Письма в ЖЭТФ, том 35, вып. 12, стр. 532–535 *20 июня 1982 г.*

ОБ УДЕРЖАНИИ ГЛЮНОВ В КХД

А.Ф.Курчанов, В.Я.Файнберг

Показано, что в КХД в калибровке $A_0 = 0$, вакуум и все физические состояния инвариантны относительно остаточной симметрии. Это ведет к невылетанию в виде частиц бесцветных поперечных глюонов.

Цель настоящей статьи – показать, что в квантовой хромодинамике (КХД) в калибровке $A_0 = 0$ все физические состояния, включая вакуум, инвариантны относительно остаточной симметрии. Наличие этой симметрии ведет к появлению сложного оператора потенциала взаимодействия между тяжелыми кварками и невылетанию бесцветных глюонов в виде частиц. Последнее обусловлено тем, что симметрия "свободного" гамильтониана в in-представлении является абелевой, а исходного полного гамильтониана – неабелевой. В электродинамике положение принципиально иное: во-первых, в любой калибровке всегда существует каноническое преобразование, устраняющее из гамильтониана взаимодействие с нефизическими (продольными и скалярными) фотонами, и, во-вторых, симметрии полного гамильтониана и гамильтониана в in-представлении совпадают и являются абелевыми. В КХД в калибровке $A_0 = 0$ гамильтониан имеет вид

$$H = \int d\mathbf{x} \left\{ \frac{1}{2} (\pi_a^{i a} (\mathbf{x}))^2 + \frac{1}{4} (F_{a\beta}^a (\mathbf{x}))^2 + \Sigma \ \psi^* (a_a (i \nabla_a - g A_a) - m) \psi \right\}. \qquad (1)$$

Здесь $F_{\alpha\beta} = \partial_\alpha A^a_\beta - \partial_\beta A^b_\alpha + gf^{abc} A^b_\alpha A^c_\beta$; $\pi^a_\alpha(\mathrm{x}) = \dot{A}^a_\alpha(\mathrm{x})$; α_α — матрицы Дирака; Σ берется по всем ароматам; $\alpha, \beta = 1, 2, 3$; операторы подчинены соотношениям коммутации:

$$[\pi^a_\alpha(\mathrm{x}),\ A^b_\beta(\mathrm{y})]_- = -i\,\delta(\mathrm{x}-\mathrm{y})\delta_{\alpha\beta}\,\delta^{ab},$$

$$[\psi(\mathrm{x}),\ \psi^*(\mathrm{y})]_+ = \delta(\mathrm{x}-\mathrm{y}).$$

С H коммутирует оператор

$$T^a(\mathrm{x}) = D^{ab}_\alpha \pi^b_\alpha(\mathrm{x}) + gj^a(\mathrm{x}),\ D^{ab}_\alpha = \delta^{ab}\partial_\alpha - gf^{abc}A^c_\alpha(\mathrm{x}), \tag{2а}$$

$j^a(\mathrm{x}) = \Sigma\,\psi^*(\mathrm{x})\,t^a\,\psi(\mathrm{x})$, t^a — генераторы представления, по которому преобразуются ψ. Операторы T^a удовлетворяют неабелевой алгебре:

$$[T^a(\mathrm{x}),\quad T^b(\mathrm{y})]_- = if^{abc}\,T^c(\mathrm{x})\,\delta(\mathrm{x}-\mathrm{y}). \tag{2б}$$

Нетрудно убедиться в том, что в этом представлении канонических соотношений коммутации, благодаря инвариантности вакуума относительно преобразований и группы (2б) ни кварки ни глюоны не могут вылетать в виде частиц. Существует, однако, унитарно не эквивалентное каноническое преобразование U, которое устраняет из H взаимодействие кварков с продольными глюонами. Оно находится из условия

$$U^{-1}\,T^a\,U \equiv \widetilde{T}^a = D^{ab}_\alpha\,\pi^b_\alpha$$

или

$$-i\ U^{-1}D^{ab}_\alpha \frac{\delta}{\delta A^b_\alpha(\mathrm{x})}\,U = gj^a(\mathrm{x}).$$

Отсюда

$$U = \exp\{ig \int d\mathrm{x}\, j^a(\mathrm{x})\,\lambda^a(\mathrm{x}\,|A)\},$$

$$U^{-1}\psi(\mathrm{x})\,U = \exp(ig\lambda^a(\mathrm{x}\,|A)\,t^a)\,\psi(\mathrm{x}) \equiv \Omega(\mathrm{x})\,\psi(\mathrm{x}). \tag{3}$$

Из (2) и (3) находим, что Ω удовлетворяет уравнению типа Баталина – Фрадкина [1]:

$$D^{ab}_\alpha\ \mathrm{tr}\,t^c\,\frac{\delta\,\Omega(\mathrm{y}|A)}{\delta A^b_\alpha(\mathrm{x})}\,\Omega^{-1}(\mathrm{y}|A) = i\delta(\mathrm{x}-\mathrm{y})\delta^{ac}.$$

Вводя оператор плотности заряда $\hat{\rho}$

$$\partial_\alpha\hat{\rho}(\mathrm{y}\,|\,\mathrm{x}) = \mathrm{tr}\,t^a\,\frac{\partial\Omega(\mathrm{y}|A)}{\partial A^b_\alpha(\mathrm{x})}\,\Omega^{-1}(\mathrm{y}|A),$$

получим в преобразованном гамильтониане $\widetilde{H} = U^{-1}HU$ операторный закон взаимодействия тяжёлых кварков:

$$\hat{V}^{ab}(\mathrm{x},\mathrm{y}) = g^2 \int dz\,\hat{\rho}^{ac}(\mathrm{x}\,|\,z)\,\Delta_z\,\hat{\rho}^{cb}(z\,|\,\mathrm{y}).$$

В низшем приближении

$$\hat{V}^{ab} = g^2\delta^{ab}\,|\mathrm{x}-\mathrm{y}|^{-1}.$$

В гамильтониане H кварки теперь взаимодействуют с преобразованным глюонным полем

$$B^a_\alpha(\mathrm{x}|A) = \Omega^{-1}(\mathrm{x}|A)\,A_\alpha\,\Omega(\mathrm{x}|A) + \frac{i}{g}\,\Omega^{-1}\,\partial_\alpha\Omega,$$

которое удовлетворяет условию поперечности $\partial_a B_a = 0$ коммутирует с $\widetilde{T}^a$:

$$[\widetilde{T}^a(\mathrm{x}),\quad B_a^b(\mathrm{y}\,|\,A)]_- = 0. \tag{4}$$

Для существования группы Пуанкаре наряду с H необходимо построить операторы 3-х импульса $\mathcal{P}_a$. В отличие от H операторы $\mathcal{P}_a$ некалибровочно-инвариантны: $[T^a(\mathrm{x}), \mathcal{P}_a]_- \neq \neq 0$. Поэтому подпространство физических состояний должно быть определено так, чтобы

$$\langle\, \Psi_{\text{физ}},\ [T^a(\mathrm{x}), \mathcal{P}_a]_-\ \Phi_{\text{физ}} \rangle = 0,$$

по крайней мере для всех собственных преобразований из группы (2б).

Покажем, что "физические" поля B_a не могут вылетать в виде частиц, т. е. не имеют in (out) – пределов. Необходимым условием вылетания физических ψ и B_a частиц является существование на формальном уровне канонического преобразования Λ ("половинной" S-матрицы), диаганализирующей $\widetilde{H}$:

$$\Lambda^{-1}\widetilde{H}\Lambda = H_0\ , \tag{5}$$

где H_0 – билинеен по оператором ψ и B_a полей. Отсюда мы немедленно заключаем, что должен существовать *неабелев* оператор удовлетворяющий алгебре (2б) [1)]

$$T_0^a = \Lambda^{-1}\, T^a\, \Lambda\,, \tag{6}$$

коммутирующий с H_0 (Напомним, что H_0 обладает также абелевой симметрией). В этом случае кварки и глюоны могут вылетать в виде частиц. На самом деле такого оператора Λ (по теореме Хаага [2] не существует. На строгом языке вылетание в виде частиц означает существование H_0^{in} в in (out) – представлении, описывающего реальные (т. е. перенормированные) частицы. Но тогда, согласно (6), в этом представлении должен существовать неабелев оператор $T_{0,\text{in}}^a$ коммутирующий H_0^{in}. Однако такой оператор (снова из-за теоремы Хаага) построить нельзя. Действительно $T_{0,\text{in}}^a$ выражается через in-операторы с помощью половинной S-матрицы. Разлагая $T_{0,\text{in}}^a(\mathrm{x})$ в ряд по in-операторам, можно убедиться, что его можно построить только до членов $\sim g$; в g^2-приближении возникают (после перенормировки) неустранимые, так называемые "поверхностные" расходимости [2]. Еще более веские аргументы в пользу невылетания глюонов следуют из (4). Глубокая причина невылетания глюонов кроется в том факте, что in-состояния частиц, обладая абелевой симметрией, несут в то же время на себе несмываемую печать симметрии исходного полного H, и что эти две симметрии оказываются несовместными для глюонов [2)] .

Таким образом, либо $B_{\text{in}}^a = 0$, либо этот предел нельзя интерпретировать как оператор одночастичного остояния. Глюоны (бесцветные!) не существуют в виде свободных частиц в КХД. Что касается удержания кварков, то в первую очередь для ответа на этот вопрос необходимо вне теории возмущений исследовать потенциал $\hat{V}^{ab}$. Пока не ясно какие вакуумные (квантовые) конфигурации дают определяющий вклад; во всяком случае они не могут быть инстантонными, поскольку из-за инвариантности θ-вакуума относительно собственных калибровочных преобразований, порождаемых $\widetilde{T}^a(\mathrm{x})$, введение инстантонной топологической структуры не изменит сделанные выше заключения. Поэтому главная проблема состоит в построении бесцветных физических состояний и объектов нелокаль-

---

[1)] В рамках теории возмущений T_0^a представляет собой бесконечный ряд по степеням g. Отметим, что из (5) и (6) следует, что должен существовать абелев оператор, коммутирующий с $\widetilde{H}$.

[2)] Веские доводы в пользу невылетания глюонов в 3-хмерной глюодинамике, опирающиеся на остаточную симметрию вакуума в калибровке $A_0 = 0$, приведены в статье Фейнмана [3].

ной природы (струны, $1/N$ разложение и т. п.). Отметим, что в ковариантных калибровках типа $\partial^{\mu} A_{\mu}^{a} = 0$ также существует остаточная симметрия, которая приводит к невылетанию как глюонов, так и кварков.

Литература

1. *Batalin I.A.*, *Fradkin E.S.* Ann. of Phys., 1974, 83, 367.
2. См., например, А.Вайтман "Проблемы релятивистской динамики квантованных полей". М.: Наука, 1968, часть II.
3. *Feynman. R.* Nucl. Phys., 1981, **B188**, 473.

Поступила в редакци
3 мая 198

Физический институт
им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР