Письма в ЖЭТФ, том 29, вып.8, стр. 493 – 497 *20 апреля 1979 г.*

СТРУКТУРА РАСХОДИМОСТЕЙ В СУПЕРГРАВИТАЦИИ

Р.Э.Каллош

Найдена наиболее общая структура калибровочно инвариантных локальных расходимостей в супергравитации и показано, что не только они сами, но и их вклад в квантовое уравнение движения исчезает в поле самодуального инстантона.

В работе автора [1] была рассмотрена теория супергравитации в поле самодуального инстантона. Оказалось, что в таком поле все расходимости супергравитации (за исключением тривиальных однопетлевых, связанных с топологическими инвариантами [2]) исчезают. Аналогичный результат был получен одновременно и независимо Кристенсеном и Даффом [3] другим методом.

В данной работе мы приведем результат детального анализа локальных инвариантов супергравитации который, во-первых, представляет самостоятельный интерес, во-вторых, сделает более ясным и понятным результат [1] и, в-третьих, позволит показать, что не только все калибровочно инвариантные локальные структуры (в частности, контрчлены), но и их первые производные по полю исчезают в самодуальном поле.

1. Рассмотрим производящий функционал супергравитации во внешнем поле, которое удовлетворяет классическим уравнениям движения. При исследовании расходимостей этого выражения мы будем пользоваться линеаризованным приближением супергравитации [4 – 6], которое достаточно [5] для выявления контрчленов, исчезающих на массовой оболочке (МО). Все локальные инварианты в этом случае строятся из спинорных суперполей [6][1] $W_{\alpha\beta\gamma}$, $\widetilde{W}_{\dot\alpha\dot\beta\dot\gamma}$ и их суперковари-

[1] Мы пользуемся обозначениями этой важной дял нас работы Феррары и Зумино

антных производных. Эти поля являются суперсимметричным обобщением тензора кривизны. Они являются киральными, т.е.

$$\tilde{D}_{\dot{\tau}} W_{\alpha\beta\gamma} = D_{\tau} \tilde{W}_{\dot{\alpha}\dot{\beta}\dot{\gamma}} . \tag{1}$$

Кроме того на МО они удовлетворяют соотношениям [6]

$$D^{\alpha} W_{\alpha\beta\gamma} = \tilde{D}^{\dot{\alpha}} \tilde{W}_{\dot{\alpha}\dot{\beta}\dot{\gamma}} = 0 . \tag{2}$$

Используя (2) можно показать, что суперполя $D_{\alpha} W_{\beta\gamma\delta}$, $\tilde{D}_{\dot{\alpha}} \tilde{W}_{\dot{\beta}\dot{\gamma}\dot{\delta}}$ также являются киральными, причем

$$D_{\lambda} (D_{\alpha} W_{\beta\gamma\delta}) = \tilde{D}_{\dot{\lambda}} (\tilde{D}_{\dot{\alpha}} \tilde{W}_{\dot{\beta}\dot{\gamma}\dot{\delta}}) = 0 \tag{3}$$

т.е. поля W и $\tilde{D}\tilde{W}$ являются левыми, а $\tilde{W}$ и DW – правыми. Используя еще известные антикоммутаторы суперковариантных производных D_{α}, $D_{\dot{\alpha}}$ и вводя обозначения

$$\begin{aligned} &\partial_{\alpha_1\dot{\alpha}_1} \cdots \partial_{\alpha_k\dot{\alpha}_k} W_{\alpha\beta\gamma} \equiv W_{(k)} \\ & \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad k, l = 0, 1, \ldots \\ &\partial_{\alpha_1\dot{\alpha}_1} \cdots \partial_{\alpha_l\dot{\alpha}_l} W_{\dot{\alpha}\dot{\beta}\dot{\gamma}} \equiv W_{(\alpha_l)} , \end{aligned} \tag{4}$$

убеждаемся, что инварианты, составленные из полей $W_{(k)}$, $\tilde{W}_{(l)}$, $DW_{(m)}$ $\tilde{D}\tilde{W}_{(n)}$ исчерпывают все возможности линеаризованного приближения на МО. Поэтому общая структура суперинвариантов (без использования γ^5-инвариантности) такова:

$$\int d^4\Theta d^4x \, [W_{(m)}]^a [\tilde{W}_{(n)}]^b [DW_{(k)}]^c [\tilde{D}\tilde{W}_{(l)}]^d , \tag{5}$$

$$\int d^2\Theta d^4x \, [W_{(m)}]^{a_1} [\tilde{D}\tilde{W}_{(l)}]^{b_1} , \tag{6}$$

$$\int d^2\tilde{\Theta} d^4x \, [\tilde{W}_{(n)}]^{a_2} [DW_{(k)}]^{b_2} . \tag{7}$$

В формулах (5 – 7) a, b, ... b_2 означает степени соответствующих полей, а спинорные индексы свернуты всеми возможными способами. В связи с упомянутой выше задачей о самодуальном внешнем поле [1, 3], т.е. поле с $\tilde{W} = 0$ (или $W = 0$) [1], рассмотрим в (5) – (7) инварианты составленные только из полей $W_{(k)}$, $DW_{(l)}$, т.е. $b = d = b_1 = a_2 = 0$. Эти инварианты вообще говоря не исчезают на МО, однако они обладают интересным свойством – если внешнее поле является чисто гравитационным или чисто гравитинным (спин 3/2), то все эти суперинварианты обращаются в нуль (за исключением топологических инвариантов $\int d^2\Theta d^4x W^2 \pm \int d^2\tilde{\theta} d^4x \tilde{W}^2$). Например, в чисто гравитационном случае на МО суперполя имеют очень простой вид в "базисе 2"

$$W_{\alpha\beta\gamma} = \Theta^{\delta} C_{\alpha\beta\gamma\delta} \; ; \; D_{\alpha} W_{\beta\gamma\delta} = C_{\alpha\beta\gamma\delta} \tag{8}$$

в случае когда внешнее поле содержит только спин 3/2 имеем на МО в "базисе 1"

$$W_{\alpha\beta\gamma} = \Phi_{\alpha\beta\gamma}\ ;\ D_\alpha W_{\beta\gamma\delta} = \widetilde{\Theta}^{\dot{\xi}} \partial_{\dot{\xi}\alpha} \Phi_{\beta\gamma\delta}\,. \qquad (9)$$

При перемножении величин указанного типа D-компоненты соответствующих суперполей в (5) и F-компоненты в (6), (7) обращаются в нуль. Таким образом, без привлечения γ^5-инвариантности нам удалось доказать конечность супергравитации в чисто гравитационном и чисто гравитинном самодуальных полях.

2. Исследуем теперь ограничения, налагаемые на контрчлены γ^5-инвариантностью супергравитации. Можно думать, что γ^5-инвариантность квантовой супергравитации, так же как γ^5-инвариантность безмассовой квантовой электродинамики, является хорошей симметрией , т.е. выполняется на квантовом уровне. В обеих этих теориях γ^5-аномалия возникает лишь при введении взаимодействия с внешним аксиальным током, в отличие, например, от теории слабых взаимодействий. Условие γ^5-инвариантности супергравитации в терминах суперполей было сформулировано Огиевецким и Сокачевым [7]. Для интересующих нас величин она означает, что спинорное суперполе $W_{\alpha\beta\gamma}$ имеет киральный заряд $+1$, $\widetilde{W}_{\dot{\alpha}\dot{\beta}\dot{\gamma}}$ имеет заряд -1, суперполя $D_\alpha W_{\beta\gamma\delta}$, $\widetilde{D}_{\dot{\alpha}} \widetilde{W}_{\dot{\beta}\dot{\gamma}\dot{\delta}}$ имеют нулевой киральный заряд. Учитывая также, что дифференциалы $d\theta$ и $d\widetilde{\theta}$ имеют киральные заряды соответственно -1 и $+1$, находим, что γ^5-инвариантность оставляет только следующие суперинварианты из (5) – (7)

$$\int d^4\Theta d^4x\, [W_{(m)} \widetilde{W}_{(n)}]^a\, [DW_{(k)}]^c\, [\widetilde{D}\widetilde{W}_{(l)}]^d \qquad (5')$$

$$\int d^2\Theta d^4x\, W^2, \qquad (6')$$

$$\int d^2\widetilde{\Theta} d^4x\, \widetilde{W}^2. \qquad (7')$$

В (6′), (7′) остаются только неисчезающие интегралы от дивергенций в четырехмерном x-пространстве.

Проанализируем теперь инварианты, составленные только из одного сорта полей, например W и его производных. В (5′) имеем при $a = d = 0$

$$\int d^4\Theta d^4x\, [DW_{(k)}]^c. \qquad (10)$$

Используя уравнение (2), убеждаемся, что (10) представляет собой интеграл от полной супердивергенции $D\{W_{(l)}\, [DW_{(m)}]^{c-1}\}$ Однопетлевые контрчлены (6′), (7′) можно устранить перенормировкой топологической константы взаимодействия [2, 3]. Таким образом, суперсимметрия вместе с γ^5-инвариантностью означает, что супергравитация конечна в самодуальном поле с $\widetilde{W} = 0$ (или $W = 0$).

3. Покажем, что контрчлены (5′ – 7′) не дают вклад в квантовое уравнение движения в поле инстантона. Для величин (6′), (7′) это следует тривиально из того факта, что они представляют собой интегралы от дивергенции. Докажем, теперь, что в (5′) $a \geqslant 2$ при $d = 0$ (или $c = 0$), т.е. что не только локальные инварианты составленные из од-

них W-полей, но и составленные из W-полей и первой степени $\widetilde{W}$-поля не дают вклада на МО. Итак рассмотрим в (5′) случаи

$$\int d^4\Theta d^4x\, W_{(m)}\widetilde{W}_{(n)}\,[DW_{(k)}]^c\,, \tag{11}$$

$$\int d^4\Theta d^4x\,[DW_{(k)}]^c\,\widetilde{D}\widetilde{W}_{(l)}\,. \tag{12}$$

В "базисе 2" видно, что D-компонента суперполей (11), (12) равна нулю. Таким образом, окончательный ответ для контрчленов имеет вид (5′) с $a \geqslant 2$ при $d = 0$ (или $c = 0$). Это последнее свойство означает, что и первая вариационная производная по суперполю от калибровочно инвариантных контрчленов (5′) также исчезает в самодуальном поле $\widetilde{W} = 0$ (или $W = 0$). Это свойство может оказаться полезным при изучении квантовых уравнений движения супергравитации.

Заметим, что в терминах матричных элементов рассеяния в p-пространстве сильные ограничения на S-матрицу в супергравитации были получены в важной работе Грисару и Пендельтона [8] с использованием [9]. По-видимому, наши ограничения на суперполевые контрчлены в x-пространстве находятся во взаимно- однозначном соответствии с результатом [8], однако для целей квантования в нетривиальных внешних полях развитый здесь подход является адекватным, а метод стандартной S-матрицы неприменим.

Я благодарю Б.Л.Воронова, А.Д.Линде, М.А.Маркова, А. М.Полякова, И.В.Тютина, Е.С.Фрадкина, В.П. Фролова, А.Е.Шабада, А.С.Шварца и в особенности В.И.Огиевецкого за интерес к данной работе и многочисленные ценные обсуждения.

Физический институт
им. П.Н. Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
20 марта 1979 г.

Примечение. После отсылки статьи в редакцию мне стало известно о препринте Кристенсена, Даффа, Дезера и Грисару [10], в котором также получены основные ограничения на контрчлены в супергравитации, приведенные в первых двух разделах настоящей работы.

Литература

[1] Р.Э.Каллош. Письма в ЖЭТФ, **29**, 192, 1979.

[2] M.J.Duff. Nucl. Phys., **B125**, 334, 1977; S.W.Hawking, C.N.Pope. Nucl. Phys., **B146**, 381, 1978.

[3] S.M.Christensen, M.J.Duff. Harvard University preprint, December, 1978.

[4] V.Ogievetsky, E.Sokatchev. Nucl. Phys., **B124**, 309, 1977.

[5] S.Deser, J.H.Key, K.S.Stelle. Phys. Rev. Lett., **38**, 527, 1977.

[6] S.Ferrara, B.Zumino. Nucl. Phys., **B134**, 301, 1978.

[7] V.Ogievetsky, E.Sokatchev. Phys. Lett., **79B**, 222, 1978 и частное сообщение.

[8] M.T.Grisaru, H.N.Pendelton. Nucl. Phys., **B 124**, 81, 1977.

[9] M.T.Grisaru, H.N.Pendelton, P. van Nieuwenhuizen. Phys. Rev., **D 15**, 996, 1977.

[10] S.M.Cristensen, S.Deser, M.J.Duff, M.T.Grisaru, Harvard University Preprint, February 1979 (submitted to Phys. Lett.).
