

СТАЦИОНАРНАЯ САМОФОКУСИРОВКА ВИСТЛЕРОВ

В.И.Карпман, А.Г.Шагалов

Приведены результаты численного исследования самофокусировки вистлеров при стационарных граничных условиях. Показано, что в конечной стадии процесс прекращается из-за высвечивания схлопывающейся моды в расходящуюся.

Интерес к самофокусировке вистлеров связан, в частности, с возможностью соответствующих активных экспериментов в магнитосферной плазме. Эта проблема представляет также большой теоретический интерес, поскольку самофокусировка вистлеров отличается, как будет видно ниже, большим своеобразием.

Результаты, полученные до сих пор в лабораторных экспериментах¹⁻³, остаются противоречивыми. Теоретический анализ, проведенный в^{4,5}, показал, что при самофокусировке вистлеров существенную роль играет утечка волны из волновода, образующегося при сжатии пучка.

В настоящей работе проводится численное исследование, свободное от ряда упрощающих предположений работ^{4,5} и позволяющее проследить процесс самофокусировки вплоть до его конечной стадии. При этом будет наглядно продемонстрирована утечка, приводящая к прекращению самофокусировки.

Рассмотрим следующую постановку задачи. На границу плазмы ($z = 0$) параллельно магнитному полю, ориентированному вдоль оси z , падает аксиально-симметричная право-поляризованная волна. Электрическое поле в плазме напишем в виде

$$\vec{E} = \frac{1}{2} [E(r, z) \exp(ikz - i\omega t) + \text{к. с.}] \quad (1)$$

Здесь $k = \omega_p \omega^{1/2} / c (\omega_c - \omega)^{1/2}$ – волновое число вистлера, распространяющегося вдоль оси z , ω_p и ω_c – плазменная и циклотронная частоты электронов. В качестве исходных возьмем уравнения Максвелла для „холодной“ плазмы и уравнения магнитной гидродинамики (МГД), дополненные пондеромоторной силой волны. Введем относительные вариации плотности $\nu = (N - N_0) / N_0$ и внешнего магнитного поля $\mathbf{b} = (\mathbf{B} - \mathbf{B}_0) / B_0$ (N_0 и \mathbf{B}_0 – плотность и магнитное поле при $r = \infty$). Начальную амплитуду поля выберем таким образом, чтобы было $\nu \ll 1$, $|\mathbf{b}| \ll 1$ при $z = 0$. Из дальнейшего будет видно, что это имеет место и при любых z (благодаря тому, что из-за утечки амплитуда поля оказывается достаточно малой в течение всего процесса). Тогда МГД – уравнения можно линеаризовать. В стационарном случае они сводятся к $\nu = 0$ и

$$\beta \nabla \nu + [b_0, \text{rot } \mathbf{b}] = 4\pi f / B_0^2, \quad (2)$$

где предполагается, что $\beta \equiv 4\pi N_0 T / B_0^2 \ll 1$, а f – пондеромоторная сила волны.

Введем безразмерные переменные

$$\rho = kr, \quad \zeta = kz, \quad \mathbf{E}' = \mathbf{E} / E_1,$$

$$E_1^2 = 8u (1 - u) B_0^2 \beta \omega_c^2 / \omega_p^2, \quad (3)$$

где $u = \omega / \omega_c$. Из (2) и выражения для f ⁶ следует, что $|\mathbf{b}| \sim \beta^{1/2} \nu \ll \nu$ и

$$\nu = |V|^2 - \frac{1+u}{1-u} (1-2u)^2 |V-U|^2 - \frac{u^2}{1-u} \left| \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \left(V + \frac{1-2u}{2u} U \right) \right|^2, \quad (4)$$

где введены величины

$$V = E_r' - iE_\phi', \quad U = V - (1-u)(E_r' + iE_\phi') / (1+u)(1-2u), \quad (5)$$

E_r' , E_ϕ' — компоненты поля E' в цилиндрической системе координат.

Уравнения Максвелла с учетом $\nu \ll 1$ можно преобразовать к виду

$$\left(i \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \right) (b_{11}V + b_{12}U) + LV = B_{11}(\nu)V + B_{12}(\nu)U,$$

$$b_{21} \left(i \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \right) V + LU = B_{21}(\nu)V,$$

$$L = \partial^2 / \partial \rho^2 + (1/\rho) \partial / \partial \rho - 1/\rho^2, \quad (6)$$

$$b_{11} = -2(1-2u^2)/u^2, \quad b_{12} = (1+u)(1-2u)/u^2, \quad b_{21} = 4(1-u)/(1-2u),$$

$$B_{11} = -(1-2u)/u^2 + 2(1-u)\nu/u, \quad B_{21} = -2(1-u)\nu/(1-2u),$$

$$B_{12} = (1-2u)/u^2 + (1-u)(1-2u)\nu/2u^2.$$

Смысл величины U , фигурирующей в (6), состоит в следующем. Вытекающая из волновода волна, которая образуется в результате туннельной трансформации ⁷ самофокусирующейся волны, имеет при $r \rightarrow \infty$ вид ⁵

$$r^{-1/2} E^0 \exp \{ i(k_\perp r + kz - \omega t) \}, \quad (7)$$

где ω и k те же, что и в (1), а

$$k_\perp = k(1-2u)^{1/2}/u, \quad E_r^0 + iE_\phi^0 = (1+u)(1-2u)(E_r^0 - iE_\phi^0)/(1-u). \quad (8)$$

Учитывая (8), нетрудно убедиться, что величина U в отличие от V (см. (5)) должна быстро исчезать при $r \rightarrow \infty$. Кроме того, можно ожидать, что U является более гладкой функцией от r , z , чем V , так как V является суперпозицией двух волн — самофокусирующейся и волны, образующейся в результате туннельной трансформации, а в величине U поле последней в значительной мере вычитается. Это предположение подтверждается численными результатами (см. ниже). Учитывая сказанное, в первом из уравнений (6) можно пренебречь членом с $\partial^2 U / \partial \xi^2$, в результате чего система (6) существенно упрощается и становится удобной для численного решения.

Если поперечный размер пучка значительно превышает k^{-1} и $\nu \ll 1$, то $U \approx V$ и из (4), (6) следует уравнение Шредингера ⁵

$$i \frac{\partial V}{\partial \xi} + \frac{1-2u}{4(1-u)} LV + \frac{1}{2} |V|^2 V = 0, \quad (9)$$

описывающее начальную стадию эволюции пучка.

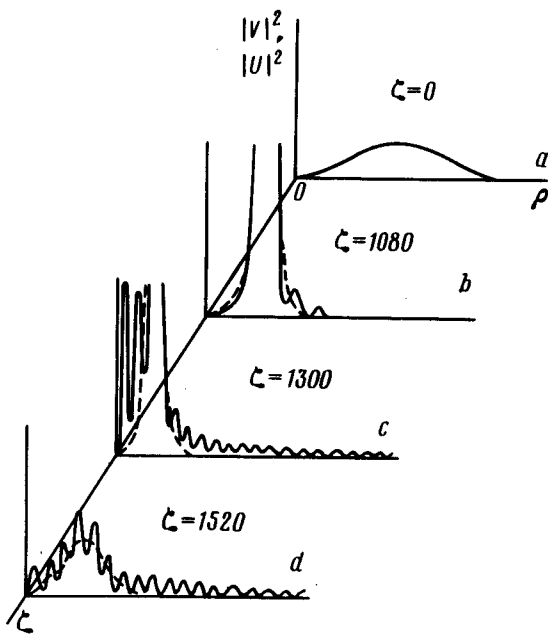


Рис.1. Эволюция пучка вистлеров при $u = 0,3$, $V_0^2 = 0,013$, $s = 21,5$. Сплошная линия — $|V|^2$, пунктирная — $|U|^2$

Система (4), (6) и уравнение (9) решались численно по неявной разностной схеме. Начальное поле пучка (при $\zeta = 0$) задавалось в виде

$$V = V_0(\rho/s) \exp(-\rho^2/2s^2). \quad (10)$$

Для уравнений (6), кроме того, задавалось $U|_{\zeta=0} = V|_{\zeta=0}$, $\partial V/\partial \zeta|_{\zeta=0} = 0$. Область расчета $\zeta \geq 0$, $0 \leq \rho \leq \rho_{max} = 4s$. При $\rho = 0$ полагалось: $V = U = 0$. На внешней границе $\rho = \rho_{max}$ налагалось условие поглощения энергии, вытекающей из области расчета.

Изложим полученные результаты. Самофокусировка имеет место при V_0^2 больше некоторого критического значения (равного 0,007 при $s = 21,5$, $u = 0,3$). В первой стадии самофокусировки образуется трубчатая волновая структура, схлопывающаяся к оси пучка, с плавно изменяющейся величиной V , $U \approx V$ и $v > 0$. В этой стадии решетке системы (4), (6) близко к решению уравнения (9). Конец первой стадии примерно соответствует рис.1, b, где $|V|_{max}^2 = |V(\rho_0)|^2 \approx 0,09$ при $\rho_0 \approx 11$, $|U|_{max}^2 \approx 0,07$, $v_{max} \approx 0,09$. Когда поперечный размер пучка становится сравнимым с продольной длиной волны вистлера, наступает вторая стадия. При этом схлопывание прекращается из-за интенсивной туннельной трансформации захваченной в волновод волны в убегающую волну с асимптотикой (7), что хорошо видно из рис.1, c, где $|V|_{max}^2 \approx 0,12$, $\rho_0 \approx 6$, $|U|_{max}^2 \approx 0,07$, $v_{max} \approx 0,1$. Далее утечка энергии становится настолько большой, что $|V|_{max}^2$ начинает убывать и пучок постепенно высветчивается. Так на рис.1, d: $|V|_{max}^2 \approx 0,02$, $\rho_0 \approx 9$, $|U|_{max}^2 \approx 0,013$, $v_{max} \approx 0,02$. Из рис.1 видно, что функция $U(\rho, \zeta)$ является существенно более плавной, чем $V(\rho, \zeta)$ и ее ширина порядка ширины волновода. Это обстоятельство, как следует из определения U , является основным свидетельством того, что осцилляции на рис.1 связаны именно с утечкой.

Естественно, что во второй стадии решение системы (4), (6) значительно отличается от решения уравнения (9), которое не содержит эффекта утечки. Это иллюстрируется рис.2.

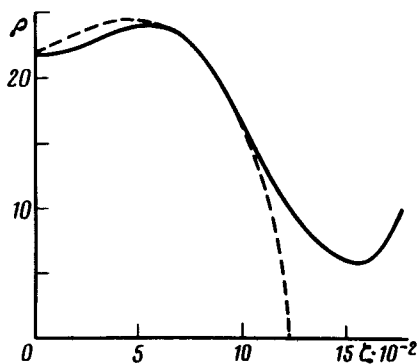


Рис.2. Положение максимума поля $|U|^2$ — сплошная линия и максимума поля $|V|^2$ в уравнении (9) — пунктирная, при параметрах рис.1

Итак мы видим, что процесс самофокусировки прекращается из-за высвечивания, обусловленного трансформацией волны в моду, характеризующую формулами (8).

Литература

1. *Stenzel R.L.* Phys. Fluids, 1976, 19, 857.
2. *Sugai H. et al.* Phys. Fluids, 1978, 21, 690.
3. *Balmashnov A.A.* Phys. Lett., 1980, 79A, 402.
4. *Карпман В.И., Кауфман Р.Н.* ЖЭТФ, 1981, 80, 1845.
5. *Karpman V.I., Kaufman R.N.* Phys. Scripta, 1982, T2/1, 251.
6. *Вашими Х., Карпман В.И.* ЖЭТФ, 1976, 71, 1010.
7. *Карпман В.И., Кауфман Р.Н.* Письма в ЖЭТФ, 1981, 33, 266.

Институт земного магнетизма, ионосферы и
распространения радиоволн
Академии наук СССР

Уральский политехнический институт

Поступила в редакцию

8 октября 1983 г.