

ФОРМФАКТОР ПИОНА И КВАНТОВО–ХРОМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРАВИЛА СУММ

В.А.Нестеренко, А.В.Радюшкин

Излагаются основы нового подхода к исследованию электромагнитного формфактора пиона в квантовой хромодинамике, основанный на использовании метода КХД правил сумм. Полученная теоретическая кривая для $F_\pi(Q^2)$ находится в хорошем согласии с имеющимися экспериментальными данными.

Распространение аппарата пертурбативной квантовой хромодинамики (КХД) на упругие процессы с большой передачей импульса, осуществленное в конце 70-х годов (см., например,¹ и обзоры^{2, 3}), представляет собой важный этап в развитии КХД жестких процессов. Асимптотическая свобода КХД позволяет, в частности, легко воспроизвести в асимптотике известные правила кваркового счета для формфакторов адронов⁴. Однако, в области экспериментально достижимых в настоящее время передач импульса Q^2 существующая теория¹⁻³ плохо согласуется с имеющимися данными о формфакторах пиона и протона. Этот факт не следует, однако, трактовать как свидетельство против КХД, поскольку речь идет об асимптотических формулах, экстраполяция которых в область умеренно больших Q^2 , вообще говоря, незаконна. Для пиона, например, при $Q^2 \rightarrow \infty$ основной вклад связан с процессом жесткого перерасеяния (рис.1, а). Однако, как показывает детальный анализ⁵, в области $Q^2 \lesssim \lesssim 20 \text{ ГэВ}^2$ средняя виртуальность глюона в диаграмме 1, а не превышает $(300 \text{ МэВ})^2$, а в такой ситуации полагаться на теорию возмущений нельзя, поскольку в области столь малых виртуальностей доминируют непертурбативные эффекты. Ранее одним из авторов (А.Р.) была предпринята попытка модельного учета подобных эффектов⁶. В настоящей работе на примере анализа формфактора пиона излагаются основы нового подхода к исследованию эксклюзивных процессов в КХД, основанного на систематическом использовании метода квантово-хромодинамических правил сумм⁷, в котором непертурбативные эффекты учитываются путем введения в теорию ненулевых вакуумных средних глюонных и кварковых полей.

Следуя духу подхода⁷, мы рассматриваем трехточечную амплитуду

$$T^{\mu\alpha\beta}(p_1, p_2) = i^2 \int e^{ip_1x - ip_2y} \langle 0 | T(j^{+\beta}(y) J^\mu(0) j^\alpha(x)) | 0 \rangle d^4x d^4y \quad (1)$$

(рис. 1, б), где J^μ – электромагнитный ток, $j^\alpha = \bar{d} \gamma_5 \gamma_\mu u$ – аксиальный ток (имеющий ненулевую проекцию на однопионное состояние $|P\rangle$: $\langle 0 | j^\alpha(0) | P \rangle = if_\pi P^\alpha$, $f_\pi \cong \cong 133 \text{ МэВ}$). Входящие в $T^{\mu\alpha\beta}$ инвариантные амплитуды T_i зависят от трех переменных: $p_1^2, p_2^2, q^2 = (p_1 - p_2)^2$. Благодаря асимптотической свободе КХД, мы можем вычислять $T_i(p_1^2, p_2^2, q^2)$ в евклидовой области $p_1^2, p_2^2, q^2 < -\mu_0^2 \sim - (1 \text{ ГэВ})^2$. Для извлечения информации о формфакторах физических состояний используется двойное дисперсионное соотношение

$$T_i(p_1^2, p_2^2; q^2) = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty ds_1 \int_0^\infty ds_2 \frac{\rho(s_1, s_2, q^2)}{(s_1 - p_1^2)(s_2 - p_2^2)} + \dots, \quad (2)$$

в котором не выписанные явно члены являются полиномами по p_1^2 и/или p_2^2 и исчезают после применения к (2), описанной в⁷ процедуры Бореля по p_1^2, p_2^2 :

$$\Phi_i(M_1^2, M_2^2; Q^2) = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{ds_1}{M_1^2} \int_0^\infty \frac{ds_2}{M_2^2} \rho(s_1, s_2; q^2) e^{-\frac{s_1}{M_1^2} - \frac{s_2}{M_2^2}}, \quad (3)$$

где $Q^2 = -q^2$, а Φ_i – (двойной) борелевский образ амплитуды T_i . Чтобы не вносить асимметрию между начальным и конечным состояниями, мы полагаем $M_1 = M_2 = M$, после чего имеет смысл переписать (3) в виде интеграла по $s \equiv s_1 + s_2$ и $\xi = s_1/s$.

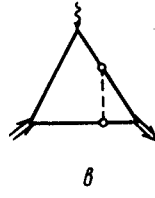
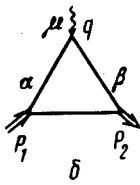
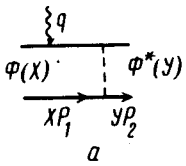


Рис.1

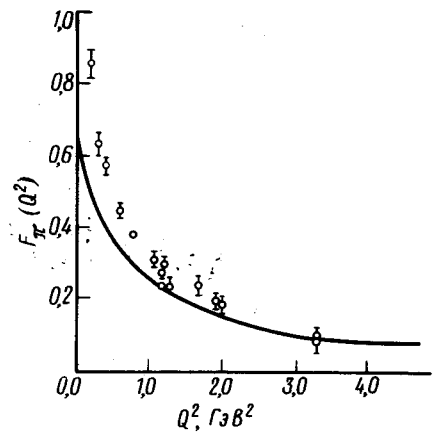


Рис.2.

Наиболее важная для анализа формфактора пиона инвариантная амплитуда (обозначаемая в дальнейшем $\Phi(M^2, Q^2)$) связана со структурой $P^\mu P^\alpha P^\beta$, где $P = p_1 + p_2$. Ее легко выделить, сворачивая $T^{\mu\alpha\beta}$ с $n_\alpha n_\beta n_\mu$, где n — светоподобный вектор, обладающий свойствами $n^2 = 0$, $(n p_1) = (n p_2) \neq 0$, $(n q) = 0$. В пренебрежении массами кварков ($m_{u,d} \lesssim 10 \text{ МэВ} \ll \mu_0$) диаграмма 1, б дает в Φ вклад

$$\begin{aligned} \Phi^{(1b)}(M^2, Q^2) &= \frac{3}{4\pi^2 M^2} \int_0^1 x(1-x) \exp\left\{-\frac{Q^2}{2M^2} \frac{x}{1-x}\right\} dx = \\ &= \frac{1}{2\pi^2 M^4} \int_0^\infty \frac{s^2(2s+3Q^2)}{(2s+Q^2)^3} e^{-\frac{s}{M^2}} ds. \end{aligned} \quad (4)$$

В первом представлении переменная x имеет смысл доли импульса пиона, приходящейся (в системе бесконечного импульса) на пассивный кварк. Это представление наиболее удобно при анализе поведения $\Phi^{(1b)}$ при $Q^2 \rightarrow \infty$ и $Q^2 \rightarrow 0$. Вторая форма записи вклада $\Phi^{(1b)}$ имеет вид спектрального представления (3), в котором выполнено интегрирование по ξ . Относительно спектральной плотности $\rho(s_1, s_2; q^2)$ мы принимаем стандартный для используемого нами подхода ⁷ анзац, что ρ есть сумма резонансного (пионного) вклада и "фона", который, начиная с некоторого $s-s_0$ совпадает со свободным значением ¹⁾, которое мы берем в форме, диктуемой (4):

$$\rho(s_1, s_2; q^2) = \pi^2 f_\pi^2 F_\pi(Q^2) \delta(s_1 - m_\pi^2) \delta(s_2 - m_\pi^2) + \theta(s - s_0) \frac{s(2s+3Q^2)}{2(2s+Q^2)^3}. \quad (5)$$

Одним из важных достижений метода КХД правил сумм является то, что интервал дуальности s_0 не является свободным параметром, а определяется степенными по $1/M^2$ поправками к (4). Учитывая вклады, пропорциональные $\langle a_s^\mu G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a \rangle \cong 0,012 \text{ ГэВ}^4$ и $a_s \langle \bar{q}q \rangle^2 = 1,83 \cdot 10^{-4} \text{ ГэВ}^6$ (численные значения взяты из ⁷) и используя (3) — (5), приходим к следующему представлению для формфактора

$$\begin{aligned} f_\pi^2 F_\pi(Q^2) &= -\frac{M^2 s_0^2}{2\pi^2} \frac{(2s_0+3Q^2)}{(2s_0+Q^2)^3} \exp\left(-\frac{s_0}{M^2}\right) + \frac{3M^2}{4\pi^2} \int_0^{2s_0/(2s_0+Q^2)} x(1-x) \times \\ &\times \exp\left\{-\frac{Q^2}{2M^2} \frac{x}{1-x}\right\} dx + a_s \langle G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a \rangle / (12\pi M^2) + \frac{176\pi a_s \langle \bar{q}q \rangle^2}{81M^4} \left(1 - \frac{2}{11} \frac{Q^2}{M^2}\right). \end{aligned} \quad (6)$$

¹⁾ Идея такого выбора была подсказана нам Б.Л.Иоффе.

Физическая величина ($F_{\pi}(Q^2)$) не должна, очевидно, зависеть от вспомогательного параметра M^2 , выбор которого целиком в наших руках. Нетрудно установить, что при достаточно больших M^2 зависимость правой части (6) от M^2 очень слабая, но значение параметра M^2 , при котором устанавливается асимптотический режим, зависит от s_0 . Если принять, что "истинным" s_0 является то, при котором область нечувствительности к изменению M^2 наиболее широкая, то для $Q^2 = 2 \text{ ГэВ}^2$ этот критерий дает $s_0 = 1,0 \text{ ГэВ}^2$, что находится в прекрасном согласии со значением $s_0 = 1,05 \text{ ГэВ}^2$, найденным из требования, что площадь нашего "треугольника дуальности" (равная, согласно (5), $s_0^2/2$) должна совпадать с $(s_0^{svz})^2$, где $s_0^{svz} \cong 0,75 \text{ ГэВ}^2$ — интервал дуальности для двухточечной амплитуды, вычисленный в ⁷.

При выборе M^2 следует учитывать, что с увеличением M^2 вклад степенных поправок в (6) падает, но растет вклад фона (который учитывается в (5) приближенно) и, наоборот, с уменьшением M^2 вклад фона падает, а степенные поправки растут. Исходя из этого, мы выбираем минимально возможное M^2 , при котором степенные поправки (для $Q^2 = 2 \text{ ГэВ}^2$) не превышают 30% от основного вклада. Это дает $M^2 = 1,8 \text{ ГэВ}^2$.

Представление (6) применимо не при любых Q^2 . В области $Q^2 \lesssim m_{\rho}^2 = 0,6 \text{ ГэВ}^2$ потенциально опасны степенные поправки по $1/Q^2$, что устанавливает нижнюю границу $Q_{min}^2 = 0,6 \text{ ГэВ}^2$. С другой стороны, при $Q^2 \rightarrow \infty$ основной вклад в $\Phi^{(1\beta)}(Q^2, M^2)$ дает область $x \sim M^2/Q^2$, в которой пассивный кварк имеет виртуальность $k^2 \sim M^4/Q^2$. Поэтому при $Q^2 > M^4/m_{\rho}^2$ (т.е. для $Q^2 \gtrsim M^4/m_{\rho}^2 = 5 \text{ ГэВ}^2$) следует ожидать больших поправок типа Q^2/M^2 . Действительно, амплитуда $\Phi^{(1\beta)}(Q^2, M^2)$ ведет себя при $Q^2 \rightarrow \infty$ как $1/Q^4$ тогда как, скажем, $O(<G^2>)$ — вклад не зависит от Q^2 (см. (6)). Вследствие этого степенные поправки в (6) (которые при $Q^2 = 2 \text{ ГэВ}^2$ составляют 30%) при $Q^2 = 6 \text{ ГэВ}^2$ достигают почти 100% и необходимо учитывать также и следующие (если не все) члены разложения по $1/M^2$. Сравнение теоретической кривой (6) (при $s_0 = 1 \text{ ГэВ}^2, M^2 = 1,8 \text{ ГэВ}^2$) с имеющимися экспериментальными данными⁸ дано на рис.2.

В принципе, кроме степенных, необходимо учитывать и обычные пертурбативные поправки (рис.1, в). Однако, их вклад подавлен множителем a_s/π и при $Q^2 \lesssim 10 \text{ ГэВ}^2$ составляет, по нашим оценкам, около 10%. Однако, при $Q^2 \rightarrow \infty$ вклады диаграмм типа рис. 1, в имеют поведение $1/Q^2$, соответствующее правилам кваркового счета⁴ и асимптотическому КХД анализу¹⁻³.

Мы благодарны А.В.Ефремову за стимулирующие обсуждения, а также Б.М.Барбашову и В.А.Мещерякову за интерес к работе и поддержку. В процессе исследований нам стало известно, что формфактор пиона анализируется близкими методами Б.Л.Июффе и А.В.Смильгой, которым мы признательны за плодотворные дискуссии.

Литература

1. Efremov A.V., Radyushkin A.V. Phys. Lett., 1980, 94B, 245.
2. Brodsky S.J., Lepage G.P. Phys. Rev., 1980, D22, 2157; Mueller A.H. Phys. Reports, 1981, 73, 237.
3. Черняк В.Л. Материалы XV Зимней школы ЛИЯФ, Ленинград, 1980, 1, 65.
4. Matveev V.A., Muradyan R.M., Tavkhelidze A.N. Lett. Nuovo Cim., 1973, 7, 719; Brodsky S.J., Farrar G.R. Phys. Rev. Lett., 1973, 31, 1153.
5. Диттес Ф.М., Радюшкин А.В. ЯФ, 1981, 34, 529.
6. Радюшкин А.В. Препринт ОИЯИ, P2-80-687, Дубна, 1980.
7. Shifman M.A., Vainshtein A.I., Zakharov V.I. Nucl. Phys., 1979, B147, 385, 448.
8. Bebek C. et al. Phys. Rev., 1978, D17, 1693.