

СВЯЗАННЫЕ СОСТОЯНИЯ СОЛИТОНОВ В ДЛИННЫХ ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ КОНТАКТАХ

Ю. С. Гальперн, А. Т. Филиппов

Показано, что в длинном джозефсоновском контакте с локальными неоднородностями могут существовать устойчивые локализованные состояния флюксонов и качественно исследован их спектр. Изменением внешнего магнитного поля на краю контакта можно не только плавно управлять этими состояниями, но и скачком переводить их в другие вблизи точек бифуркации спектра.

Взаимодействие солитонов (флюксонов) в длинных джозефсоновских контактах (ДДК) с неоднородностями представляет значительный интерес для приложений¹⁻³, но теоретически изучено недостаточно. Точно решена задача о статических распределениях магнитного потока $\Phi(x)$ в однородном ДДК конечного размера⁴ и по теории возмущений (ТВ) рассмотрено взаимодействие флюксона с неоднородностью типа отталкивающего барьера^{1,3}. В этой статье показано, что при наличии притягивающих неоднородностей возникают статические состояния ДДК (т. е. распределения $\Phi(x)$) нового типа, обладающие интересными для приложений физическими свойствами. Методами ТВ их получить нельзя.

Распространение флюксонов в ДДК описывается, как известно, уравнением ($\phi_{xx} = \partial^2 \phi / \partial x^2$ и т. д.)

$$L(L^{-1}\phi_x)_x - LC\phi_{tt} - \lambda_J^2(x)\sin\phi = \bar{\alpha}\phi_t - \beta\phi_{xx} + \bar{\gamma}, \quad (1)$$

где $\phi(x, t) = 2\pi\Phi(x, t)/\Phi_0$, Φ_0 — квант потока, $\lambda_J^2 = \Phi_0/2\pi I_0$, L , C , I_0 — соответственно индуктивность, емкость и критический ток Джозефсона, отнесенные к единице длины; параметры $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ описывают диссипацию, а $\bar{\gamma}$ — внешний ток (подробное описание ДДК, вывод уравнения и стандартные обозначения см. в¹). Уравнение (1) необходимо дополнить граничными условиями. Например, для бесконечного контакта $\phi(\pm\infty, t) = 2\pi N_{\pm}$, N_{\pm} — целые; для полубесконечного контакта ($0 \leq x < +\infty$): $\phi_x(0, t) = h_0$, $\phi(+\infty, t) = 2\pi N_+$, где h_0 — внешнее поле на конце контакта. Рассмотрим неоднородности, определяемые локальным изменением $\lambda_J(x)$ на интервалах, малых по сравнению с величиной λ_J на однородных участках. Их можно создать, локально изменяя I_0 при постоянном значении L . В этом случае статическое ($\phi_t \equiv 0$) состояние контакта при $\bar{\gamma} = 0$ можно описать уравнением

$$\phi'' = \left\{ 1 - \sum_{i=1}^n \mu_i \delta(x - x_i) \right\} \sin\phi, \quad x_i < x_{i+1}, \quad (2)$$

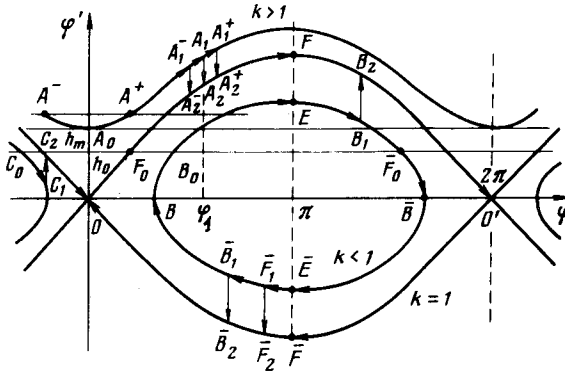
где $\phi' = \phi_x$, $\phi'' = \phi_{xx}$, и за единицу длины принято λ_J . При $\mu_i < 0$ (увеличение I_0) неоднородность называют микрозакороткой, а при $\mu_i > 0$ (уменьшение I_0) назовем неоднородность микросопротивлением и будем в дальнейшем считать, что $\mu_i < 1$. На языке ТВ можно сказать, что микрозакоротка отталкивает флюксон, а микросопротивление — притягивает.

Используя известные точные решения уравнения (2) на однородных участках⁴ и условия на скачки магнитного поля ϕ' в точках x_i , можно свести решение задачи (2) с произвольными граничными условиями к определению корней трансцендентного уравнения, в общем случае очень сложного. Каждому из корней соответствует некоторое состояние ДДК, а число корней нетривиально зависит от параметров x_i , μ_i , h_0 . При изменении этих параметров могут порождаться новые состояния (явление бифуркации). При этом в энергетическом спектре, определяемом из

$$\mathcal{E} = \sum_{i=0}^n \int_{x_i}^{x_{i+1}} dx [\phi'^2/2 + 2\sin^2(\phi/2)] - \sum_{i=1}^n 2\mu_i \sin^2(\phi(x_i)/2), \quad (3)$$

появляются новые ветви, соответствующие возникновению по крайней мере двух вырожденных по энергии решений (простейшие примеры этого явления были рассмотрены в^{5,6}

на другой модели). Несколько состояний с наименьшей энергией обычно стабильны относительно малых флуктуаций и могут существовать неограниченно долго. Для приложений особенно интересна возможность плавного управления такими состояниями, например, посредством изменения магнитного поля h_0 вдали от бифуркаций, и резкого переключения (срыва) в состояние с меньшей энергией в точке бифуркации. Подробное изложение будет опубликовано в отдельной работе, а здесь обсудим простейшие примеры, на которых основные эффекты можно понять наглядно.



Качественный характер состояний ДДК удобно исследовать на диаграмме (ϕ, ϕ') , см. рисунок, используя сохранение на однородных участках величины

$$\phi'^2/4 - \sin^2(\phi/2) = k^2 - 1 = \epsilon. \quad (4)$$

Состояние описывается кривой на рисунке, состоящей из кусков с постоянными значениями k . В точках x_i поле ϕ' скачком меняется на величину $-\mu_i \sin\phi(x_i)$, и соответственно скачком меняется k . На однородном участке решение можно записать в виде $\cos(\phi/2) = -k \operatorname{sn}(x + x_0, k)$, где sn — эллиптический синус Якоби ⁷. Для бесконечного контакта с одним микросопротивлением μ_1 в точке $x = x_1 = 0$ существуют, помимо $\phi \equiv 0$, лишь решения, соответствующие кривым OFO' ; $O'\bar{F}O$, описывающие связанное состояние неискаженного флюксона или антифлюксона, локализованного в точке $x = 0$ ($\phi(0) = \pi$), с энергией $\mathcal{E}_0 - 2\mu_1$, где \mathcal{E}_0 — энергия свободного покоящегося флюксона. Подобные состояния существуют и в конечном ДДК (кривые $BE\bar{B}$ и $\bar{B}E\bar{B}$ на рисунке). Для микроразоротки такие решения формально существуют, но соответствующие им состояния нестабильны — флюксон отталкивается и уходит от микроразоротки. Уже на этом простом примере видны существенные преимущества микросопротивлений перед микроразоротками с точки зрения перспективы их применения для хранения и переключения флюксонов в ДДК (ср. ^{1,2}). Флюксон можно точно локализовать вблизи микросопротивления, причем положение его центра стабильно относительно флуктуаций, а возникающие осцилляции имеют малую амплитуду и быстро гасятся. Напротив, флюксон, захваченный между двумя микроразоротками, может колебаться вблизи положения равновесия с заметной амплитудой, и для подавления осцилляций нужно увеличивать параметры $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$, что ухудшает характеристики ДДК. Аналогичными свойствами обладают локализованные состояния и в более сложных системах с микросопротивлениями.

Сверх этого, в них возникают и другие явления, которые мы рассмотрим на примере полубесконечного контакта с микросопротивлением μ_1 в точке x_1 . Если $h_0 = 0$, то, помимо основного состояния $\phi \equiv 0$, возможны лишь состояния типа BB_1B_2O' и $\bar{B}\bar{B}_1\bar{B}_2O$, которые возникают при достаточно большом $x_1 \geq x_m(\mu_1)$, и x_m является точкой бифуркации. (При дальнейшем увеличении x_1 появляются решения с осцилляциями магнитного поля в интервале $0 < x < x_1$). Состояния такого типа существуют и при $h_0 \neq 0$ ($B_0B_1B_2O'$; $\bar{F}_0\bar{F}_1\bar{F}_2O$). Заметим, что при этом вырождение по энергии состояний солитонного и антисолитонного типа снимается, и энергия антисолитонного состояния $\bar{F}_0\bar{F}_1\bar{F}_2O$ может быть

и меньше энергии солитонного состояния $B_0 B_1 B_2 O'$. Если $h_0 = 2/\text{ch} x_1$, то может существовать стабильное связанное состояние флюксона $F_0 F O$, для которого $\phi(x_1) = \pi$, и которое локализовано в точке x_1 . При изменении h_0 оно плавно переходит в состояния типа $B_0 B_1 B_2 O'$ или $A^+ A_1^+ A_2^+ O'$. Чтобы показать, как может возникнуть срыв, заметим, что упомянутое выше трансцендентное уравнение в данном случае имеет вид

$$k_0 \text{sn}(x_1 + x_0, k_0) = c(k_0) \equiv \cos(\phi(x_1)/2), \quad (5)$$

где $c(k_0)$ – решение уравнения скачка ϕ' в точке x_1

$$\mu_1 c(1 - c^2)(2 + \mu_1 c) = 1 - k_0^2 \equiv -\epsilon, \quad |c| \leq 1, \quad (6)$$

а x_0 исключается с помощью граничного условия $h_0 = 2k_0 \text{sn}(x_0, k_0)$. Каждому корню $k_0(x_1, \mu_1, h_0)$ соответствует состояние, энергию которого легко вычислить с помощью (3) и (4), учитывая, что $k = k_0$ при $x < x_1$ и $k = 1$ при $x > x_1$. Уравнение (6) имеет два корня c_{\pm} , если $|\epsilon| < \epsilon_m$, где $\epsilon_m = \epsilon(c_m)$, а c_m – корень уравнения $d\epsilon/dc_m = 0$. При $\epsilon = \pm \epsilon_m$ оба корня сливаются, а при $|\epsilon| > \epsilon_m$ исчезают. Значению $k_0^2 = k_m^2 = 1 + \epsilon_m$ соответствует нетривиальная точка бифуркации по h_0 при $h_0 = h_m$, если $\phi(0) = \pi$, так что полный поток через контакт точно равен кванту потока Φ_0 . Если μ_1 и x_1 таковы, что при $h_0 = h_m$ есть состояние $A_0 A_1 A_2 O'$, соответствующее $k_0 = k_m$, то при $h_0 > h_m$ оно расщепляется на $A^+ A_1^+ A_2^+ O'$ и $A^- A_1^- A_2^- O'$, а при $h < h_m$ происходит срыв. Аналогично можно найти бифуркацию, при которой исчезает решение $C_0 C_1 C_2 O$ с минимальной энергией и магнитным полем. Она возникает, когда, при увеличении h_0 , полный поток достигает значения $\Phi_0/2$ (состояние типа $E B_1 B_2 O'$).

Таким образом, важнейшее отличительное свойство ДДК с микросопротивлениями – существование жестко локализованных связанных состояний магнитного потока. Эти состояния можно попытаться наблюдать непосредственно, измеряя распределение $\Phi(x)$ вдоль ДДК, или косвенно по осцилляциям связанного флюксона, вызванным малыми внешними возмущениями. Основная частота этих осцилляций ω_0 зависит лишь от μ_i, x_i, h_0 (например, для состояния $F_0 F O'$ при малом h_0 : $\omega_0 \sim \sqrt{\mu_1/2}$). Существование связанных состояний и наличие бифуркаций по h_0 определяет отличие зависимости максимального джозефсоновского тока $I_m(h_0)$ от аналогичной зависимости для однородного ДДК⁴. Срыв в точке бифуркации при медленном изменении h_0 может приводить к СВЧ излучению. Характеристики всех описанных эффектов определяются параметрами статических решений. Представляет интерес также изучение ВАХ и СВЧ свойств такой системы. Для их расчета необходимо исследовать решения нестационарного уравнения (1) с учетом найденных статических решений.

Литература

1. Парментье Р., Мак-Лафлин Д., Скотт Э. Сб. "Солитоны в действии", М.: изд. Мир, 1981 г.
2. Fulton T.A., Dunes R.C., Anderson P.W. Proc. IEEE, 1973, 61, 28.
3. Fogel M.B., Trullinger S.E., Bishop A.R., Krumhansl J.A. Phys. Rev., 1977, B15, 1578.
4. Owen C.S., Scalapino D.J. Phys. Rev., 1967, 164, 538.
5. Филиппов А.Т. ЭЧАЯ, 1980, 11, 735.
6. Расизаде О.Ш. ТМФ, 1981, 48, 197; 1981, 49, 36.
7. Справочник по специальным функциям. Под ред. Абрамовича М. и Стиган И. М.: Наука, 1979.

Поступила в редакцию
25 февраля 1982 г.
После переработки
20 апреля 1982 г.