МАССА t -КВАРКА И ЧИСЛО КВАРК-ЛЕПТОННЫХ ПОКОЛЕНИЙ

З.Г.Бережиани, Дж.Л.Чкареули

В $SU(5)$ -модели великого объединения с "горизонтальной" $SU(3)$-симметрией между кварк-лептонными поколениями вычислены массы кварков d, s, b, углы смешивания Кобаяши – Маскавы и предсказывается (из $K_L - K_S$ разности масс) масса t- кварка. В модели с тремя поколениями кварков $m_t = 200$ (600) ГэВ, в модели с шестью поколениями – $m_t =$ = 20 (40) ГэВ. Массы нижних кварков d, s, b меняются при этом незначительно.

Существование трех идентичных кварк-лептонных поколений

$$(u,\ d,\ \nu_e,\ e),\ (c,\ s,\ \nu_\mu,\ \mu),\ (t\,?,b,\ \nu_\tau,\ \tau) \tag{1}$$

возможно является отражением дополнительной "горизонтальной" $SU(3)$-симметрии между поколениями, точной на очень малых расстояниях. Мы рассмотрим два варианта $SU(5) \otimes SU(3)_H$-модели: *(А)* модель с тремя поколениями кварков и лептонов (в духе стандартной $SU(5)$ [1]) и *(Б)* модель с шестью поколениями типа (1) (как предсказывает $SU(8)$-симметрия с составными кварками и лептонами [2]).

Фермионный сектор модели A образуют мультиплеты (левоспиральное наполнение, значок L опущен)

$$\psi^{ia}\ (\bar{5},\bar{3}),\ \psi^{a}_{[ij]}\ (10,\bar{3}),\ \psi^{(N)}_{a}\ (1,3), \tag{2}$$

где $i, j, k = 1, \dots, 5$ (индексы $SU(5)$); $a, \beta, \gamma = 1, 2, 3$ (индексы $SU(3)$; $N = 1, \dots, 15$. Первые два мультиплета в (2) отвечают поколениям (1); остальные пятнадцать полей $\psi^{(N)}_{a}$ введены для того, чтобы сделать теорию свободной от аномалий также и по горизонтальной группе $SU(3)_H$. Они получают большие майорановские массы (см. ниже) и не влияют на наблюдаемый спектр кварков и лептонов (1).

Скаляры $SU(5) \otimes SU(3)$ включают скаляры стандартной $SU(5)$

$$\Phi^{i}_{j}\ (24,1),\ H_{i}\ (5,1) \tag{3}$$

вызывающие "развал" $SU(5)$ к $SU(3)_c \otimes U(1)_{EM}$, скаляры

$$\xi_{a}\ (1,3),\ \eta_{a}\ (1,3),\ \chi_{\{a\beta\}}(1,6) \tag{4}$$

вакуумные средние (ВС) которых разрушают $SU(3)_H$ и утяжеляют горизонтальные фермионы $\psi^{(N)}_{a}$ и, наконец, скаляры

$$\omega_{i\{a\beta\}}(5,6),\ \rho^{i}_{\{a\beta\}}(\bar{5},6),\ \zeta^{ia}\ (\bar{5},\bar{3}),\ \sigma^{[ij]a}_{k}\ (\overline{45},\bar{3}), \tag{5}$$

которые через юнавские связи общего вида (G, $G_{1\,2\,3}$ – константы)

$$G\psi^{a}_{[ij]}C\psi^{\beta}_{[kl]}\ \omega_{m\{a\beta\}}\epsilon^{ijklm},\quad C = i\gamma_2\gamma_0\ , \tag{6}$$

$$\psi^{ia}C\psi^{\beta}_{[jk]}\ \left[G_1\,\delta^{j}_{i}\ \rho^{k}_{\{a\beta\}} + \epsilon_{a\beta\gamma}\left(G_2\,\delta^{j}_{i}\,\zeta^{k\gamma} + G_3\sigma^{[jk]\gamma}_{i}\right)\right] \tag{7}$$

генерируют массовые матрицы для верхних кварков $U = (u,\ c,\ t)$ (6) и нижних кварков $D = (d,\ s,\ b)$ и лептонов $L = (e,\ \mu, \tau)$ (7).

Поля Φ^{i}_{j} развивают большие ВС ($V \sim 10^{15}$ ГэВ) и задают основную "вертикальную" шкалу $SU(5)$. Условие "великой" иерархии для скаляра H_i $-$ $\mathrm{v} = O\ (10^{-13})\ V$ мы примем, как это принимается в стандартной $SU(5)$ [1]. Все другие скаляры свободны от него, и потому их массы через члены взаимодействия с полем Ф естественно "подтягиваются" до шкалы V. Поэтому в общем случае шкала нарушения $SU(3)_H$ – горизонтальная шкала V_H – задаваемая скалярами (4), $\mathrm{V}_H \sim \mathrm{V}$. Структура их ВС [3] всегда может быть выбрана так, чтобы

$$<\xi_{a}> = p\delta_{a1},\ <\eta_{a}> = q\ \delta_{a3}\ ,\ <\chi_{\{a\beta\}}> = \mathrm{diag}(0,0,r_3)_{a\beta} \tag{8}$$

с "мягкой" иерархией величин ВС $\dfrac{r_3}{p} \sim \dfrac{p}{q} \sim 5 \div 10$, $r_3 \equiv \mathrm{V}_H$. Легко тогда видеть, что перекрестные связи полей ξ, η и χ в полиноме Хиггса, линейные по компонентам χ_{11} и χ_{22} поля χ (h_1, h_2 – константы)

$$\widetilde{P}(\xi, \eta, \chi) = [\ h_1\,\xi_{a}\xi_{a'} + h_2\,\eta_{a}\eta_{a'}\,]\,\chi_{\{\beta\beta'\}}\,\chi_{\{\gamma\gamma'\}}\,\epsilon^{a\beta\gamma}\epsilon^{a'\beta'\gamma'} + h.c. \tag{9}$$

вызовут у поля χ ВС и на компоненте $<\chi_{22}> \equiv r_2$, а на следующем этапе (уже после появления r_2) – и на компоненте $<\chi_{11}> \equiv r_1$. При этом будем иметь

$$r_2 \sim h_1\,\frac{p^2 r_3}{m^2_\chi} \sim O\left[h_1\left(\frac{p}{r_3}\right)\right]p,\ \ r_1 \sim h_2\,\frac{q^2 r_2}{m^2_\chi} \sim O\left[h_2\left(\frac{q}{r_3}\right)^2\right]r_2\ , \tag{10}$$

что окончательно задает полную горизонтальную иерархию ВС

$$| r_3 | >> | p | >> | q | \sim | r_2 | >>> | r_1 | . \qquad (11)$$

Что же касается скаляров (5), генерирующих массы кварков и лептонов, то их ВС будут порядка $O(v)$, хотя квадраты их масс положительны и порядка $O(V^2)$. Действительно, в полном потенциале Хиггса полей (3) – (5) с необходимостью присутствуют связи, содержащие поля (5) линейно (k_ω – константа).

$$\widetilde{P}(\Phi, H, \chi; \omega) = k_\omega \Phi^i_j \tilde{H}^j \bar{\chi}^{\{\alpha\beta\}} \omega_{i\{\alpha\beta\}} + h.c. \qquad (12)$$

и аналогичные связи для полей ρ, ζ и σ. Легко теперь видеть, что величины ВС полей (5) имеют естественный порядок

$$< \omega_{i\{\alpha\beta\}} > \cong \delta^5_i \frac{k_\omega < \Phi^5_5 >< \chi^{\{\alpha\beta\}} > v}{m^2_\omega} \sim O(v). \qquad (13)$$

Подставляя эти ВС в юкавские связи (6) и (7), получаем массовые матрицы

$$M_U = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix} \quad M_D = \begin{pmatrix} O(C_1), & A, & 0 \\ A, & C_2 e^{i\lambda}, & B \\ 0, & -B, & C_3 \end{pmatrix}, \quad M_L = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} O(C_1), & A, & 0 \\ A, & C_2 e^{i\lambda}, & -3B \\ 0, & -3B, & C_3 \end{pmatrix} \qquad (14)$$

со "ступенчатой" иерархией в матрицах нижних кварков M_D и лептонов M_L : $C_3 >> B >> \, >> A \sim C_2 >>> C_1$ (см. (11)). Параметр $r(\mu)$ в матрице M_L – фактор относительной перенормировки масс кварков и лептонов от их значений в точной $SU(5)$ к нашим энергиям μ [1]. Для $\mu = 10$ ГэВ двухпетлевое приближение в r [4] дает

$$r^{(3)} \cong 2{,}7, \quad r^{(6)} \cong 7{,}5 \quad (\alpha_s (10 \text{ Гэв}) \cong 0{,}14) \qquad (15)$$

для трех и шести поколений кварков, соответственно.

Диагонализация матриц M_D и M_L приводит к массовым формулам

$$m_b \cong r(m_\tau - m_\mu) \; m_d m_s \cong r^2 m_e m_\mu \qquad (16)$$

и матрице Кобаяши – Маскавы с углами θ_i ($i = 1, 2, 3$; $\sin\theta_i \equiv s_i$) и CP-фазой δ

$$s_1 \cong \sqrt{\frac{m_d}{m_s}}, \quad s_2^{(\pm)} \cong \left[\frac{m_\mu}{m_\tau} \pm \frac{m_s}{m_b}\right]^{1/2}, \quad s_3^{(\pm)} \cong \frac{m_s}{m_b} s_2^{(\pm)}, \quad \sin\delta \sim \sin\lambda, \qquad (17)$$

где $s^{(\pm)}_{2,3}$ отвечают двум возможным решениям $\cos\lambda \approx \pm 1$. Массы кварков (в МэВ), следующие из формул (15), (16) (при $\frac{m_d}{m_s} = s_1^2 \approx \sin^2\theta_C = 0{,}05$), равны

$$m_b \approx 4400, \quad m_s \approx 140, \quad m_d \approx 7 \quad (r^{(3)}(1 \text{ ГэВ}) \cong 4{,}1) \qquad (18)$$

в хорошем согласии с опытом [1]. Зная s_2 и s_3 – массу t-кварка, а также CP-фазу δ, можно получить из вклада кварка t в $K^\circ - \bar{K}^\circ$ переходы [1] – в разность масс K_L - и K_S-мезонов

$(\Delta_{LS} = 5 \circ 10^9\ c^{-1})$ и в $K_1 - K_2$ смешивание $(\epsilon = 2{,}3 \circ 10^{-3})$:

$$m_t^{(\pm)} \cong \begin{cases} 200 \\ 600 \end{cases} \text{Гэв},\ (m_c = 1{,}3\ \text{Гэв});\ \sin\delta \cong 0{,}1. \qquad (19)$$

Столь большая масса кварка t, по-видимому, неприемлема [5,6]

Перейдем теперь к модели *Б* с шестью поколениями кварков и лептонов [2]

$$\psi_L^{ia},\ \psi^a_{[ij]L};\ \Psi_R^{ia},\ \Psi^a_{[ij]R}, \qquad (20)$$

где первые два мультиплета содержат поколения (1), а "правые" Ψ-мультиплеты – три новых поколения с массами ~ 0 (100) ГэВ и $(V + A)$-структурой слабого взаимодействия (аномалий нет). Поколения ψ_L и Ψ_R, построенные соответственно из "левых" и "правых" преонов, не смешиваются между собой [1)], что позволяет массовые матрицы поколений (1) рассматривать независимо. Однако, сам факт существования шести семейств кварков приводит к большому значению $r = r^{(6)}$ (см. (15), делая массовые формулы (16) непригодными. Если, однако, в скалярах ρ, ζ и σ (5), генерирующих массовые матрицы M_D и M_L, изменить только $SU(5)$-структуру (оставляя горизонтальную $SU(3)_H$-структуру полей неизменной – все 5-плеты заменить на 45-плеты и наоборот – то из-за вида ВС 45-плетов мы, не меняя матрицы M_D, получим вместо матрицы $M_L^{(3)}$ (14) новую матрицу $M_L^{(6)}$, при этом $M_L^{(6)} = M_L^{(3)}\left(r \to \frac{r}{3},\ B \to \frac{B}{3}\right)$. Аналогично вместо соотношений (16) будем теперь иметь

$$m_b \cong \frac{r}{3}(m_\tau + m_\mu),\ m_d m_s \cong \frac{r^2}{9} m_e m_\mu \qquad (21)$$

дающих $(r = r^{(6)})$ практически те же значения масс кварков (18), и вместо углов (17) – углы

$$S_1 = s_1,\ S_2^{(\pm)} = 3 s_2^{(\pm)},\ S_3^{(\pm)} = 3 s_3^{(\pm)}, \qquad (22)$$

приводящие для тех же значений Δ_{LS} и ϵ к массе t-кварка, равной $m_t = 20$ (40) ГэВ для $\cos\delta \approx 1$ (-1) и $\sin\delta \cong 0{,}1$ (по-прежнему)

Мы признательны А.А.Ансельму, О.В.Канчели и К.А.Тер-Мартиросяну за полезные обсуждения.

Литература

1. *Окунь Л.Б.* Лептоны и кварки. М.: Наука, 1981.
2. *Чкареули Дж.Л.* Письма в ЖЭТФ, 1980, 32, 684; ЯФ, 1982 (в печати)
3. *Li L.F.* Phys. Rev., 1974, D9, 1723.
4. *Nanopoulos D.V., Ross D.A.* Nucl. Phys., 1979, B157, 273.
5. *Ансельм А.А.* Письма в ЖЭТФ, 1979, 29, 645.
6. *Nanopoulos D.V., Ross D.A.* CERN preprint, 1981, TH-3173.
7. *Чкареули Дж.Л.* Письма в ЖЭТФ, 1982, 35, 34.

Институт физики
Академии наук Грузинской ССР

Поступила в редакцию
3 мая 1982 г.

---

1) Очень малое смешивание ψ_L и Ψ_R будет вызывать гравитация [7], так что стабильных состояний в Ψ_R-мультиплетах нет.