Письма в ЖЭТФ, том 35, вып. 12, стр. 501–503 *20 июня 1982 г.*

УДЕРЖАНИЕ ТОРОИДАЛЬНО ЗАПЕРТЫХ ЧАСТИЦ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ В ГОФРИРОВАННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

П.Н.Юшманов

Показано, что совместное действие кулоновских столкновений и динамической стохастизации траекторий приводит к существенным потерям банановых частиц с энергией ~ 100 кэВ. Это ограничивает допустимую величину гофрировки при инжекции значением $\delta \sim 0,3\%$.

Для нагрева плазмы в токамаках следующего поколения предполагается использовать инжекцию пучков нейтральных атомов под углами $70 - 80^\circ$ к основному магнитному полю [1]. После ионизации эти частицы захватываются на банановые траектории и образуют горячую компоненту с энергией 100 – 200 кэВ. Эффективность нагрева плазмы пучком будет определяться эффективностью удержания этих ионов, которая, в свою очередь, во многом определяется гофрировкой тороидального магнитного поля.

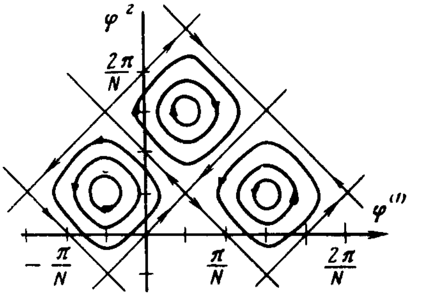
Анализ потерь ионов, основанный на бананово-дрейфовом кинетическом уравнении [2], предсказывает в области энергий $w \sim 30$ кэВ стабилизацию гофрировочного коэффициента диффузии, который при меньших энергиях рос $\sim w^{3/2}$ [3]. При $w > 30$ кэВ гофрировочные потери горячих банановых частиц даже уменьшались, что приводило к весьма оптимистичным оценкам максимально допустимой гофрировки магнитного поля $\delta = (B_{max} - B_{min})/(B_{max} + B_{min}) \sim 1\%$. Известно, однако, что если энергия ионов достигает $10^6 - 10^7$ эВ, то их перенос снова возрастает из-за динамической стохастизации траекторий, достигая величины рипл-плато диффузии $D^{RP} \sim \rho_\theta^2 N\delta^2 v/R\epsilon^{1/2}$ [4], где $\rho_\theta = vq/\epsilon\omega_B$ – ларморовский радиус по полю тока, N – число катушек продольного поля, R – большой радиус тора, $\epsilon = r/R$, q – коэффициент запаса устойчивости.

Чтобы устранить указанное рассогласование и правильно определить потери частиц с энергией $\gtrsim 10^5$ эВ необходимо, во-первых, пересмотреть бананово-дрейфовый перенос, поскольку при таких энергиях за время одного оборота по банановой траектории $\tau_b \sim qR/v\epsilon^{1/2}$ орбита частицы прецессирует на расстояние $\sim \tau_b U_{TOR}$ ($U_{TOR} \sim v^2 q/R\omega_B \epsilon$ – скорость тороидальной прецессии) бóльшее расстояния между катушками, поэтому само бананово-дрейфовое кинетическое уравнение становится неприменимым, во-вторых, в рассмотрение необходимо включить эффекты, приводящие к динамической стохастизации траекторий.

Определим сначала потери банановых частиц высоких энергий без учета эффекта динамической стохастизации. Гофрировка тороидального поля возмущает банановую траекторию, причем особенно эффективно вблизи точек $v_\parallel = 0$. В результате вершина банановой траектории смещается за один оборот на расстояние

$$d \sim \frac{v\delta N^{1/2}}{\omega_B}\left(\frac{q}{\epsilon}\right)^{3/2} (\cos N\phi^{(1)} + \cos N\phi^{(2)}), \qquad (1)$$

где $\phi^{(1)}$ и $\phi^{(2)}$ – тороидальные углы в точках отражения [3]. На следующем обороте из-за прецессии орбиты фазы смещения $N\varphi$ получают приращения $\beta = N\tau_b U_{TOR}/R$. Поэтому радиальное смещение банановой орбиты за несколько оборотов составляет $\Delta r_\beta = \Sigma d = d/\sin\beta$.



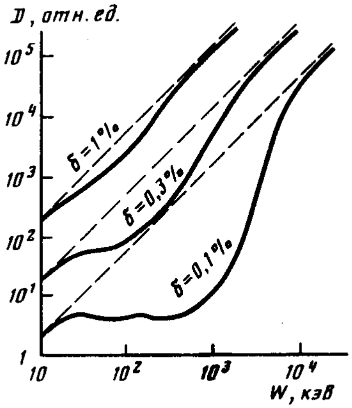


Рис. 1. Траектории решений уравнений (5) на фазовой плоскости

Рис. 2. Зависимость коэффициента диффузии D от энергии w. Пунктирные прямые соответствуют рипл-плато диффузия $D^{RP} \sim \delta^2 w^{3/2}$ [3]

Рис. 2

Для большинства частиц $\Delta r_\beta \sim d$, и только резонансные частицы ($\beta = k\pi$) смещаются на большое расстояние. Есть, однако, два фактора, ограничивающих эту величину. Первый – кулоновские столкновения. Из-за них частицы не могут отразиться сфазированно более чем τ_c/τ_b раз ($\tau_c \sim \epsilon/N^2q^2\nu$ – время столкновительного рассеяния $N\phi$ на $\pi/2$) и, соответственно, сместиться более чем на $\Delta r_c \sim d\tau_c/\tau_b$. Второй фактор, ограничивающий смещение частиц, – зависимость параметров траектории от радиуса. Наиболее существенной является зависимость от радиуса тороидального угла, описываемого частицей при движении по банановой траектории, $\phi_{TOR} = \phi^{(1)} - \phi^{(2)}$. Если из-за смещения по радиусу $\Delta\phi_{TOR}$ достигнет π/N, то d обратится в ноль или даже сменит знак, поэтому Δr ограничивается величиной $\Delta r_T \sim (Nd\phi_{TOR}/dr)^{-1}$. Из трех полученных смещений Δr_β, Δr_c и Δr_T в коэффициент диффузии $D \sim \Delta r^2/\tau_{eff}$ войдет минимальное $\Delta r^2 = (\Delta r_\beta^{-2} + \Delta r_c^{-2} + \Delta r_T^{-2})^{-1}$. Считая, что стохастизация фазы $N\phi$ обусловлена только кулоновскими столкновениями, получаем

$$D \sim d^2[\sin^2\beta + (\tau_B/\tau_c)^2 + (dNd\phi_{TOR}/dr)^2]^{-1}/\tau_c . \qquad (2)$$

При низких энергиях, пока $\beta \ll 1$, коэффициент диффузии (2) переходит в коэффициент, рассчитанный из бананово-дрейфового кинетического уравнения [2]. При энергиях, соответствующих $\beta \gtrsim 1$, зависимость $D(w)$ представляет собой кривую с резкими максимумами ($\Delta w/w \sim \delta\sqrt{Nq}/\epsilon$) вблизи резонансных областей

$$\beta \equiv \frac{4N\sqrt{w}\,q^2}{\sqrt{m}\,R\,\omega_B\epsilon^{3/2}}\left[E - \frac{K}{2} + 2\frac{r}{q}\frac{dq}{dr}\left(E - \cos^2\frac{\theta_0}{2}K\right)\right] = n\pi , \qquad (3)$$

где $E = E(\sin\theta_0/2)$, $K = K(\sin\theta_0/2)$ – эллиптические интегралы, θ_0 – полоидальный угол в точке отражения.

Коэффициент диффузии (2) не переходит, однако, в $D^{RP} \sim d^2/\tau_b$ при высоких энергиях. Для описания переходной области необходимо совместно учесть эффекты кулоновской и динамической стохастизации. Это можно сделать, введя случайный сбой тороидального угла в уравнения, описывающие связь r, ϕ координат последовательных точек отражения

$$r_{n+1}^{(1)} = r_n^{(2)} + d\cos(N\phi_n^{(1)}),$$

$$\phi_{n+1}^{(2)} = \phi_n^{(1)} + \phi_{TOR}(r_{n+1}^{(1)}) + \Delta\phi_c + \beta/2,$$

$$r_{n+1}^{(2)} = r_{n+1}^{(1)} - d\cos(N\phi_{n+1}^{(2)}),$$

$$\phi_{n+1}^{(1)} = \phi_{n+1}^{(2)} - \phi_{\mathrm{TOR}}(r_{n+1}^{(2)}) + \Delta\phi_c + \beta/2, \tag{4}$$

где $\Delta\phi_c$ – случайная величина с характерным разбросом $\sim (\tau_b/N^2\tau_c)^{1/2} \sim (\nu Rq^3/v\epsilon^{3/2})^{1/2}$, описывающая изменение за счет кулоновских столкновений.

Для того, чтобы проанализировать поведение решений уравнений (4), рассмотрим сначала случай $\Delta\phi_c = 0$, $\beta = 0$. При $w \ll w_{st} \sim mR^2\omega_B^2\,\epsilon^5/q^5\delta^2N^3$, когда $Ndd\phi_{\mathrm{TOR}}/dr \ll 1$ решение разностных уравнений совпадает с решением дифференциальных уравнений

$$\frac{d\phi^{(1)}}{dt} = d\frac{d\phi_{\mathrm{TOR}}}{dr}\cos(N\phi^{(2)}),$$

$$\frac{d\phi^{(2)}}{dt} = d\frac{d\phi_{\mathrm{TOR}}}{dr}\cos(N\phi^{(1)}), \tag{5}$$

представляющим собой семейство замкнутых траекторий, разделенных сепаратриссами (рис. 1). Динамическая стохастизация реализуется, если за счет конечного шага (при $dNd\phi_{\mathrm{TOR}}/dr \gtrsim 1$) происходит перескок из одной фазовой ячейки в другую. Угол $N\phi$ случаен при этом в каждом отражении, следовательно коэффициент диффузии $D \sim d^2/\tau_b$. Диффузия, описываемая формулой (2), соответствует плавному переходу с одной траектории на другую за счет кулоновских столкновений. Помимо плавного перехода столкновения могут также приводить к переходу через сепаратриссу и давать дополнительный вклад в перенос.

Все эти эффекты учитываются при численном анализе расширения пучка траекторий уравнений (4). На рис. 2 представлены зависимости коэффициента диффузии банановых частиц от энергии, полученные этим методом. В качестве параметров в расчетах использовались их значения для установки ИНТОР [1]: $n = 10^{14}$ см$^{-3}$, $N = 12$, $R = 5{,}3$ м, $r = 0{,}7$ м, $q = 1{,}2$, $B = 5{,}5$ т, $Nd\phi_{\mathrm{TOR}}/dr = 0{,}7$ см$^{-1}$. Переход к другим значениям $Nd\phi_{\mathrm{TOR}}/dr$ осуществляется переходом к другим δ при сохранении величины $dNd\phi_{\mathrm{TOR}}/dr$. Поскольку пучок траекторий задавался с довольно большим разбросом по β, пики, которые должны были проявиться при $w \ll w_{st}$, оказались сильно сглаженными. С увеличением энергии до $w \sim w_{st}$ D быстро переходит в $D^{RP} \approx d^2/\tau_b \sim \delta^2 w^{3/2}$. Причем переход происходит тем раньше, чем больше δ, поскольку $w_{st} \sim \delta^{-2}$. При $\delta = 1\%$ рипл-плато перенос охватывает практически весь энергетический диапазон. Потери частиц пучка с $w \sim 100$ кэВ в этом случае в $N\delta^2 v/\sqrt{\epsilon}R\nu \sim 10^3$ раз больше неоклассических и становятся сравнимыми с νr^2. Такой перенос может привести к уходу горячих ионов раньше, чем они успеют передать энергию плазме. Поэтому на стадии инжекции пучка вряд ли можно допускать гофрировку выше 0,3%.

Литература

1. INTOR group. Nuclear Fusion, 1980, **20**, 349.
2. *Юшманов П.Н.* ДАН СССР, 1982, **262**, 606.
3. *Boozer A.H.* Physics of Fluids, 1980, **23**, 2283.
4. *Goldston R.J., White R.B., Boozer A.H.* Phys. Rev. Lett., 1981, **47**, 647.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
20 марта 1982 г.