

Анализ малых примесей тяжелых элементов в солнечной плазме с помощью уравнения состояния SAHA-S

С. В. Аюков¹⁾, В. А. Батурин, В. К. Грязнов⁺, И. Л. Иосилевский*, А. Н. Старостин[□], В. Е. Фортвов⁺

Государственный астрономический институт им. П. К. Штернберга МГУ им. М. В. Ломоносова, 119992 Москва, Россия

⁺ Институт проблем химической физики РАН, 142432 Черноголовка, Московская обл., Россия

* Московский физико-технический институт, 141700 Долгопрудный, Московская обл., Россия

□ ИЦ РФ Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований, 142190 Троицк, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 26 мая 2004 г.

С помощью уравнения состояния SAHA-S проведены обширные расчеты термодинамических функций слабонеидеальной плазмы в условиях, характерных для звездных недр. Это позволило с высокой точностью изучить влияние содержания тяжелых элементов на адиабатическую сжимаемость в недрах Солнца. Сопоставление модельных расчетов с последними данными гелиосейсмологии позволяет уточнить состав солнечной плазмы и утверждать, что включение дополнительных компонентов в состав примесей тяжелых элементов является необходимым условием согласования теоретического уравнения состояния с результатами анализа солнечных колебаний.

PACS: 51.30.+i, 52.25.Kn, 52.27.Gr

Полученные в последнее время обширные наблюдательные данные о собственных частотах колебаний Солнца (см., например, [1]), позволяют получить информацию о физических условиях в его недрах и уточнить модель внутреннего строения. При построении модели Солнца необходимо знание уравнения состояния (УрС) солнечной плазмы, причем с весьма высокой точностью. В свою очередь, сравнение теоретических моделей с данными гелиосейсмологии открывает уникальную возможность проверить и уточнить уравнение состояния слабо неидеальной плазмы с высокой (лучшей, чем 10^{-4}) точностью. Сопоставление теоретических и восстановленных из гелиосейсмических наблюдений данных о скорости звука зависит от распределения температуры, плотности и химического состава по радиусу внутри Солнца, что делает задачу многопараметрической и требует фиксации значений хотя бы части из этих данных. В настоящей работе использованы данные о распределении температуры и плотности из принятой в гелиосейсмологии модели современного Солнца [2], тогда как вопрос о влиянии УрС на эволюцию и строение модели не рассматривается.

На рис.1 приведены некоторые кривые, характеризующие использованные нами модельные данные. Сплошная монотонно растущая кривая 1 отражает последовательность точек по температуре и плотности,

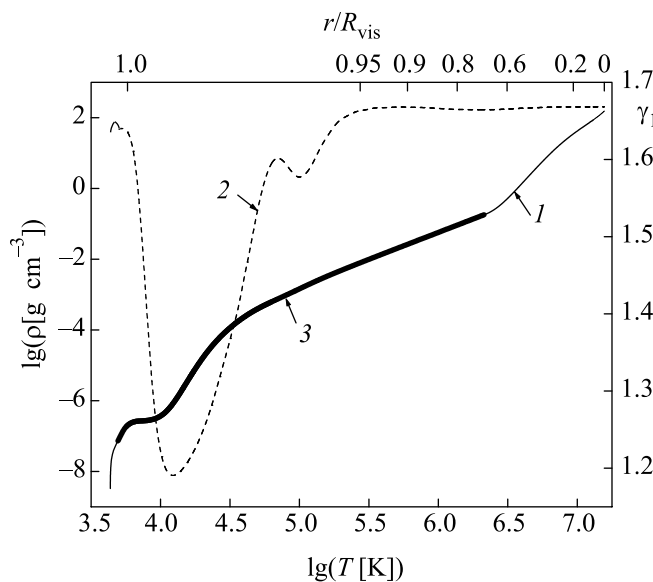


Рис.1. Распределение термодинамических величин внутри Солнца по S-модели (1 – плотность, 2 – адиабатическая сжимаемость). Выделена область конвективного переноса – 3

характеризующих внутреннее строение Солнца в термодинамическом смысле. На множестве этих точек и выполнялось сравнение уравнений состояния. Выделенная часть 3 соответствует зоне конвективного переноса тепла, и эта часть кривой в большей своей части очень близка к изоэнтропе $S(T, \rho) = \text{const}$. Кривая 2 на рисунке показывает распределение величины

¹⁾e-mail: asv@sai.msu.ru

адиабатической сжимаемости $\tilde{\gamma}_1 \equiv (\partial \ln P / \partial \ln \rho)_S$. Области значительного отклонения этой величины от “идеально-газового” значения 5/3 соответствуют области ионизации водорода и гелия. По верхней оси абсцисс отложены значения относительного радиуса для соответствующих температур.

При расчете УрС и термодинамических функций была использована “химическая” модель [3]. Элементный состав плазмы включал водород, гелий (это основные компоненты, составляющие 98% по массе), а также более “тяжелые” примеси углерода, азота, кислорода и неона. Дополнительно исследовано включение кремния и железа при сохранении общей массовой доли примесей. Содержание “тяжелых” элементов составляло 2% по массе. Компонентный состав состоял из атомов, двухатомных молекул, электронов и ионов от однократных до ионов максимально возможной для каждого элемента кратности – всего более 90 компонентов.

Согласно [3], свободная энергия системы F представлялась в виде суммы, в которой первое слагаемое F_{id}^0 описывает смесь невзаимодействующих “идеальных” частиц – частично-вырожденных слабoreлятивистских электронов, классических ионов, атомов и молекул, а также фотонов (влияние давления излучения достаточно заметно, особенно в отношении $\tilde{\gamma}_1$). Второе слагаемое ΔF_{int} описывает взаимодействие между этими частицами. Хотя первое слагаемое описывает поступательные степени свободы частиц и распадается, в свою очередь, на слагаемые по сортам частиц, между частицами могут происходить химические реакции и реакции ионизации и рекомбинации. Тем самым, даже в простейших случаях результирующие значения термодинамических параметров будут отличаться от идеально-газовых – см. рис.1. Кроме того, составные частицы могут обладать внутренними степенями свободы, которые описываются в рассматриваемом выражении с помощью Q_j – статистических сумм частиц сорта j :

$$F(\{N_i\}, V, T) = F_{\text{id}}^0 + \Delta F_{\text{int}} = \sum_j N_j k_B T \left(\ln \left(\frac{n_i \lambda_j^3}{Q_j} \right) - 1 \right) + \Delta F_{\text{int}}(\{N_i\}, V, T). \quad (1)$$

В этом выражении N_j , n_j – число частиц сорта j и их концентрация, V – объем, T – температура системы, k_B – постоянная Больцмана, λ_j – тепловая длина волны Де-Бройля.

Поправки, содержащиеся во втором слагаемом, ΔF_{int} , обычно связывают с собственно “неидеальностью” системы, хотя в условиях Солнца они не явля-

ются основной причиной отклонения от УрС идеального газа. Главная часть поправки связана с кулоновским взаимодействием в плазме и соответствует дебаевскому приближению в большом каноническом ансамбле [4] с учетом вырождения электронов. Кроме того, были включены поправки, учитывающие эффект дифракции электронов при рассеянии. Порядок малости кулоновской поправки $\sim \Gamma_D$, а дифракционной $\sim \Gamma_D \lambda_e \kappa_D$, где κ_D – обратный радиус Дебая, а $\Gamma_D = e^2 \beta \kappa_D$ – дебаевский параметр неидеальности и $\beta \equiv (k_B T)^{-1}$. В УрС SAHA-S включена, кроме того, обменная поправка $\sim \lambda^2 e^2 \beta$. Отдельно отметим релятивистскую поправку $\sim k_B T / m_e c^2$, которая хотя и мала в холодных звездах солнечного типа, но оказывает заметное влияние на адиабатическую сжимаемость.

В настоящее время в литературе по гелиосейсмологии опорным считается УрС OPAL [4], полученный частично из первых принципов в рамках разложения термодинамического потенциала Ω Гельмгольца в ряд по активностям. УрС OPAL включает в себя описание нерелятивистских вырожденных электронов, классических ионов, все стадии ионизации и возбуждения, молекулярный водород, кулоновское приближение с учетом вырождения электронов, эффекты дифракции электронов, электронный обмен и ионизацию давлением (упомянуты также вклады, возникающие от лестничных диаграмм). Считается, что значение второго вириального коэффициента, с учетом вклада кольцевых и лестничных диаграмм, хорошо известно со времен работ Веденова–Ларкина [5, 6] и уточнено позднее группой Эбелинга [7, 8] и Копышева [9]. Поскольку основной вклад от состояний рассеяния пропорционален $\sim \Gamma_D^2 \ln \Gamma_D$, а величина $\Gamma_D \sim 0.05$ в большей внутренней части конвективной зоны Солнца, эти вклады в нашем УрС солнечной плазмы не учитывались. Считается хорошо установленным [5, 7, 8], что статистическая сумма по дискретным уровням Q_j регуляризуется процедурой Планка–Ларкина и вклад в Ω , например, для нерелятивистского атома водорода имеет вид [3]:

$$\Delta \Omega_{\text{bs}} = -k_B T \zeta_e \zeta_i \lambda_{ei}^3 \times \sum_{n=1}^{\infty} n^2 e^{\beta E_n} (1 - e^{-\beta E_n} - \beta E_n e^{-\beta E_n}), \quad (2)$$

где

$$E_n = \frac{Ry}{n^2}, \quad \lambda_{ei} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{\mu k_B T}}, \quad \mu = \frac{m_e m_p}{m_e + m_p}. \quad (3)$$

Именно выражение (2) используется в УрС OPAL. Между тем еще в [10] было представлено без вывода,

который опубликован в [11], более строгое выражение для вклада связанных состояний, отличающееся от выражения Планка-Ларкина:

$$\Delta\Omega_{bs} = -k_B T \zeta_e \zeta_i \lambda_{ei}^3 \sum_{n=1}^{\infty} n^2 F_n(\beta) e^{\beta E_n}, \quad (4)$$

где

$$F_n(\beta) = 1 - e^{-\beta E_n} \left[4 - \frac{6}{\sqrt{\pi}} (\beta E_n)^{1/2} + \frac{4}{\sqrt{\pi}} (\beta E_n)^{3/2} \right] + \frac{\Gamma(\frac{1}{2}, \beta E_n)}{\sqrt{\pi}} \left[3 - 4\beta E_n + 4(\beta E_n)^2 \right]. \quad (5)$$

Асимптотически при $\beta E_n \ll 1$ имеем из (4), (5)

$$n^2 F_n(\beta) \rightarrow 2n^2 (\beta E_n)^2, \quad (6)$$

тогда как асимптотика выражения (2)

$$n^2 F_n^{PL}(\beta) \rightarrow \frac{1}{2} n^2 (\beta E_n)^2. \quad (7)$$

В отличие от УрС OPAL [4], при описании модели солнечной плазмы [12] в УрС SAHA-S использовали выражения (4), (5). Однако прямое сравнение УрС SAHA-S и OPAL затруднительно на основе только исходных предположений. Поэтому можно лишь утверждать, что, в отношении вклада неидеальности, согласие между УрС достаточно хорошее и находится на уровне неопределенности в описании этих членов, которые достаточно малы в условиях Солнца и более массивных звезд. Основным отличием от УрС OPAL является использование более богатой компонентами смеси тяжелых элементов, а именно, добавление кремния и железа.

При помощи программного кода SAHA-S, предназначенного для расчета термодинамики многокомпонентной неидеальной плазмы астрофизических объектов, проведен расчет состава и термодинамических функций плазмы Солнца в диапазоне плотностей до 200 г/см^3 и температур до $2 \cdot 10^7 \text{ К}$. С использованием результатов расчета термодинамических функций и методики расчета параметров Солнца была построена модель внутреннего строения Солнца и его химической эволюции.

Для сравнения теоретических предсказаний УрС между собой и данным анализа спектра собственных колебаний нами был выбран относительно узкий участок в недрах Солнца, покрывающий область нижней части конвективной зоны. В этой области основные составляющие солнечной плазмы – водород и гелий – уже ионизованы, значения термодинамических параметров весьма близки к идеально-газовым характеристикам. В частности, в данной работе

мы фокусируемся на величине адиабатической сжимаемости, которая в рассматриваемом диапазоне отклоняется от $5/3$ не более чем на несколько тысячных долей. Более того, результаты гелиосейсмической инверсии адиабатической сжимаемости наиболее надежны именно в этой области. Следует иметь в виду, что приведенные выше порядки поправок, ответственных за различные эффекты неидеальности, позволяют сравнивать вариации в таких величинах, как давление или внутренняя энергия. Ситуация становится значительно более сложной, если мы рассматриваем влияние этих факторов на адиабатическую сжимаемость. В этом случае некоторые эффекты могут проявляться довольно слабо (например, вырождение электронов), тогда как другие могут приобретать неожиданно большое влияние (например, вклад излучения и слабый релятивизм электронов).

Результаты расчетов представлены на рис.2, 3. На обоих рисунках также нанесены результаты гелиосейсмической инверсии. Заметим, что в области

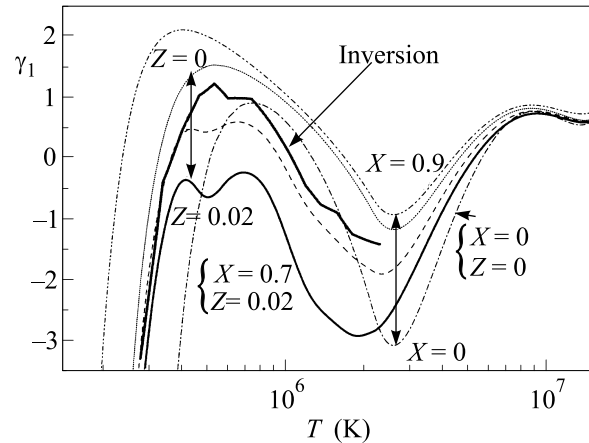


Рис.2. Сравнение эффективного показателя адиабаты $\gamma_1 = \left[\left(\frac{d \ln P}{d \ln \rho} \right)_s - \frac{5}{3} \right] \cdot 10^3$ внутри Солнца для различных долей водорода (X), тяжелых элементов (Z) и с результатами процедуры инверсии [1]

температур, больших $2 \cdot 10^6 \text{ К}$, восстановление показателя адиабаты происходит с существенно большими неопределенностями, поскольку на этом уровне ограничивается область конвективного переноса с хорошо определенной адиабатической стратификацией. Поэтому основное внимание было уделено области внутри конвективной зоны.

На этих же рисунках представлены результаты расчетов с использованием кода SAHA-S. Рис.2 иллюстрирует влияние содержания гелия и содержания тяжелых примесей на поведение адиабатической сжимаемости. Пары кривых, соединенные стрелка-

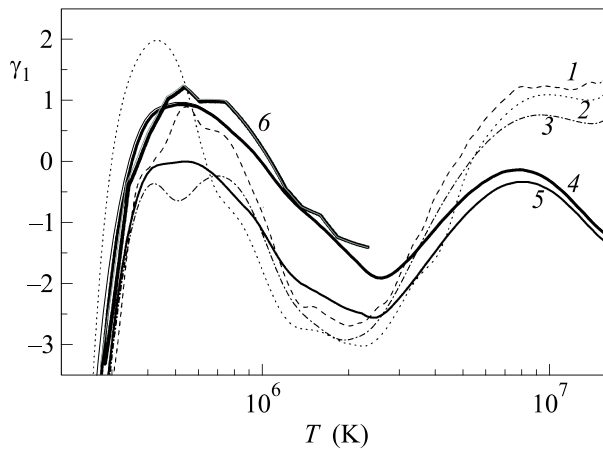


Рис. 3. Сравнение эффективного показателя адиабаты γ_1 для различных УрС солнечной плазмы и с результатами процедуры инверсии [1]: 1 – OPAL [4], 2 – MHD [13], 3 – SAHA-S (C-Ne), 4 – SAHA-S, $Z = 0.01$ (C-Ne, Si, Fe), 5 – SAHA-S, $Z = 0.02$ (C-Ne, Si, Fe), 6 – Inversion [1]

ми, показывают, что как увеличение содержания гелия, так и увеличение содержания доли тяжелых элементов ведут к понижению адиабатической сжимаемости. Однако “стандартный” химический состав для солнечной плазмы соответствует сплошной кривой ($Z = 0.02$ и $X = 0.7$), которая проходит ниже, чем ожидается по данным гелиосейсмологии. Предположение о малом содержании тяжелых элементов ($Z = 0.00$) встречает значительные трудности при сопоставлении с другими астрофизическими данными.

На рис. 3 представлено сравнение показателя адиабатической сжимаемости, полученного из процедуры инверсии гелиосейсмических данных [1] с данными [4, 13], SAHA-S ($Z = 0.02$ на рис. 3) и данными нашего расчета с уточненным составом тяжелых элементов, который дополнительно включал кремний и железо. Тяжелые элементы составляли по массе 2% и распределялись между собой следующим образом: углерод – 17.6%, азот – 5.2%, кислород – 50.2%, неон – 9.7%, кремний – 9.8%, железо – 7.5%. Такое сравнение призвано подчеркнуть, что включение в состав примесей кремния и железа (вместо упрощенной замены этих элементов на неон) заметно с точки зрения согласования с данными гелиосейсмологии. С точки зрения сравнения теоретического описания неидеальности в этой области параметров, следует отметить хорошее согласие нашей модели и моделей [4, 13].

Таким образом, использование УрС SAHA-S позволяет проводить расчеты внутреннего строения и эволюции Солнца и уточнить (благодаря высокой и

контролируемой точности УрС) состав и общее содержание тяжелых элементов, согласующиеся с данными гелиосейсмологии.

Авторы выражают глубокую признательность С. В. Воронцову за многочисленные и плодотворные обсуждения и любезно предоставленные им последние данные по гелиосейсмологии.

Работа была выполнена при поддержке грантов Президента России # НШ-1938.2003.2, # НШ-1257.2003.2, Государственного контракта # 40.009.1.1.1192 Минпромнауки России, Программы научных исследований Президиума РАН “Теплофизика и механика экстремальных энергетических воздействий”, гранта CRDF MO-011-0 (МФТИ).

1. S. V. Vorontsov, in *Proc. of 2002 SOHO 12/GONG+2002, Local and Global Helioseismology: The Present and Future*, Ed. H. Lacoste, ESA SP-517 SOHO/GONG, Noordwijk, The Netherlands, 2002; Workshop “Equation-of-State and Phase-Transition Issues in Models of Ordinary Astrophysical Matter”, Leiden, The Netherlands, 2004.
2. J. Christensen-Dalsgaard, W. Dappen, S. V. Ajukov et al., *Science* **272**, 1286 (1986).
3. А. А. Ликальтер, *ЖЭТФ* **56**, 240 (1969).
4. F. Rogers, F. Swenson, and G. Iglesias, *Astrophysical J.* **456**, 902 (1996); F. J. Rogers, A. Nayfonov, *Astrophysical J.* **576**, 1064 (2002).
5. А. А. Веденов, А. И. Ларкин, *ЖЭТФ* **36**, 1133 (1959).
6. А. И. Ларкин, *ЖЭТФ* **38**, 1896 (1960).
7. В. Эбелинг, В. Крефт, Д. Кремп, *Теория связанных состояний и ионизационного равновесия в плазме и твердом теле*, М.: Мир, 1979. (W. Ebeling, W.-D. Kraeft, and D. Kremp, *Theory of Bound States and Ionisation Equilibrium in Plasmas and Solids*, Akademie-Verlag, Berlin, 1976.)
8. В. Крефт, Д. Кремп, В. Эбелинг, Г. Репке, *Квантовая статистика системы заряженных частиц*, М.: Мир, 1988. (W.-D. Kraeft, D. Kremp, W. Ebeling, and G. Röpke, *Quantum Statistics of Charged Particle Systems*, Plenum Press, New York, 1986.)
9. В. П. Копышев, *ЖЭТФ* **55**, 1304 (1968).
10. Г. Э. Норман, А. Н. Старостин, *ТВТ* **8**, 413 (1970).
11. А. Н. Старостин, V. C. Roerich, and R. N. More, *Contrib. Plasma Phys.* **43**, 369 (2003).
12. В. К. Грязнов, И. Л. Иосилевский, В. Е. Фортов, в сб. *Ударные волны и экстремальные состояния вещества*, под ред. В. Е. Фортова, Л. В. Альтшулера, Р. Ф. Трунина, А. И. Фунтикова, М.: Наука, 2000, с. 299.
13. W. Dappen, D. Hummer, and D. Mihalas, *Astrophysical J.* **331**, 794, 815 (1988); *ibid* **332**, 261 (1988).