Письма в ЖЭТФ, том 29, вып. 8, стр. 506 – 510 *20 апреля 1979 г.*

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СТРУН В КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКЕ

Н.В.Борисов, М.В.Иоффе, М.И. Эйдес

В рамках квантовой хромодинамики (КХД) установлена структура взаимодействия адронов, описываемых струнами с кварками на концах. Константы взаимодействия фиксируются величинами $\sqrt{\alpha_s}/m_k$, значения которых определены в работе [11].

Рассмотрим теорию сильных взаимодействий (КХД) с цветной калибровочной группой $SU(3)_c$:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} G^a_{\mu\nu} G^a_{\mu\nu} + \sum_{k=1}^{N} \bar\psi_k (i\gamma^\mu D_\mu(A) - m_k)\psi_k, \tag{1}$$

где N – число различных сортов (запахов) кварков (цветные индексы кварков опущены). В этой теории можно построить калибровочно-инвариантные операторы (P – означает упорядочение вдоль пространственно-подобного контура; g – константа связи в КХД):

$$\Phi(C) \equiv Tr\, P\exp(ig\oint_c A_\mu dx^\mu); \quad A_\mu = A^a_\mu \frac{\lambda^a}{2},$$

$$\phi^{\Gamma_i}_{k,n}(C_{xy}) \equiv g\bar\psi_k(x)\Gamma_i\, P\exp(ig\int_x^y A_\mu dx^\mu)\,\psi_n(y) \equiv g\bar\psi_k(x)\Gamma_i\, U(x,y)\psi_n(y), \tag{2}$$

$$Y_{k,n,p}(C_{xyz,v}) \equiv g\epsilon_{abc}\, U_{aa'}(v,x)\psi_{\underset{k}{a'}}(x)U_{bb'}(v,y)\psi_{\underset{n}{b'}}(y)U_{cc'}(v,z)\psi_{\underset{p}{c'}}(z),$$

$$k,n,p = 1,2,\ldots N; \qquad a,b,c = 1,2,3; \qquad \Gamma_i = 1, \gamma_5, \gamma_\mu, \gamma_\mu\gamma_5, \sigma_{\mu\nu},$$

соответствующие замкнутому контуру C (померон), открытому контуру C_{xy} с кварками на концах в точках x, y (мезон) и барионной конфигурации $C_{xyz,v}$ с кварками в точках x, y, z. По-видимому, именно эти калибровочно-инвариантные операторы в некотором приближении описывают адроны в КХД.

В ряде появившихся недавно работ [1 – 5] получены уравнения для операторов (2) (для определенности будем далее рассматривать операторы $\phi(C_{xy})$, но аналогичные уравнения справедливы и для операторов $\Phi(C)$ и $Y(C)$):

$$\frac{\delta^2\phi(C_{xy})}{\delta x_\mu(\sigma)\,\delta x_\mu(\sigma')} = -g^2 x'_\nu(\sigma)x'_a(\sigma')\, g\bar\psi(x)\Gamma_i\, P(U(x,y)G_{\mu\nu}(x(\sigma))\, G_{\mu a}(x(\sigma')))\psi(y) +$$
$$+\, ig\delta(\sigma-\sigma')\, x'_\nu(\sigma)\, g\bar\psi(x)\Gamma_i\, P(U(x,y)D_\mu G_{\mu\nu}(x(\sigma)))\,\psi(y). \tag{3}$$

В нашей предыдущей работе [3] показано, что в приближении расцепления корреляций, при учете лишь первого слагаемого в правой части, уравнение (3) принимает вид уравнения для волновой функциии свободной дуальной струны. Численное значение $< \frac{a}{\pi} G^a_{\mu\nu} G^a_{\mu\nu} >_0 = 0{,}013\,(\text{ГэВ})^4$, полученное в [6] из анализа различных правил сумм, приводит [3] к наклону реджевских траекторий в КХД $\alpha' = 1{,}1$ ГэВ $^{-2}$.

В данной работе учтено опущенное в [3] второе слагаемое правой части (3) и получена определенная структура взаимодействия струн. Рассмотрим прежде всего движение кварка на конце струны. Легко показать, что, например, для $\sigma = 0$

$$\frac{\partial \phi^{\Gamma_i}(C_{xy})}{\partial x_\mu(0)} = g\bar{\psi}(x)\overleftarrow{D}_\mu(A)\Gamma_i\, U(x, y)\,\psi(y), \tag{4}$$

$$\frac{\partial^2 \phi^{\Gamma_i}(C_{xy})}{\partial x_\mu(0)\partial x_\mu(0)} = g\bar{\psi}(x)\overleftarrow{D_\mu D_\mu}\Gamma_i\, U(x, y)\psi(y). \tag{5}$$

Гайзенбергово уравнение движения для кваркового поля $i\bar{\psi}\overleftarrow{D}_\mu\gamma^\mu = -m\bar{\psi}$ и соотношение $D_\mu D_\mu = \hat{D}\hat{D} - \frac{g}{2}\sigma_{\nu a}G_{\nu a}$ в приближении расцепления корреляций приводят (5) к виду

$$\frac{\partial^2 \phi_{k,n}(C_{xy})}{\partial x_\mu(0)\partial x_\mu(0)} = -m_k^2\phi_{k,n}(C_{xy}), \tag{6}$$

т. е. движение конца струны подчиняется уравнению Клейна – Гордона.

Гайзенберговы уравнения движения для напряженностей цветного поля $D_\mu G_{\mu\nu} = \frac{1}{4}g(\bar{\psi}\gamma_\nu\lambda^a\psi)\lambda^a$ и соотношения типа фирцевских для прямых произведений матриц $\Gamma_i \otimes \gamma_\nu$ и $\lambda^a \otimes \lambda^a$ позволяют переписать второй член в правой части (3) в виде ($x(\sigma) \equiv z$):

$$-\frac{i}{32}\,g\,\delta(\sigma - \sigma')\,x'_\nu(\sigma)\sum_{r,s=1}^{16} Tr(\Gamma_i\Gamma_r\gamma_\nu\Gamma_s)\,g\bar{\psi}(x)\Gamma_r U(x,z)\psi(z)\,\times$$

$$\times\, g\bar{\psi}(z)\Gamma_s\, U(z, y)\psi(y). \tag{7}$$

(здесь опущено слагаемое со струной нулевой длины). Используем связь вариационной производной на конце, возникающей при продолжении контура через точку $x_\mu(0)$, с частной производной по концу: $\frac{\delta\phi}{\delta x_\mu(0)} =$

$= \delta(\sigma) \dfrac{\partial \phi}{\partial x_\mu(0)}$, и соотношение, аналогичное (4) для оператора $\phi^{\gamma^\mu \Gamma_s}(C_{zy})$.

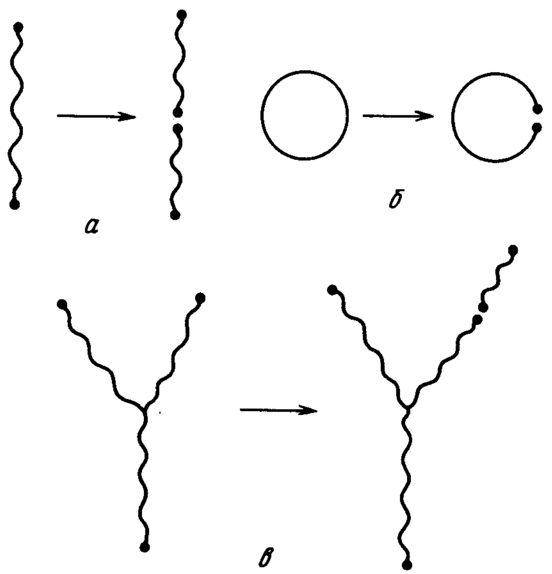
Тогда при $\sigma = \sigma'$ уравнения (3) принимают вид

$$\frac{\delta^2 \phi^{\Gamma_i}_{k,n}(C_{xy})}{\delta x_\mu(\sigma)\, \delta x_\mu(\sigma)} = \frac{1}{(2\pi a')^2}(x'(\sigma))^2 \phi^{\Gamma_i}_{k,n}(C_{xy}) -$$

$$- \frac{1}{64} x'_\nu(\sigma) \sum_{p=1}^{N} \frac{g}{m_p} \sum_{r,s=1}^{16} \times Tr(\Gamma_i \Gamma_r \gamma_\nu \Gamma_s) \times$$

$$\times \left[\phi^{\Gamma_r}_{k,p}(C_{xz}) \frac{\overrightarrow{\delta}}{\delta z_\mu} \phi^{\gamma^\mu \Gamma_s}_{p,n}(C_{zy}) - \phi^{\Gamma_r \gamma^\mu}_{k,p}(C_{xz}) \frac{\overleftarrow{\delta}}{\delta z_\mu} \phi^{\Gamma_s}_{p,n}(C_{zy}) \right]. \qquad (8)$$

Это уравнение естественно интерпретировать как описание взаимодействия струн концами в теории струнных полей [7, 8]. Отметим также, что взаимодействие, содержащее производные полей, встречалось ранее в полевой теории взаимодействия струн с внутренним спином, соответствующей дуальной модели Невью – Шварца [9]. Структура возникающего в (8) взаимодействия продемонстрирована на рис. 1,*а*. Аналогичное рассмотрение уравнений для операторов $\Phi(C)$ и $Y(C_{xyz,\,v})$ приводит к картине взаимодействия струн, которая иллюстрируется на рис. 1,*б*,*в*. Видно, что взаимодействие адронов в струнном приближении к КХД происходит за счет взаимодействия валентных кварков или, с точки зрения другого канала, путем рождения кварк-антикварковой пары. Отметим, что, согласно (8), здесь отсутствует рождение цветных объектов.



По уравнениям движения (6) и (8) можно восстановить эффективный лагранжиан, варьирование которого гриводит к проинтегрированной по σ версии этих уравнений (остальные моменты уравнений движения аналогичны генераторам алгебры Вирасоро L_n [10]). Этот лагранжиан имеет следующую структуру

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0(\Phi) + \mathcal{L}_0(\phi) + \mathcal{L}_0(Y) + \mathcal{L}_{int}(\phi) + \mathcal{L}_{int}(\phi,\Phi) + \mathcal{L}_{int}(\phi,Y).$$

Выпишем явно свободный лагранжиан для мезонной струны:

$$\mathcal{L}_0(\phi) = \Sigma \int_0^\pi d\sigma \sqrt{-x'(\sigma)^2} \left[\frac{1}{-x'(\sigma)^2} \frac{\delta \phi^+}{\delta x_\mu(\sigma)} \frac{\delta \phi}{\delta x_\mu(\sigma)} - \frac{1}{(2\pi a')^2} \phi^+ \phi + \right.$$

$$\left. + (\delta(\sigma) + \delta(\sigma - \pi))(\partial_\mu \phi^+ \partial_\mu \phi - m^2 \phi^+ \phi) \right], \qquad (9)$$

где Σ – означает суммирование по всем индексам поля $\phi(C_{xy})$. Мезон-мезонное взаимодействие (рис. 1,*а*) описывается лагранжианом:

$$\mathcal{L}_{int}(\phi) = \Sigma \frac{1}{64} \frac{g}{m_p} \int_0^\pi d\sigma (\sqrt{-x'(\sigma)^2})^{-1} x'_\nu(\sigma)\, Tr(\Gamma_i \Gamma_r \gamma_\nu \Gamma_s) \times$$

$$\times \left[\phi^{\Gamma_i}_{k,n}(C_{xy}) \left(\phi^{\Gamma_r}_{k,p}(C_{xz}) \frac{\overrightarrow{\delta}}{\delta z_\mu} \phi^{\gamma^\mu \Gamma_s}_{p,n}(C_{zy}) - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \phi^{\Gamma_r \gamma^\mu}_{k,p}(C_{xz}) \frac{\overleftarrow{\delta}}{\delta z_\mu} \phi^{\Gamma_s}_{p,n}(C_{zy}) \right) + \text{э.с.} \right]. \qquad (10)$$

Отметим, что при выводе уравнений (6), (8), а, следовательно, и (9), (10) существенно использовались гайзенберговы уравнения движения КХД, т. е. включена нетривиальная информация о динамике взаимодействия в КХД.

Из (10) следует, что сила взаимодействия различных струн определяется "запахом" рождающихся (или аннигилирующих) кварков и обратно пропорциональна массе этих кварков. Для величин g/m_k известны феноменологические оценки [11] $\left(a_s \equiv \frac{g^2}{4\pi} \right)$: $\left. \frac{\sqrt{a_s}}{m_u} \right|_{\mu = 0{,}2\,\text{ГэВ}} =$ $= 0{,}2\ \text{МэВ}^{-1}$ и

$$\frac{\sqrt{a_s}}{m_u} : \frac{\sqrt{a_s}}{m_d} : \frac{\sqrt{a_s}}{m_s} : \frac{\sqrt{a_s}}{m_c} = 1 : 0{,}6 : 0{,}03 : 0{,}003. \qquad (11)$$

Таким образом, в рамках КХД в приближении расцепления корреляций построен эффективный струнный лагранжиан, в котором известны все константы взаимодействия адронов.

Ленинградский
государственный университет
им. А.А.Жданова

Поступила в редакцию
20 февраля 1979 г.

Литература

[1] Y.Nambu. Preprint UT-310, 1978.

[2] Ю.М.Письмак. ЯФ, в печати.

[3] Н.В.Борисов, М.В.Иоффе, М.И.Эйдес. ЯФ, 29, №5, 1979.

[4] J.L.Gervais, A.Neveu. Preprint LPTENS 78/24, 1978.

[5] E.Corrigan, B.Hasslacher. Preprint LPTENS 78/25, 1978.

[6] А.И.Вайнштейн, В.И.Захаров, М.А.Шифман. Письма в ЖЭТФ, 27, 60, 1978.

[7] M.Kaku, K.Kikkawa. Phys. Rev., D10, 1110, 1974.

[8] Н.В.Борисов, М.В.Иоффе, М.И.Эйдес. ЯФ, 21, 655, 1975.

[9] Н.В.Борисов, М.В.Иоффе, М.И.Эйдес. Вестник ЛГУ, 3, 11, 1976.

[10] C.Marshall, P.Ramond. Nucl. Phys., B85, 375, 1975.

[11] M.A.Shifman, A.I.Vainshtein, V.I.Zakharov. Preprint ITEP-80, 1978.