

УСТОЙЧИВОСТЬ СОЛИТОНОВ РОССБИ

С.В.Антипов, М.В.Незлин, В.К.Родионов, Е.Н.Снежкин,
А.С.Трубников

Экспериментально исследован механизм распада одиночных вихрей, возбуждаемых во вращающейся мелкой жидкости постоянной глубины, в условиях приблизительного равновесия между силой Кориолиса и градиентом гидростатического давления, когда частота собственного вращения вихря мала по сравнению с частотой вращения жидкости как целого (так называемое геострофическое равновесие). Показано, что устойчивыми являются только солитоны Россби, тогда как все остальные вихри испытывают неустойчивость и распадаются в геострофические течения.

В работе ¹ был экспериментально обнаружен и исследован солитон Россби, представляющий собой уединенный вихрь — антициклон (местное возвышение) в слое мелкой жидкости, вращающейся вокруг вертикальной оси с частотой, большей частоты собственного вращения вихря. Согласно теории ², солитон Россби является частным решением нелинейного уравнения, которое допускает много других вихревых решений. Возникает вопрос: является ли солитон Россби физически чем-либо выделенным по сравнению с другими вихрями, возможными в той же системе? Решение этого вопроса было целью описываемых экспериментов, которые были выполнены на той же установке, что и работа ¹. В ней тонкий слой жидкости (вода, водный раствор серноокислого никеля), имеющий приблизительно однородную глубину (варьируемую от 3 до 12 мм), создается в сосуде с параболическим профилем дна (диаметр сосуда 28 см, высота 20 см), вращающемся вокруг вертикальной оси с частотой $\Omega_0/2\pi = 1,7$ Гц. Основные признаки солитона Россби, найденные в опытах ¹, — следующие. 1) Солитон Россби является антициклоном и вращается против глобального вращения жидкости. В нем имеет место приблизительное равновесие между силой Кориолиса, направленной к центру вихря и создающей возвышение, и градиентом гидростатического давления (так называемое геострофическое равновесие). Частота собственного вращения вихря мала по сравнению с частотой вращения системы, поэтому центробежная сила от собственного вращения значительно меньше силы Кориолиса. 2) Характерный диаметр солитона, $2a$, определяемый как расстояние между противоположными точками его профиля, в которых линейная скорость собственного вращения максимальна, связан с радиусом Россби r_R соотношением

$$2a \gtrsim 2,5r_R, \quad (1)$$

$$r_R = (g^* H_0)^{1/2} / f_0, \quad (2)$$

H_0 — глубина жидкости, $g^* = g / \cos a$, g — ускорение силы тяжести, $f_0 = 2\Omega_0 \cos a$ — параметр Кориолиса, a — угол между вектором Ω_0 и нормалью к поверхности жидкости в данном месте. Например, при $H_0 = 5$ мм $r_R = 2,1$ см. 3) Солитон Россби дрейфует вокруг оси параболоида относительно жидкости против ее движения как целого со скоростью $V_{др}$, близкой к скорости Россби V_R (подробнее см. ниже):

$$V_R = H_0 \Omega_0 \sin a. \quad (3)$$

4) Если амплитуда солитона Россби достаточно велика — так, что линейная скорость собственного вращения $V_{вр}$ на склоне профиля вихря превышает скорость его дрейфа $V_{др}$, то он увлекает за собой все частицы жидкости — кроме тех, которые находятся на периферии вихря и имеют скорости, меньшие $V_{др}$. Увлечение частиц жидкости вихрем Россби заведомо наблюдается, если возвышение ΔH вихря над уровнем окружающей жидкости удовлетворяет (достаточному) условию $\Delta H \gtrsim 0,2H_0$.

Визуализация движений жидкости в рассматриваемых опытах осуществляется с помощью миниатюрных белых бумажных кружочков, плавающих на поверхности жидкости на фоне черного дна. Треки этих пробных частиц фотографируются аппаратом, вращающимся вместе с параболоидом, т. е. неподвижным относительно жидкости как целого. Скорость вращения частиц вихря определяется по длине треков и экспозиции фотоаппарата.

Поскольку другие вихри должны отличаться от солитонов Россби своими размерами и скоростями дрейфа, то в данной работе были проведены измерения времени жизни и скорости дрейфа вихрей-антициклонов различных размеров, которые возбуждались "дисками накачки" различных диаметров (что касается циклонов, то они неустойчивы при любых размерах — см. ¹). Результаты представлены на рис. 1 и рис. 2. Время жизни вихря τ определяется как промежуток времени от момента формирования вихря (отделения его от диска накачки) до того момента, когда происходит размыкание вихревых траекторий, и треки частиц перестают укладываться на замкнутые траектории вокруг оси вихря (см. ниже).

На рис. 1 показана зависимость времени жизни вихрей от их диаметра d , определяемого аналогично диаметру вихрей Россби в момент, когда вихрь можно считать сформированным. Приведены экспериментальные данные для трех случаев: а) $H_0 = 5 - 6$ мм (вода), б) $H_0 = 3$ мм (вода), в) $H_0 = 3$ мм (водный раствор сернистого никеля, вязкость которого приблизительно втрое больше вязкости воды). Видно, что если диаметр вихря превышает некоторую величину:

$$d \gtrsim (2,5 \div 3)r_R, \quad (4)$$

возрастающую с увеличением глубины жидкости, то время жизни вихря τ достигает насыщения, τ_{\max} имеющего очевидный физический смысл: за время τ_{\max} — вследствие вязкости жидкости — характерная скорость собственного вращения частиц вихря уменьшается до величины скорости дрейфа вихря, и происходит ламинарное размыкание вихревых траекторий.

Скорость дрейфа вихрей с увеличением их диаметра также значительно возрастает и в диапазоне условий (4) практически достигает насыщения. Максимальная скорость дрейфа определяется глубиной жидкости — зависимостью, отличающейся от (3) только численным коэффициентом; $V_{др} = V_R / 2,4$. (Тот факт, что $V_{др} < V_R$, не является противоречием теории ²: он обусловлен конечностью отношения диаметра вихря к радиусу меридиональной кривизны системы ¹ и может быть объяснен количественно).

Сопоставление приведенных экспериментальных данных с соотношениями (1) — (3) дает основания заключить, что (в соответствии с ¹) вихри, наблюдаемые в диапазоне условий (4), являются солитонами Россби. Они отличаются наибольшим временем жизни и устойчивостью. В отличие от них, вихри меньшего диаметра имеют малое время жизни (рис. 1), которое, как показал эксперимент, определяется неустойчивостью по отношению к перестройке вихря в течение; она выражается в том, что размыкание вихревых траекторий

происходит заведомо раньше, чем в ламинарном режиме, а именно — еще при $V_{вр} > V_{др}$. Эта неустойчивость демонстрируется на рис. 2, где показаны фотографии слабо неустойчивого вихря, снятые в три последовательные момента времени с промежутком в 3,5 с. Видно, что собственное вращение вихря перестраивается во вращение вокруг оси параболоида: геострофический вихрь переходит в геострофическое течение. Неустойчивые вихри (не соответствующие диапазону условий (4)) не являются солитонами Россби. На рис. 1 показана также характерная скорость ("инкремент") распада неустойчивых вихрей $\gamma = 1/\tau_H$ — также в функции от их диаметра:

$$\frac{1}{\tau_H} = \frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_{\max}} \quad (5)$$

Из рис. 1 и рис. 2, видно, что уже при уменьшении диаметра вихрей всего приблизительно в два раза по сравнению с диаметром солитона Россби распад вихрей в течения происходит за время порядка одного оборота параболоида, много меньше одного оборота вихря вокруг собственной оси.

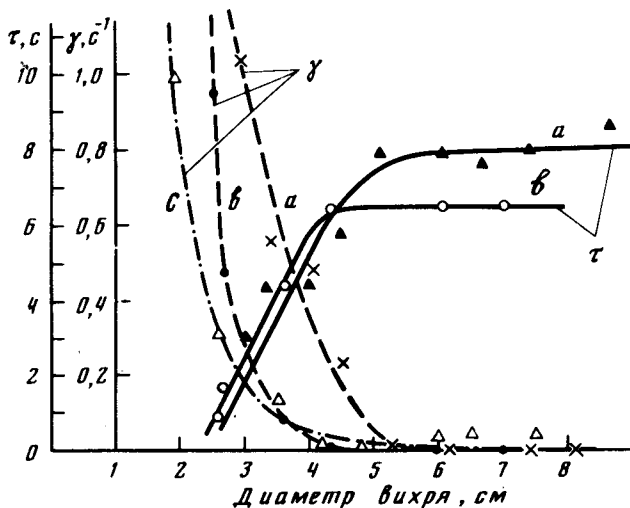


Рис. 1

Рис. 1. Зависимость времени жизни τ и "инкремента" γ распадной неустойчивости от диаметра вихрей: а) $H_0 = 5$ мм и 6 мм (вода); б) $H_0 = 3$ мм (вода); в) $H_0 = 3$ мм (водный раствор серноокислого никеля)

Рис. 2. Распад слабо неустойчивого вихря в течение. Показан вид на параболоид сверху, D — "диск накачки" (см.¹). Диаметр вихря — около 4 см, и неустойчивость выражена слабо — см. рис. 1. Сосуд с водой вращается вместе с фотоаппаратом против часовой стрелки, а вихрь дрейфует относительно жидкости по часовой стрелке. На фоне черного дна параболоида видны треки белых пробных частиц, плавающих на поверхности воды и смещающихся за время экспозиции фотоаппарата. Перестройка вихря в геострофическое течение происходит еще при $V_{вр} > V_{др}$. Промежутки между кадрами — 3,5 с. Движение частиц вихря постепенно затормаживается вследствие вязкости жидкости

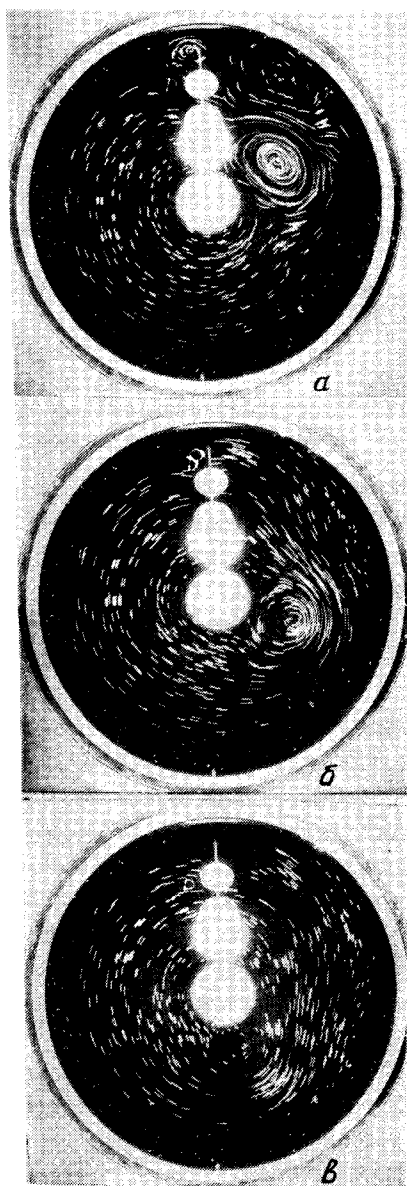


Рис. 2

Таким образом, в данной работе показано, что солитоны Россби принципиально выделяются среди других геострофических вихрей своей устойчивостью. Оказывается, что эта устойчивость проявляется также в том, что создание антициклонического возмущения более — менее произвольной формы в диапазоне условий (1), (4) приводит к образованию (круглого) солитона Россби.

Авторы благодарят Б.Б.Кадомцева за интерес и поддержку работы, В.И.Петвиашвили и И.В.Янькова — за обсуждения, А.Н.Хватова — за большую помощь в работе.

Литература

Антипов С.В., Незлин М.В., Снежкин Е.Н., Трубников А.С. ЖЭТФ, 1982, 82, 145.

Петвиашвили В.И. Письма в ЖЭТФ, 1980, 32, 632.

Институт атомной энергии

г. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию

17 мая 1982 г.
