Письма в ЖЭТФ, том 29, вып.2, стр. 166 – 169 *20 января 1979 г.*

CP-НАРУШЕНИЕ И УГОЛ КАБИББО В МОДЕЛИ КВАТЕРНИОНОВ

Дж. Л. Чкареули

Исследована массовая матрица кварков в калибровочной модели кватернионных полей. Модель требует введения восьми кварковых состояний. Обсуждается дискретная M-симметрия, запрещающая смешивание "легких" кварков u, d, s, c с "тяжелыми" t, b, t', b'. В секторе "легких" кварков возникает спонтанное CP-нарушение в вершинах взаимодействия бозонов Хиггса с кварковым скалярным током $\bar{d}s$. В пределе CP-инвариантности вычислен угол Кабиббо $\theta_c = \mathrm{arctg}\sqrt{\dfrac{m_d}{m_s}} - \mathrm{arctg}\sqrt{\dfrac{m_u}{m_c}}$.

Недавно [1] нами была рассмотрена калибровочная теория кватернионных полей (Q-полей) спина 0, 1/2, и 1 в качестве единой теории слабого и электромагнитного взаимодействия лептонов и кварков. Подобно тому как комплексное поле в лагранжиане означает наличие электрического (или какого-нибудь другого аддитивного) заряда в теории, кватернионное поле соответствует, как оказывается, "слабоэлектрическому" заряду (Q-заряду), компоненты которого образуют $SU(2)\otimes U(1)$-алгебру. В простейшем случае теория содержит одно базисное левоспиральное поле-кватернион спина 1/2 (^{1}L), которое может быть связано с квартетом левоспиральных кварков или лептонов. В общем случае число таких L-полей, связанных с другими квартетами кварков и лептонов, произвольно. Эти квартеты, включая также квартет скалярных полей, распадаются на пары изодублетов при условии, что массовые параметры и константы взаимодействия соответствующих Q-полей в секторах Хиггса [2] и Юкавы [2] сами являются кватернионами [1]. Что же касается правоспиральных полей-кватернионов (R), то они, по предположению, обладают не полным Q-зарядом (как L-поля и скалярное Q-поле), а только электрическим зарядом (принимающим одно и то же значение для всех компонент данного R-поля[1]), и соответствующие

[1] Напомним, что в отличие от L-полей и скалярного поля, преобразующихся с Q-фазой, поле R испытывает лишь обычное фазовое преобразование, одинаковое для всех его компонент [1]

им квартеты распадаются на изосинглеты – правые компоненты полей кварков и лептонов. Легко понять, таким образом, что непротиворечивое описание имеющейся систематики кварков возможно лишь при двух[1] L-полях, $L^{(1)}$ и $L^{(2)}$, индуцирующих одинаковые квартеты частиц с дублет-дублетным наполнением

$$\bar{\bar{L}}^{(1)} = \left[\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}\right]_L, \qquad \bar{\bar{L}}^{(2)} = \left[\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix},\begin{pmatrix} t' \\ b' \end{pmatrix}\right]_L \tag{1}$$

и двух R-полях, R_u и R_d, дающих два разных квартета, соответственно, u-типа (с зарядом $+2/3$) и d-типа (с зарядом $-1/3$), содержащих только слабые изосинглеты

$$\bar{\bar{R}}_u = \begin{pmatrix} u & c \\ t & t' \end{pmatrix}_R, \qquad \bar{\bar{R}}_d = \begin{pmatrix} b & b' \\ d & s \end{pmatrix}_R \tag{2}$$

где t' и b' – седьмой и восьмой кварки, отличающие Q-модель от общепринятой сейчас трехдублетной модели [3]. Все сказанное здесь и далее о кварках автоматически переносится и на лептоны с одной лишь оговоркой: в случае лептонов вводится одно R-поле с зарядом -1, чтобы обеспечить массы лептонам e, μ, τ, τ' и безмассовость нейтрино ν_e, ν_μ, ν_τ $\nu_{\tau'}$.

Перейдем теперь от полей L и R к скалярному полю $\phi = \phi_0 + ie_k\phi_k$, $k = 1, 2, 3$ (здесь и в последующих формулах по повторяющимся индексам предполагается суммирование). Полином Хиггса поля ϕ имеет стандартный вид[2] :

$$P_\phi = \frac{1}{2} m^2 \phi^+ \phi + \frac{1}{2} h (\phi^+ \phi)^2 + Q.c. \tag{3}$$

Полином (3) для четверки компонент $\{\phi_0, \phi_1, \phi_2, \phi_3\}$ поля ϕ, записанных в виде двух изодублетов D_1 и D_2, приобретает вид:

$$\frac{1}{2} P(D_1, D_2) = \frac{1}{2} m_0^2 (\bar{D}_1 D_1 + \bar{D}_2 D_2) + h_{03}^- (\bar{D}_1 D_1)^2 + h_{03}^+ (\bar{D}_2 D_2)^2 + \tag{4}$$
$$+ h_{12} (\bar{D}_1 D_1 + \bar{D}_2 D_2)(\bar{D}_1 D_2) + h_{12}^* (\bar{D}_1 D_1 + \bar{D}_2 D_2)(\bar{D}_2 D_1) + 2 h_0 (\bar{D}_1 D_2)(\bar{D}_2 D_1),$$

где $h_{03}^\pm = h_0 \pm h_3$, $h_{1,2} = -(h_1 - ih_2)$ и где мы для простоты (и без потери общности) положили $m_k = 0$ и $m = m_0$[3]. Поля D_1 и D_2 для $m_0^2 < 0$ развивают вакуумные ожидания: $\langle D_1 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \lambda_1 \end{pmatrix}$, $\langle D_2 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} e^{i\epsilon}$ и $D_m = \langle D_m \rangle + d_m$, ($m = 1,2$). Массовая матрица полей d_1 и d_2 может быть вычислена явно. Диагонализируя ее переходом к новым полям $\widetilde{d}_1$ и $\widetilde{d}_2$

$$\widetilde{d}_1 = d_1 \cos\alpha + d_2 e^{-i\delta} \sin\alpha, \qquad \widetilde{d}_2 = -d_1 \sin\alpha + d_2 e^{-i\delta} \cos\alpha \tag{5}$$

---

[1] Отметим, что при одном L-поле и одном R-поле мы бы имели четыре безмассовых – два левоспиральных и два правоспиральных – кварковых состояния.

[2] Здесь $m^2 = m_0^2 + ie_k m_k^2$ $h = h_0 + ie_k h_k$; $(m^2)^+ = m^2$, $h^+ = h$ ("+" означает полное, эрмитовское (*) и кватернионное ($Q.c.$) сопряжение [1].

[3] Потенциал похожего вида постулировал Сикиви [4] с целью нарушения CP-инвариантности в модели Вейнберга – Салама [2].

(при этом оказывается $\delta = \epsilon$ и $\mathrm{tg}\,a = \dfrac{\lambda_2}{\lambda_1}$), мы приходим после процедуры Хиггса [2] к пяти массивным скалярным бозонам $\tilde{d}_2^{\pm}, \mathrm{Im}\tilde{d}_2^0, \mathrm{Re}\tilde{\tilde{d}}{}_{1,2}^0$, где $\approx$ означает вращение, аналогичное (5), но с другим углом a' (хотя и с той же самой фазой, $\delta = \epsilon$). Первоначальная калибровочная $SU(2)\otimes \otimes U(1)$-симметрия ($Q$-симметрия) спонтанно нарушена в подгруппе электрического заряда [1].

Рассмотрим далее массовую матрицу кварков. Наиболее общая Q-инвариантная [1] связь полей L и R со скалярным полем ϕ имеет вид:

$$\mathcal{L}_y = [G_{mn}^{pq}, L^{(m)}\phi_q]_p R_q^{(n)} + \bar{R}_q^{(n)} [\phi_q^+ L^{(m)}, G_{mn}^{pq}]_p + Q.c., \qquad (6)$$

где $m, n = 1, 2$; $q = u, d$; $p = \pm$ (коммутатор, антикоммутатор); $\phi_u = \phi^*$, $\phi_d = \phi$; $R_q^{(1)} = \dfrac{1 - ie_3}{2} R_q$, $R_q^{(2)} = \dfrac{1 + ie_3}{2} R_q$, $\dfrac{1 \mp ie_3}{2}$ – проекционные операторы, "извлекающие" из полей R_q "легкие" u, c, d, s ("тяжелые" t, t', b, b') компоненты. Недиагональные элементы кватернионных матриц связи G_{mn}^{pq} $(m \neq n)$ смешивают два квартета кварков – "легких" и "тяжелых" – между собой. Введем дискретную симметрию M, которая запрещала бы это смешивание:

$$L^{(1)} \to iL^{(1)}, \quad L^{(2)} \to -iL^{(2)}, \quad R_{u,d} \to e_3 R_{u,d} \qquad (7)$$

(последнее преобразование в терминах полей $R^{(1)}$ и $R^{(2)}$ означает $R^{(1)} \to iR^{(1)}$, $R^{(2)} \to -iR^{(2)}$). Инвариантность полного лагранжиана относительно преобразований [7] приводит к диагональной по кварковым Q-полям форме связи Юкавы [6], $G_{12}^{pq} = G_{21}^{pq} = 0$. В результате вакуумного сдвига скалярных полей массовая матрица легких кварков (после обычной процедуры [1] перемножения Q-полей в связи (6) и перехода к компонентам) запишется теперь как:

$$\mathcal{L}_M = \overline{S_{mL}^q}\,(\lambda_1 A_{mn}^q + e^{i\epsilon_q}\lambda_2 B_{mn}^q) S_{nR}^q + h.c. \qquad (8)$$

($S^u = (u/c)$, $S^d = (d/s)$ $\epsilon_u = -\epsilon$, $\epsilon_d = \epsilon$), где A_{mn}^q и B_{mn}^q – компоненты комбинаций элементов матриц G_{mn}^{pq}, удовлетворяющие условиям: $A_{12}^q = (A_{21}^q)^* B_{11}^g = B_{22}^q$, $B_{12}^q = B_{21}^q = 0$, а также $A_{11}^q = 0$, если в кватернионах G_{mn}^{pq} нулевая и третья компоненты совпадают ("0 – 3"-симметрия). Диагонализация $\mathcal{L}_M$ по полям кварков хотя и не может [3] дать CP-нарушения в обычном слабом взаимодействии с промежуточными векторными бозонами $W^{\pm}$ и Z^0, индуцирует его в вершинах взаимодействия бозонов Хиггса $\mathrm{Im}\tilde{d}_1^0$ и $\mathrm{Re}\tilde{d}_{1,2}^0$ со скалярным кварковым током $\bar{d}s$. Вследствие большого числа параметров в $P(D_1, D_2)$ и $\mathcal{L}_M$ это нарушение всегда может быть аранжировано так, чтобы дать нужную величину $(K_1^0 - K_2^0)$-смешивания. Аналогичное рассмотрение имеет силу и для тяжелых кварков t, b, t', b'.

В отсутствие M-симметрии CP-нарушение имеет место в секторе (6) даже в пределе точной $SU(2)\otimes\tilde{U}(1)$. Более того, при ее спонтанном нарушений, вследствие смешивания четверок кварков u- и d-типа, соответственно, CP-нарушение возникает также и в обычных слабых вершинах с $W^{\pm}$ - и Z°-бозонами. Нам это представляется менее привлекательным. С другой стороны, M-симметрия локализует слабое взаимодействие в изолированных друг от друга квартетах кварков (точная кабиббовская универсальность) и в соответствии с ней эксперименты по нейтринорождению тяжелых адронов, содержащих кварки t, b, t', и b', должны дать отрицательный результат. В то же время в (e^+e^-)-аннигиляции запрета на их рождение нет.

Вернемся, однако, к массовой матрице [8]. В приближении, когда CP-неинвариантные члены в $\mathcal{L}_M$ отсутствуют, $B^q_{11} = B^q_{22} = 0$, и кроме того затравочные массы u- и d-кварков равны нулю, $A^q_{11} = 0$ ("0 – 3" симметрия), для физических (диагонализованных) полей кварков имеют место массовые соотношения:

$$m_u = \mathrm{tg}\theta\, m_c \ , \quad m_d = \mathrm{tg}\theta'\, m_s \ , \qquad (9)$$

что дает для угла Кабиббо $\theta_c = \theta' - \theta$ значение, приведенное в аннотации[1]), в хорошем согласии с экспериментом [5].

Отметим, что оба результата – CP-нарушение и значение угла Кабиббо – являются не итогом специального выбора [4, 5] связей в секторах Хиггса и Юкавы, но следуют из Q-структуры полей и параметров теории при простейшем (стандартном) выборе этих связей.

Автору приятно поблагодарить А.А.Ансельма, Д.И.Дьяконова, О.В.Канчели, В.И.Огиевецкого и И.В.Пазиашвили за полезные обсуждения.

Институт физики
Академии наук Грузинской ССР

Поступила в редакцию
21 декабря 1978 г.

Литература

[1] Дж. Л.Чкареули. Письма в ЖЭТФ, 27, 590, 1978.

[2] S Weinberg. Rev. Mod. Phys., 46, 255, 1974.

[3] J Ellis et. al. Nucl. Phys., B109, 213, 1976.

[4] P Sikivie. Phys. Lett., 65B, 141, 1976.

[5] H Fritzsch. Phys. Lett., 70B, 436, 1977.

1) Это значение для θ_c в рамках $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)$-теории было получено в ряде работ (см., например, [5]). В $SU(2)\otimes U(1)$-теории этот результат получен впервые благодаря более высокой симметрии потенциала Юкавы в Q-модели по сравнению с обычной моделью Вейнберга – Салама [2] с тем же содержанием частиц