Письма в ЖЭТФ, том 29, вып. 4, стр. 227 – 230 *20 февраля 1979 г.*

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ЖЕЛОБКОВЫХ КОЛЕБАНИЙ В АМБИПОЛЯРНЫХ ЛОВУШКАХ

А.В. Тимофеев

Показано, что в амбиполярных ловушках желобковые колебания плазмы могут быть устойчивыми даже, если магнитное поле аксиально-симметрично, т. е. не имеет "min-B" на оси системы. Рассматривается плазма низкого давления, колебания которой являются потенциальными.

1. В амбиполярных ловушках [1] преодолен основной недостаток открытых магнитных ловушек – большие потери частиц через торцы. Цель настоящего сообщения – показать, что в таких системах открываются также и новые возможности для стабилизации желобковой неустойчивости. Обычно для этого используются конфигурации магнитного поля с "min - B". Однако создание таких конфигураций затруднительно с технической точки зрения, а неизбежное при этом нарушение аксиальной симметрии магнитного поля открывает новый канал потерь [2]. Мы покажем, что амбиполярные ловушки можно сделать устойчивыми по отношению к желобковым колебаниям без использования конфигураций с "min-B".

2. Амбиполярные ловушки – системы, составленные из трех последовательно соединенных открытых ловушек, причем число частиц,удерживаемых в крайних ловушках – $N^{(1)}$, и характерный масштаб изменения магнитного поля – $L^{(1)}$ много меньше соответствующих величин для средней ловушки – $N^{(0)}$, $L^{(0)}$, а средняя энергия ионов $\epsilon_i^{(1)}$ намного выше $T_i^{(0)}$, T_e. Здесь и в дальнейшем величины, относящиеся к средней ловушке, отмечаются индексом "0", к крайним – "1", у величин, характеризующих электронную компоненту, индекс отсутствует, так как электроны в таких системах обобществлены.

Инкремент желобковой неустойчивости, развивающейся в обычных аксиально-симметричных ловушках намного превосходит угловую скорость азимутального дрейфа ионов из-за неоднородности магнитного поля, хотя именно такой дрейф и является "движущей силой" неустойчивости. Наличие в амбиполярных ловушках большой центральной части увеличивает инерционность системы, приводя к снижению инкремента. Если его величина $\gamma \approx \omega_i^{(0)} \dfrac{\rho_i^{(1)}}{L^{(1)}}\left(\dfrac{N^{(1)}}{N^{(0)}}\right)^{1/2}$, определяемая по традиционной схеме (см., например, [3, 4]), станет меньше скорости дрейфа $\omega_i^{*(1)} \approx \omega_i^{(1)}(\rho_i^{(1)}/L^{(1)})^2$, то сама эта схема, основанная на использовании разложения по параметру $\omega_i^{*(1)}/\omega$ окажется непригодной. Здесь $\rho_i^{(1)}$ – ларморовский радиус ионов, $\omega_i^{(1)}$ – циклотронная частота.

Дифференциальное уравнение желобковых колебаний, справедливое и при $\omega \lesssim \omega_i^{*(1)}$, имеет вид

$$\frac{1}{r}\,\frac{d}{dr}\,S\,\frac{d\psi}{dr} + \frac{1-m^2}{r^3}\,S\,\psi + (m^2\gamma^{(0)2} + \omega^2)\,r\,\frac{dn^{(0)}}{dr}\,\psi -$$

$$- m\delta\,\omega\omega_i^{(0)}\left\langle \frac{m\omega_i^{*(1)}}{\omega - m\omega_i^{*(1)}}\right\rangle r\,\frac{dn^{(0)}}{dr}\,\psi = 0. \qquad (1)$$

Оно получено усреднением уравнения Пуассона по трубке силовых линий магнитного поля (желобку), проходящей через всю систему. Для определения возмущений плотности заряда использовались методы работы [4]. В (1) обозначено $\psi = {}^1/_r\,\phi$; ϕ – возмущение потенциала; m – азимутальное волновое число; r – значение радиуса силовой трубки в центральной ловушке; $S = \omega^2 r^3 \left(1 - \dfrac{m\omega_{Л}^{(o)}}{\omega}\right) n^{(o)}$; $\omega_{Л}^{(o)} = \dfrac{T_i^{(o)}}{m_i\,\omega_i^{(o)}} \dfrac{1}{rn^{(o)}} \dfrac{dn^{(o)}}{dr}$

угловая скорость ларморовского дрейфа ионов; $\gamma^{(o)2} = \dfrac{T_i^{(o)} + T_e}{m_i L^{(o)2}} \dfrac{H^{(1)}}{H^{(o)}}$; $\delta = N^{(1)}/N^{(o)}$; скобки $<\ \ldots >$ означают усреднение по функции распределения ионов по скоростям в крайних ловушках.

Если $n^{(o)}(r) = n_o^{(o)} e^{-r^2/a^{(o)2}}$, то решение уравнения (1) выражается через вырожденные гипергеометрические функции [3, 4], а дисперсионное уравнение для частоты собственных колебаний принимает вид

$$\omega^2 + m^2\gamma^{(o)2} - m\delta\,\omega\omega_i^{(o)} \left\langle \frac{m\omega_i^{*(1)}}{\omega - m\omega_i^{*(1)}} \right\rangle + A_{m,n}\omega(\omega - m\omega_{Л}^{(o)}) = 0\,. \qquad (2)$$

Здесь $A_{m,n} = n + ½(m-1)$; n – радиальное волновое число.

3. Рассмотрим сначала устойчивость так называемой первой моды ($n = 0$, $m = 1$, $A_{m,n} = 0$). Если распределение ионов по скоростям имеет вид δ-функции, то уравнение (2) становится алгебраическим, третьей степени. Не представляет труда показать, что при выполнении условий $\omega_i^{*(1)} >> \delta\omega_i^{(o)} > 2\gamma^{(o)}$ или в другом виде $\dfrac{H^{(1)}}{H^{(o)}}\left(\dfrac{\rho_i^{(1)}}{L^{(1)}}\right)^2 >> \dfrac{N^{(1)}}{N^{(o)}} > 2\dfrac{\rho_i^{(o)}}{L^{(o)}}\left(\dfrac{H^{(1)}}{H^{(o)}}\right)^{1/2}$ первая мода устойчива вне зависимости от знака $\omega_i^{*(1)}$. (Обычные ловушки устойчивы, лишь если магнитное поле нарастает по радиусу $\omega_i^{*(1)} > 0$). Таким образом мы приходим к парадоксальному на первый взгляд выводу: три ловушки, каждая из которых по отдельности неустойчива, стабилизируются при объединении. Механизм стабилизации напоминает механизм стабилизации за счет эффектов конечного ларморовского радиуса [3]. Как известно, эффекты конечного ларморовского радиуса замедляют дрейф ионов в возмущениях потенциала. В результате электроны смещаются по радиусу на большие расстояния, и возмущение плотности электронов превосходит ионное. Электрическое поле избыточного заряда препятствует выбросу плазмы в область меньшего магнитного поля, что и приводит к стабилизации колебаний. В настоящем случае избыточный электронный заряд возникает из-за того, что в низкочастотных колебаниях с $\omega_{1,2} \approx ½(-\delta\omega_i^{(o)} \pm ((\delta\omega_i^{(o)})^2 - 4\gamma^{(o)2})^{1/2})$ участвуют все электроны, но лишь те ионы, которые находятся в центральной ловушке.

Что касается высокочастотных колебаний с $\omega_3 \approx \omega_i^{*(1)}$, то такие колебания устойчивы, так как они не затрагивают ни электронной компоненты, ни ионов, находящихся в центральной ловушке. Уже небольшой разброс в распределении ионов по скоростям устраняет эту ветвь колебаний [5]. В то же время разброс слабо влияет на низкочастотные колебания. Действительно, амбиполярное электрическое поле выбрасывает из крайних ловушек ионы, энергия которых в несколько ($3 \div 5$) раз меньше средней. Поэтому скорость дрейфа всех ионов в крайних ловушках должна намного превышать ω.

Если распределение ионов по скоростям имеет вид δ-функции, то вместе с первой модой стабилизируются и все остальные. Однако при наличии разброса в распределении ионов одна из ветвей колебаний может оказаться неустойчивой. К ее раскачке приводит резонансное взаимодействие с дрейфом ионов в крайних ловушках. В этом легко убедиться, если учесть мнимую часть третьего слагаемого в (2), используя при усреднении по скоростям соотношение $\operatorname{Im}\dfrac{1}{\omega - m\omega_i^{*(1)}} = -\pi\delta(\omega - m\omega_i^{*(1)})$. Инкремент неустойчивости может достигать значений порядка $\delta\omega_i^{(o)}$. Для стабилизации колебаний необходимо добиться выполнения одного из неравенств $B = \dfrac{\omega_{л}^{(o)}}{\omega_i^{*(1)}} \ll 1$ или $B \gg 1$. (Используя соотношение $H^{(o)}a^{(o)2} = H^{(1)}a^{(1)2}$, величину B можно представить в виде $\dfrac{T_i^{(o)}}{\epsilon_i^{(1)}}\left(\dfrac{L^{(1)}}{a^{(1)}}\right)^2$. В первом случае ионы, которые могли бы резонировать с колебаниями, не удерживаются в ловушке (см. выше), во втором – их число экспоненциально мало.

В заключение заметим, что условия устойчивости, полученные в настоящем сообщении, не накладывают невыполнимых условий на параметры гипотетических термоядерных реакторов [1, 6].

За обсуждение работы автор благодарен В.В.Арсенину, С.В.Путвинскому, Д.Д.Рютову.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
4 января 1979 г.

Литература

[1] Г.И.Димов, В.В.Закайдаков, М.Е.Кишиневский. Физ. плазмы, 2, 597, 1976.

[2] Д.Д.Рютов, Г.В.Ступаков. Письма в ЖЭТФ, 26, 182, 1977; Д.Д.Рютов, Г.В.Ступаков. Физ. плазмы, 4, 501, 1978.

[3] M.N.Rosenbluth, N.A.Krall, N.Rostoker. Nucl. Fusion. Suppl. 1, 143, 1962.

[4] А.В.Тимофеев. Яд. Синтез, 6, 93, 1966.

[5] С.В.Путвинский, А.В.Тимофеев, 1, 990, 1975.

[6] B.G.Logan et al.Preprint UCRL-80644, 1978.