

Дискообразные электронные пузырьки в газообразном гелии

В. Б. Шикин¹⁾

Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черноголовка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 5 августа 2004 г.

Обсуждается структура 2D анионов на водородной подложке при наличии газообразного гелия. Показано, что такие структуры, имеющие вид квазидвумерных дисков, рождаются пороговым образом в окрестности критической плотности $n_c \sim 10^{20} \text{ см}^{-3}$, заметно меньшей критической плотности для появления сферических электронных пузырьков в газе и линейно зависящей от температуры. Вдали от порога энергия локализации растет с плотностью газа практически линейно. Эксперимент подтверждает наличие подобных автолокализованных состояний.

PACS: 67.55.Ig

Одним из красивых автолокализованных образований являются электронные пузырьки в гелии. Обнаруженные и идентифицированные сперва в жидкости (см. [1, 2]), они были затем детально исследованы и в газообразном гелии для определения критических условий их возникновения [3]. Оказалось, что рождение пузырьков является пороговым эффектом, причем уже в начальной стадии плотность газа в центре пузыря с экспоненциальной точностью близка к нулевой, а критическая плотность n_k чувствительна к температуре:

$$n_k \propto T^{2/3}. \quad (1)$$

Примерно в это же время стала популярной идея о возможном изменении критических условий образования пузырьков при наличии внешних сил, локализующих свободное движение электрона в одном или двух пространственных направлениях независимо от механизма автолокализации. Детально такой эффект был описан для электрона в сильном магнитном поле, когда его движение в плоскости, нормальной магнитному полю, ограничено циклотронной орбитой радиуса r_c . Показано [4, 5], что при этом свободное движение электрона вдоль магнитной оси также лимитировано. Возникает его одномерная беспороговая автолокализация с характерной длиной связи

$$l_H = \frac{2mT}{\pi\hbar^2 n_g} \left(\frac{r_c}{a_o}\right)^2, \quad l_H \gg r_c, \quad (2)$$

и слабо возмущенной в сигарообразной области плотностью газа. Здесь T – температура, m – масса свободного электрона, $a_o > 0$ – нулевая амплитуда рассеяния электрона на отдельном газовом атоме, n_g – невозмущенная плотность газа.

Была отмечена вкратце и возможность дискообразной автолокализации, когда электрон находится вблизи свободной границы диэлектрика, и его вертикальная степень свободы квантована силой изображения. При этом газообразный гелий автолокализует свободное движение электрона в плоскости диэлектрика пороговым образом с радиусом локализации R [6]:

$$R^{-2} \propto (1 - n_c/n_g), \quad n_g > n_c, \quad (3)$$

где критическая величина n_c представлена ниже формулой (13). Как и в случае (2), плотность газа внутри пузырька на начальной стадии возмущена слабо, что позволяет говорить о режиме слабой автолокализации.

Результаты (2), (3) и другие предсказания теории слабой автолокализации до сих пор считались умозрительными. Однако выясняется, что ее признаки содержатся в реализованных по другому поводу экспериментах. Речь идет об измерениях [7–12] Адамса с соавторами, посвященных, в основном, изучению влияния слабой локализации на проводимость 2D электронов над твердым водородом при наличии газообразного гелия. Оказалось, что наряду со “слабой когерентной локализацией” в трактовке данных [7–12] необходимо присутствует еще одно интересное явление, названное авторами “флуктуационной автолокализацией” (с нашей точки зрения, отвечающее 2D слабой автолокализации электронов газовой средой). Общепринятый, начиная с работ [13–15], термин “слабая локализация” снабжен нами дополнением “когерентная”, чтобы подчеркнуть разницу между двумя видами слабой локализации: когерентной и авто. В первом случае речь идет о специальном вкладе в сечение рассеяния замкнутых электронных траекторий, возникающих с определенной вероятностью при многократном рассеянии электронов на де-

¹⁾e-mail: shikin@issp.ac.ru

фактах среды (например, газовых атомах). При этом сама плотность газа не возмущается. Во втором, согласно [7–12], 2D электроны автолокализуются на глубоких флуктуациях газовой плотности. “Глубина” газовых ямок поддерживается локализованными в них электронами. Однако конкретные детали этой модели выглядят дискуссионно (см. ниже). Возможная альтернатива – слабая (в духе [6]) автолокализация. Ее предпосылки физически более прозрачны, а расчетные детали для условий [7–12] близки экспериментальным данным. Изложение задачи о дискообразной локализации электрона в газообразном гелии составляет содержание данной работы.

1. Запишем функционал F , определяющий степень локализации электрона над плоской диэлектрической подложкой при наличии газообразного гелия с концентрацией n_g . Его плотность \tilde{F} выглядит так:

$$\tilde{F} = \tilde{F}_e + \tilde{F}_{\text{int}} + \tilde{F}_{\text{gas}} + \tilde{F}_{\nabla g}, \quad (4)$$

$$\tilde{F}_e = \frac{\hbar^2}{2m} |\nabla \varphi(z, r)|^2, \quad \tilde{F}_{\text{int}} = \frac{2\pi \hbar^2 a_o}{m} n(z, r) |\varphi(z, r)|^2,$$

$$\tilde{F}_{\text{gas}} = nT \ln[nf(T)], \quad \tilde{F}_{\nabla g} = \frac{\hbar^2}{2m_g} |\nabla n(z, r)|^2,$$

$$\int |\varphi(z, r)|^2 dz d^2 r = 1, \quad \int n(z, r) dz d^2 r = \text{const.} \quad (5)$$

Здесь m, m_g – масса электрона и отдельного газового атома, $n(z, r)$ – локальная плотность газа, $\varphi(z, r)$ – волновая функция электрона, $f(T)$ – известная функция температуры T . Как и для электронного пузырька в жидком гелии, основной выигрыш в энергии, ведущий к локализации электрона, возникает от уменьшения плотности газа в зоне пузырька (\tilde{F}_{int} в (4)), энергия нулевых колебаний (\tilde{F}_e из (4)) препятствует уменьшению размеров аниона, слагаемые $\tilde{F}_{\text{gas}}, \tilde{F}_{\nabla g}$, напротив, ограничивают размеры аниона сверху. С ростом плотности газа слагаемое $\tilde{F}_{\nabla g}$ трансформируется в известный вклад от поверхностного натяжения. Однако в начальной стадии слабой локализации это слагаемое не так существенно и ниже будет рассматриваться в качестве возмущения. Основанием для этого заключения уже на стадии (4), (5) является экспериментальная информация о чувствительности критических условий (1), (3) к температуре. Теория сохраняет такую возможность, если в связке $\tilde{F}_{\text{gas}} + \tilde{F}_{\nabla g}$ первое слагаемое оказывается основным (T -сценарий). В режиме сильной локализации ситуация может меняться (∇ -сценарий)

Варьирование функционала F в T -сценарии по n ведет к легко узнаваемой связи между $n(z, r)$ и $\varphi(z, r)^2$, известной еще со времен [3]:

$$n(z, r) = n_g \exp(-\psi(z, r)/T), \quad (6)$$

$$\psi(z, r) = \frac{2\pi \hbar^2 a_o}{m} |\varphi(z, r)|^2.$$

При выполнении этого варьирования существенно сохранение полного числа гелиевых атомов (требование (5) для газовой плотности), позволяющее вводить в уравнение Эйлера для $n(r, z)$ соответствующий множитель Лагранжа.

Используя (6), можно переписать функционал F в следующем виде:

$$F = \int dz d^2 r \left[\frac{\hbar}{2m} |\nabla \varphi(z, r)|^2 - n_g T \ln(n_g f(T)) \times \right. \\ \left. \times [1 - \exp(-\psi(z, r)/T)] + n_g T \ln(n_g f(T)), \quad (7) \right. \\ \left. \ln(n_o f(T)) \leq 0. \right.$$

Варьирование (7) по φ с учетом (5) позволяет записать нелинейное волновое уравнение для этой функции. Однако его аналитическое решение в общем виде найти не удастся. Поэтому для выяснения деталей автолокализации электрона приходится обрабатывать функционал (7) вариационным способом.

Форма F (7) имеет смысл и в трехмерном случае. Полагая здесь волновую функцию равной

$$\varphi(r) = \pi^{-1/2} k^{3/2} \exp(-kr) \quad (8)$$

(r – трехмерный радиус, k – варьируемый параметр) и определяя следующее из (7), (8) выражение для F , находим, что хорошо выраженный минимум F в функции от k может существовать, причем экстремальное значение k_{min} находится в области параметров, отвечающих неравенству

$$\kappa = \psi_{\text{min}}(0)/T \gg 1, \quad \psi_{\text{min}}(0) = \psi(r=0, k=k_{\text{min}}), \quad (9)$$

$$\tilde{k}_{\text{min}} = k_{\text{min}}/k_o \simeq 1.5, \quad k_o^3 = \frac{mT}{2\hbar^2 a_o}.$$

Другими словами, трехмерный электрон в газообразном гелии способен автолокализоваться (анион малого радиуса), причем уже в момент возникновения область локализации электрона практически свободна от паров гелия (детали расчета см. в [4]). В жидком гелии это образование принимает вид электронного пузырька с характерным радиусом порядка 20 Å.

Из других, заслуживающих внимания утверждений относительно 3D пузырька в газе, отметим возможность обезразмеривания формы F (7) с использованием

$$\tilde{k} = k/k_o, \quad \tilde{n} = n/n^*, \quad n^* = \frac{1}{2\pi a_o} \left(\frac{mT}{2\hbar^2 a_o} \right)^{2/3}. \quad (10)$$

Отсюда следует, в частности, что критическая плотность образования 3D пузыря должна быть температурозависящей по закону (1).

При переходе к электронным состояниям на поверхности диэлектрика условия автолокализации должны смягчаться. Это предположение находится в русле общих представлений квантовой механики и подтверждается дальнейшими расчетами.

Полагая для квази 2D электрона

$$\varphi(r, z) = 2\gamma^{3/2} \exp(-\gamma z) \sqrt{2/\pi q} \exp(-q^2 r^2), \quad q = R^{-1}, \quad (11)$$

$$\gamma = \frac{me^2(\epsilon - 1)}{4\hbar^2(\epsilon + 1)}, \quad \int dz d^2r |\psi^2(r, z)| = 1$$

(ϵ – диэлектрическая постоянная твердого водорода, r – двумерный радиус, q – варьируемый обратный радиус локализации) и минимизируя F (7) с $\varphi(r, z)$ (11) по q , находим для q_{\min} :

$$\frac{\hbar^2 q_{\min}^2}{m} = \frac{27}{160} \left(\frac{3}{2}\right)^4 \frac{T}{\gamma a_o} \left[1 - \frac{n_c}{n_o}\right], \quad (12)$$

$$n_c = \frac{4mT}{3\pi\hbar^2 a_o^2 \gamma |\ln(n_o f(T))|}, \quad (13)$$

где γ из (11). Результат (12), (13) имеет структуру (3) и с некоторыми численными ремарками был приведен ранее в [6].

Величина q_{\min} по определению положительна. Это означает, что слабая локализация вида (11), (12) становится возможной лишь в условиях

$$n_c < n_g, \quad (14)$$

то есть возникает пороговым образом.

С учетом (11)–(13) выражение для F (7) принимает вид

$$F = -c \frac{a_o n_g \hbar^2}{m} \left(1 - \frac{n_c}{n_g}\right)^2, \quad c = \frac{\pi}{20} (3/2)^9 \simeq 1.92. \quad (15)$$

Следует подчеркнуть, что формулы (11)–(14) получены в предположении

$$\kappa \ll 1$$

где κ из (9). Нетрудно видеть, что этот параметр содержит лишний множитель

$$\gamma a_o / z \ll 1$$

по сравнению с F/T . Другими словами, параметр κ может еще быть сравнительно малым, а относительная энергия локализации F/T может уже превышать единицу. Это обстоятельство надо иметь в виду при анализе формулы (15).

2. Несколько слов о механизме локализации из [11]. Здесь полагается, что энергия локализации E_c складывается из двух частей:

$$E_c = E_c^- + E_c^+. \quad (16)$$

Выигрыш E_c^- связан с уменьшением плотности газа в окрестности локализованного электрона, проигрыш E_c^+ , как и выше, отвечает энергии нулевых колебаний электрона.

Для определения E_c^- используется вероятность равновесной флуктуации числа частиц в идеальном газе [16]:

$$(\delta N)^2 = N. \quad (17)$$

Далее, имея в виду что

$$N = n_g V, \quad \delta N = \delta n_g V, \quad V = \langle z \rangle R^2$$

(R , $\langle z \rangle$ – длины локализации электрона в горизонтальном и вертикальном направлениях), имеем на основании (17)

$$\delta n_g^2 = n_g / V. \quad (18)$$

Осталось подставить выражение для δn_g со знаком плюс в определение \tilde{F}_{int} (4), являющееся вариантом E_c^- :

$$E_c^- = \frac{2\pi\hbar^2 a_o}{m} \delta n_g = \frac{2\pi\hbar^2 a_o n_g^{1/2}}{m V^{1/2}}. \quad (19)$$

Величина E_c^- (19) оказывается зависящей от R , а общее выражение E_c (16) при этом имеет экстремум по R . Результирующее экстремальное выражение для энергии захвата электрона во флуктуационную яму выглядит так:

$$E_c^* = \gamma_* n_g, \quad \gamma_* = \frac{2\pi\hbar^2 a_o^2}{m \langle z \rangle}. \quad (20)$$

Комментируя сценарий (16)–(20), отметим лишь, что использование в этой схеме формулы (17) лишено каких-либо оснований. Для того чтобы убедиться в этом, попробуем ввести соотношение (17), которое в трактовке авторов [7–12] выглядит универсальным при описании любых “поляронных” образований, в задачу о пузырьке в жидком гелии. Формула (17), или ее аналог (18), в этом случае снова дает

$$\delta n_l^2 = n_l / V, \quad V = 4\pi R^3 / 3, \quad R \gg a. \quad (21)$$

Здесь R – радиус пузырька, a – межатомное расстояние, n_l – плотность жидкости.

Далее, для пузырька $\delta n_l = n_l$, так что оценка δn_l (21) принимает вид

$$\delta n_l = 1/V. \quad (21a)$$

Но такая оценка грубо неверна, ибо электронный пузырек в жидкости пуст, а значит, оценка δn_i должна выглядеть так:

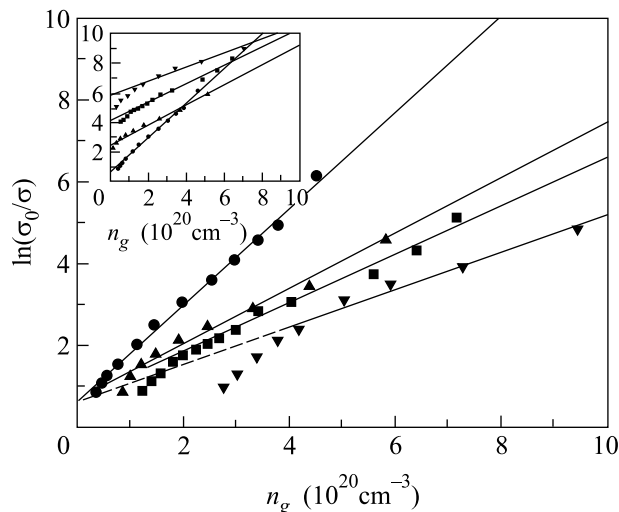
$$\delta n_i = 1/a^3. \quad (216)$$

Отметив качественную несостоятельность модели (16)–(20), необходимо все же иметь ее “под рукой”, так как обработка данных [11] велась с ее помощью. Сравнивая, в связи с этим, выражения (15) и (20), нетрудно видеть, что в линейной по n_g области (то есть в условиях $n_g \gg n_c$) они отличаются множителем $a_o/\langle z \rangle$:

$$\frac{E_c^*}{F} |_{n_g > n_c} \simeq a_o/\langle z \rangle. \quad (22)$$

Это обстоятельство надо иметь в виду при обсуждении экспериментальных данных.

3. Перейдем к экспериментам. Исходной причиной, побудившей авторов [7–12] говорить о возможной автолокализации электронов над твердым водородом при наличии газообразного гелия явились данные о 2D проводимости, демонстрирующей в определенной области параметров (в окрестности плотности n_c , заметно меньшей 3D порога из (9)) активационное поведение. При этом энергия активации линейно растет с увеличением плотности газа. Считая свою модель локализации состоятельной, а линейный рост энергии активации в функции n_g наиболее важной деталью, доступной проверке, авторы [7–12] представили на рисунке (вставка) данные об энергии активации в форме, по возможности полно иллюстрирующей эту линейность. Для этого почему-то пришлось сдвигать отдельные куски зависимостей $\ln \sigma_o/\sigma(n_g, T)$ друг относительно друга (см. комментарии к рис.4 в [11]). Хотя наличие такой линейности очевидно и при нормальном положении этих линий. Постоянная γ_* , следующая из анализа графиков рис.4 в [11], довольно хорошо совпадает с (20). Это обстоятельство выглядит как весомый плюс в пользу модели (16)–(20), а значит, минус рассмотрению (11)–(15)? Однако в [11] ничего не говорится о необходимости коррекции плотности газа над поверхностью водорода. Силы ван-дер-Ваальса уплотняют газообразный гелий над водородом, так же, как это происходит над жидким гелием, где наличие поверхностного уплотнения приводит к добавкам газового происхождения в температурную зависимость поверхностного натяжения (см. [17]). В результате локальная плотность газа в зоне локализации аниона больше объемной. И потому видимое согласие эксперимента с предсказаниями (20) в смысле правильности оценки γ_* реально (с учетом (22)) означает его бóльшую близость к формуле (15), чем к (20).



На вставке: данные [11] о $\ln \sigma_o/\sigma(n_g, T)$ в функции от n_g для разных температур: кружки – $T = 1.8$ К, треугольники – $T = 4$ К, квадраты – $T = 5.1$ К, перевернутые треугольники – $T = 7.7$ К. Основная часть рисунка содержит эти же данные, передвинутые с сохранением наклонов и выполнением двух требований: все наклонные линии должны сходиться в точке $n_g = 0$ (это требование заложено в определении (20)), порог возникновения активационного поведения проводимости должен быть одинаковым для разных температур, приведенных на рисунке. Комментарии к рисунку – в тексте

Отдельного обсуждения заслуживают начальные участки всех зависимостей $\ln \sigma_o/\sigma(n_g, T)$, см. рисунок. Они демонстрируют заметное отклонение от линейности, нарастающее с увеличением T . Этот эффект полностью отсутствует в модели (16)–(20) и вполне созвучен описанию (11)–(15). Для наглядности данные [11] перестроены нами с учетом двух соображений: во-первых, все асимптотики зависимостей $\ln \sigma_o/\sigma(n_g, T)$ от плотности n_g для разных T должны, по определению, сходиться в нулевой точке. Во-вторых, относительный порог зарождения локальных состояний должен иметь примерно одинаковую чувствительность для разных температур. Результаты такой перестройки представлены на рисунке. Хорошо виден пороговый характер появления 2D анионов, сдвиг критической точки в нужном направлении при увеличении T и плавные выходы на линейные зависимости в области $n_g > n_c$.

Таким образом, в работе собрана информация о дискообразных электронных пузырьках на поверхности водорода при наличии газообразного гелия. Формализм, определяющий параметры такого образования, имеет общую основу [3–5], позволяющую работать как с трехмерными пузырьками, так и с их

аналогами при участии внешних локализирующих полей. Приводится сравнение выводов теории с заключениями, следующими из модели локализации электронов на глубоких флуктуациях газовой плотности, предложенной в [11]. Обсуждаются эксперименты [11], свидетельствующие о наличии дискообразных автолокализованных электронных состояний на твердом водороде + газообразный гелий.

Работа частично финансирована Российским фондом фундаментальных исследований, грант # 03-02-16121.

-
1. R. Ferrel, Phys. Rev. **108**, 167 (1957).
 2. G. Carrery, V. Fazoli, and F. Gaeta, Nuovo Chim. **15**, 774 (1960).
 3. J. Levin and T. Sanders, Phys. Rev. **154**, 138 (1967).
 4. Л. Кукушкин, В. Шикин, ЖЭТФ **63**, 1830 (1972).
 5. В. Шикин, УФН **121**, 457 (1977).
 6. В. Шикин, Ю. Монарха, ЖЭТФ **65**, 751 (1973).
 7. P. Adams and M. Paalanen, Phys. Rev. Lett. **58**, 2106 (1987).
 8. P. Adams and M. Paalanen, Phys. Rev. Lett. **61**, 451 (1988).
 9. P. Adams and M. Paalanen, Surf. Sci. **196**, 150 (1987).
 10. P. Adams, Surf. Sci. **263**, 663 (1991).
 11. P. Adams, Phys. Rev. Lett. **65**, 3333 (1990).
 12. P. Adams, D. Brown, and M. Paalanen, Phys. Rev. **B45**, 8837 (1992).
 13. E. Abrahamson, P. Anderson, D. Licciadello, and T. Ramakrishnan, Phys. Rev. Lett. **42**, 673 (1979).
 14. В. Al'tshuler, D. Khmel'nizkii, A. Larkin, and P. Lee, Phys. Rev. **B22**, 5142 (1980).
 15. Б. Альтшулер, А. Аронов, А. Ларкин, Д. Хмельницкий, ЖЭТФ **81**, 768 (1981).
 16. Л. Ландау, Е. Лифшиц, *Статистическая физика*, М.: Наука, 1995, стр. 605.
 17. А. Дюгаев, П. Григорьев, Письма в ЖЭТФ **78**, 935 (2003).