР, с.101, 1981 г.

Поступила в редакцию

2 сентября 1983 г.