Письма в ЖЭТФ, том 35, вып.12, стр. 504 –506 20 июня 1982 г.

ОБ ОДНОЙ ВОЗМОЖНОСТИ АВТОРЕЗОНАНСНОГО ЦИКЛОТРОННОГО УСКОРЕНИЯ ЗАРЯДОВ В НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ

А.Б.Киценко

Обнаружен эффект автоматической подстройки циклотронного резонанса при движении заряженной частицы в неоднородных скрещенных электрическом и магнитном полях и в электрическом поле плазменных колебаний, связанный с взаимной компенсацией изменений доплеровской сдвижки частоты и гармоники гирочастоты.

Исследование взаимодействия заряженных частиц с электромагнитными волнами в плазме в условиях циклотронных резонансов представляет существенный интерес в связи с проблемами высокочастотного нагрева плазмы и разделения изотопов [1,2]. Пусть плазма помещена в постоянные неоднородные магнитное $\mathbf{B}_0$ и электрическое $\mathbf{E}_0$ поля, направленные соответственно вдоль осей Oz и Oy. Электрическое поле плазменных колебаний определяется потенциалом

$$\varphi = \varphi_0(y)\cos(\omega t - k_z z - k_x x), \tag{1}$$

где ω – частота волны, $\mathbf{k}$ – волновой вектор. Предполагается, что $B_0(y)$, $E_0(y)$ и амплитуда потенциала $\varphi_0(y)$ медленно изменяются вдоль оси Oy. Применяя метод усреднения [3], нерелятивистские уравнения движения заряженной частицы можно представить в виде

$$\frac{d\bar{v}_z}{dt} = \frac{e}{m} k_z \varphi_0(\bar{y}) J_n(a)\sin\Phi_n, \quad \frac{d\bar{v}_\perp}{dt} = \frac{e}{m} K_x \varphi_0(\bar{y})\frac{n}{a} J_n(a)\sin\Phi_n,$$

$$\frac{d\bar{\theta}}{dt} = -\omega_B(\bar{y}) + \frac{1}{2}\frac{dv_E(\bar{y})}{d\bar{y}} - \frac{ek_x\varphi_0(\bar{y})}{m\bar{v}_\perp}J'_n(a)\cos\Phi_n, \quad \frac{d\bar{z}}{dt} = \bar{v}_z, \tag{2}$$

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = v_E(\bar{y}) - \frac{\bar{v}_\perp^2}{2\omega_B^2(\bar{y})}\frac{d\omega_B(\bar{y})}{d\bar{y}}, \quad \frac{d\bar{y}}{dt} = -\frac{ek_x\varphi_0(\bar{y})}{m\omega_B(\bar{y})}J_n(a)\sin\Phi_n,$$

где $\mathbf{v}$ – скорость частицы, $v_\perp^2 = (v_x - v_E)^2 + v_y^2$, $v_E = c\dfrac{E_0}{B_0}$, θ – азимутальный угол в пространстве скоростей, e и m – соответственно заряд и масса частицы, $\Phi_n = k_z\bar{z} + k_x\bar{x} - n\bar{\theta} - \omega t$, $J_n(a)$ и $J'_n(a)$ – функции Бесселя и их производные по a, $a = k_x\bar{v}_\perp/\omega_B(\bar{y})$, $\omega_B = eB_0/mc$, c – скорость света в вакууме, n – номер резонансной циклотронной гармоники. Черта сверху означает усреднение. При выводе (2) предполагалось, что ларморовский радиус частицы и поперечная длина волны малы по сравнению с характерным масштабом поперечной неоднородности. Из (2) находим приближенные интегралы движения y_0 и V:

$$y_0 = y + \frac{k_x v_\perp^2}{2n\,\omega_B^2(y)}, \quad V = v_z - \frac{k_z v_\perp^2}{2n\omega_B(y)}. \tag{3}$$

Здесь и далее в формулы входят только средние значения величин и с целью упрощения записи черта над их обозначениями опускается. Из (3) следует, что на траекториях с $|a| \lesssim 1$ приращение y не превышает ларморовского радиуса частицы. Для резонансной фазы Φ_n имеем уравнение

$$\frac{d\Phi_n}{dt} = \Delta_n + \frac{nek_x\varphi_0(y)}{mv_\perp}J'_n(a)\cos\Phi_n, \tag{4}$$

где

$$\Delta_n = n\omega_B(y) + k_z v_z + k_x v_E(y) - \frac{n}{2}\frac{d v_E(y)}{dy} - \frac{k_x v_\perp^2}{2\omega_B^2}\frac{d\omega_B}{dy} - \omega . \tag{5}$$

В случае слабой неоднородности из (2) и (4) находим дополнительный интеграл движения W:

$$J_n(a)\cos\Phi_n + c_n\frac{a^2}{2} + q_n\frac{a^4}{4} = W , \tag{6}$$

где

$$c_n = \frac{m\omega_B(y_0)}{nk_x^2 e\varphi_0(y_0)}\left[n\,\omega_B(y_0) + k_z V + k_x v_E(y_0) - \frac{n}{2}\frac{d v_E(y_0)}{dy_0} - \omega\right], \tag{7}$$

$$q_n = \frac{k_z^2\, m\, \omega_B^3(y_0)}{2n^2 k_x^4\, e\varphi_0(y_0)}\,(1-R), \tag{8}$$

$$R = -\frac{k_x^2}{k_z^2\,\omega_B(y_0)}\frac{d v_E(y_0)}{dy_0} - \frac{2nk_x}{k_z^2\,\omega_B(y_0)}\frac{d\omega_B(y_0)}{dy_0} . \tag{9}$$

Пусть в начальный момент времени $v_\perp = 0$, тогда для максимального значения поперечной скорости $v_{\perp max}^{(n)}$ в условиях однократного циклотронного резонанса ($n = 1$) получим при $|a| << 1$

$$v_{\perp max}^{(1)} = 2\left|\frac{2e k_x\varphi_0(y_0)\,\omega_B(y_0)}{k_z^2\, m\,(1-R)}\right|^{\frac{1}{3}} . \tag{10}$$

В случае двукратного циклотронного резонанса ($n = 2$) при $|a| << 1$

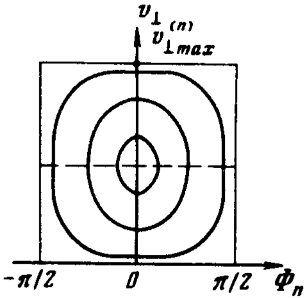
$$v_{\perp max}^{(2)} = 2\frac{k_x}{k_z}\left|\frac{2e\varphi_0(y_0)}{m(1-R)}\right|^{1/2} . \tag{11}$$

Наибольшая достижимая скорость сильно возрастает при $R \to 1$. Если $k_x v_{\perp max}^{(n)} \gtrsim |\omega_B|$, то выражениями (10) и (11) пользоваться нельзя и значение $v_{\perp max}^{(n)}$ можно получить, полагая в (6) $R = 1$ и $c_n = 0$. Траектории на фазовой плоскости ($v_\perp$, Φ_n) для этого случая изображены на рисунке. Частицы, стартующие с малыми поперечными скоростями, достигают значений $v_\perp$ близких к

$$v_{\perp max}^{(n)} \approx a_{n1}\frac{|\omega_B|}{k_x} , \tag{12}$$

где a_{n1} — первый корень функции Бесселя $J_n(a)$. Если поле B_0 однородно и $E_0 = 0$, то формулы (10) – (12) соответствуют оценкам, приведенным в [4]. В случае однородных полей B_0 и E_0 значение $v_{\perp max}^{(n)}$ для ионов в реальных экспериментальных установках [2] получается небольшим, так как обычно $k_z >> \omega/c$, и условие резонанса для ионов нарушается вследствие изменения v_z . В неоднородной плазме при $R = 1$ происходит автоматическое поддержание резонанса, так как изменения доплеровской сдвижки частоты и гармоники циклотронной частоты взаимно компенсируются.

В качестве примера рассмотрим движение однократно ионизированных атомов азота в полях $E_0 \sim 1$ В/см и $B_0 \sim 1{,}5$ кГс с характерными масштабами неоднородности 10 и 100 см соответственно. При $k_x \sim 1$ см$^{-1}$, $k_z \sim 0{,}1$ см$^{-1}$ слагаемые, связанные с неоднородностью полей E_0 и B_0 , вносят в параметр R вклад порядка единицы. В условиях авторезонансного циклотронного механизма ускорения в слабых переменных полях имеем оценку $v_{\perp max} \sim$ $\sim 4 \cdot 10^6$ см/сек.



Фазовые траектории на плоскости $(v_\perp, \Phi_n)$ при $c_n = 0$, $q_n = 0$

Эффект авторезонансного ускорения ионов можно использовать для разделения ионных компонентов в установках с вращающейся плазмой. Волны, воздействующие на ионы, возникают во вращающейся плазме естественным образом вследствие присущих ей неустойчивостей [2]. Так как резонансное условие $\Delta_n \approx 0$ имеет локальный характер, то наряду с энергетическим разделением ионных компонентов происходит их пространственное разделение.

Автор благодарен К.Н.Степанову за ценные советы.

Литература

1. *Dawson J.M., Kim H.C., Arnush D., Fried B.D., Gould R.W., Heflinger L.O., Kennel C.F., Romesser T.E., Stenzel R.L., Wong A.Y., Wuerker R.F.* Phys. Rev. Lett., 1976, 37, 1547.
2. *Власов В.В., Залюбовский И.И., Кирочкин Ю.А., Кривонос М.Г., Крячко Ю.П., Рожков А.М., Сосипатров М.В., Степанов К.Н., Фареник В.И.* Письма в ЖЭТФ, 1978, 27, 264.
3. *Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А.*, Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: изд. Наука, 1974, гл. V.
4. *Киценко А.Б., Панкратов И.М., Степанов К.Н.* Препринт ХФТИ АН УССР, ХФТИ 74-6, Харьков, 1974.

Физико-технический институт
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
30 марта 1982 г.