Письма в ЖЭТФ, том 29, вып.8, стр. 510 – 513 *20 апреля 1979 г.*

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ПАРТОНОВ ПО ПОПЕРЕЧНЫМ ИМПУЛЬСАМ В КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКЕ

Э.В. Гедалин

Показано, что при достаточно больших Q^2 полуинклюзивные распределения партонов зависят от поперечного импульса $\mathbf{k}$ через параметр $\kappa^2 = \mathbf{k}^2/Q^2 f$, где f не зависит от $\mathbf{k}$.

Изменение полуинклюзивных распределений партонов $G_p^{p'}$ по поперечному импульсу $\mathbf{k}$ и доле x продольного импульса частицы p, уносимой партоном p', с ростом переданного импульса Q^2 определяется развитием каскада глюонов – кварк-антикварковых пар с ростом "глубины"

$$t(Q^2) = (1/b)\ln(1 + (b\alpha_0/2\pi)\ln(Q^2/Q_0^2)), \qquad (1)$$

где $b = (33 - 2n_f)/6$, n_f — число ароматов кварков, Q_0^2 — переданный импульс, при котором заданы исходные распределения партонов [1], a_0 — значение константы цветного взаимодействия $a(Q^2)$ при $Q^2 = Q_0^2$.

В низшем порядке по $a(Q^2)$ уравнения эволюции каскада партонов могут быть представлены в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} G_p^{p'}(x, \mathbf{k}, t) = \sum_r \hat{L}_r^{p'} G_p^r(x, \mathbf{k}, t), \tag{2}$$

где операторы $\hat{L}_r^p$ описывают вклады процессов излучения глюонов кварками и глюонами и образования пар кварк-антикварков [1, 2].

Умножая (2) на $(\mathbf{k}^2)^l$, интегрируя по $\mathbf{k}$ и решая полученную таким образом систему уравнений, находим рекуррентные соотношения для $K_p^{p'}(x, l, t) = \int d\mathbf{k}(\mathbf{k}^2)^l G_p^{p'}(x, \mathbf{k}, t)$:

$$K_p^{p'}(x, l, t) = \sum_r \int \frac{dy}{y} \Delta_r^p (x/y, t)(x/y)^{2l} K_p^r(y, l, 0) +$$

$$+ \sum_{r, r'} \sum_{n=0}^{l-1} \binom{l}{n}^2 \int_0^t d\tau \frac{dy\, dy'}{y\ y'} Q^{2(l-n)}(\tau)\, \Delta_{r'}^p\left(\frac{x}{y'}, t-\tau\right) \phi_r^{r'}\left(l, n, \frac{y'}{y}\right) K_p^r(y, n, \tau), \tag{3}$$

где $\Delta_r^p(x, t)$ — функция Грина уравнений для $K_p^{p'}(x, 0, t)$; $Q^2(\tau)$ дается соотношением (1) и $\phi_p^{p'}$ выражаются через $w_p^{p'}(x)$ — вероятности испускания партоном р партона p', уносящего долю импульса x,

$$\phi_p^{p'}(l, n, x) = w_p^{p'}(x)\, [x(1-x)]^{l-n} x^{2n}. \tag{4}$$

Используя последовательно рекуррентные соотношения (3) представим каждый член в сумме в правой части (3) в виде интеграла

$$Z(l, m) = \int_0^t d\tau_1 dy_1 dy_1' Q^{2(l-k_1)}(\tau_1)\, \Delta(x/y_1, t-\tau_1)\, \phi(l, k_1, y_1/y_1')$$

$$\int_0^{\tau_1} d\tau_2 dy_2 dy_2' Q^{2k_2}(\tau_2)\, \Delta(y_1'/y_2, \tau_1-\tau_2)\, \phi(k_1, k_2, y_2/y_2') \ldots \tag{5}$$

$$\int_0^{\tau_{m-1}} d\tau_m dy_m dy_m' Q^{2(k_1-k_2-\ldots-k_{m-1})}(\tau_m)\, \Delta(y_{m-1}'/y_m, \tau_{m-1}-\tau_m) \times$$

$$\times \int dz\, \phi(k_{m-1}, k_1-k_2-\ldots-k_{m-1}, y_m/y_m')\, \Delta(y_m'/z, \tau_m) K(z, 0, 0).$$

Как показано в [2], функции Грина $\Delta_p^{p'}(x, t)$ можно представить в виде

$$\Delta_p^{p'}(x, t) = (2\pi i)^{-1} \sum_n \int d\sigma x^{-\sigma}\, \bar{\Delta}_p^{p'}(\sigma, n) \exp \lambda_n(\sigma) t, \tag{6}$$

где $\overline{\Delta}_{p}^{p'}(\sigma, n)$ и $\lambda_n(\sigma)$ выражаются через меллиновские образы операторов $L_p^{p'}$ [2]. Теперь, подставляя в (5) Δ в виде (6), нетрудно видеть, что каждое интегрирование по τ_i дает в результате множитель $a(Q^2)Q^{2ki}$, так что $Z(l, m) = [a(Q^2)]^m Q^{2l} U_{l,m}(x, t)/l$, где

$$U_{l,m}(x, t) = (2\pi i)^{-1} \int d\sigma\, x^{-\sigma} U(l, m, \sigma) \exp\lambda(\sigma)t. \tag{7}$$

Суммируя полученные таким образом выражения в правой части (3) получаем, что при достаточно больших Q^2, когда $\exp bt >> a_0 b/2\pi$

$$K_p^{p'}(x, l, t) \approx a(Q^2)\, Q^{2l} \sum_{n=0}^{l-1} a_{n,p}^{p'}(l, x, t)\,[a(Q^2)]^n. \tag{8}$$

Из (8) следует, что при достаточно больших Q^2 в $G_p^{p'}(x, k, t)$ зависимость от k сосредоточена в параметре $\kappa^2 = \mathbf{k}^2/Q^2 f_p^{p'}(x, a(Q^2), t)$, где $f_p^{p'}$ медленно меняющиеся с Q^2 функции. Иными словами, при больших Q^2 и фиксированных x должна наблюдаться масштабная инвариантность в распределении поперечных импульсов партонов.

Так как коэффициенты $a_{n,p}^{p'}(l, x, t)$ быстро растут с возрастанием l, то даже при малых $a(Q^2)$ при достаточно больших l определить характер главной зависимости $K_p^{p'}$ от x и t удается только в двух предельных случаях: при $x << 1$ и при $1 - x = \delta << 1$. При $\delta << 1$ в (7) существенны большие σ [2], и получаем

$$U_{l,m}(x,t) \approx \delta^{8/3\,t + l}\, U_{0,0}(x, t) \tag{9}$$

и, соответственно, $f_p^{p'}(x, a(Q^2), t) \approx \delta\, C(a(Q^2))$. При малых $x << 1$ существенны $\sigma \sim 1$ [2] и моменты поперечных импульсов партонов $\langle\mathbf{k}^2\rangle_p^{p'} = K_p^{p'}(x, l, t)/K_p^{p'}(x, 0, t)$ практически не зависят от x: только поперечные импульсы кварков слабо ($\sim (\ln 1/x)^{1/2}$) растут с убыванием x из-за "обмеления" кварк-антикваркового моря. Таким образом, при малых x $\kappa^2 = \mathbf{k}^2/Q^2 C(a(Q^2))$ и, сравнивая с $\kappa^2 = \mathbf{k}^2/Q^2 C'(a(Q^2))$ при $x \to 1$, видим, что с ростом x распределение партонов сильно сужается, становясь в квазиупругой области в $1/\delta$ более узким, чем в редженной.

Оценим теперь среднеквадратичный поперечный импульс партонов в нуклоне в модели, в которой все кварки, антикварки и глюоны происходят из полевых облаков трех валентных кварков, которые имеются при $Q_0^2 \approx \mu^2$, где μ – величина среднего поперечного импульса валентных кварков при этом значении переданного импульса т.е. фактически обратная величина радиуса "инфракрасной тюрьмы" [3, 4]. Очевидно, что такая оценка имеет смысл, если только теория возмущений и, соответственно, уравнения (2), вообще применимы при тех Q^2, при которых можно говорить о существовании только трех валентных кварков. Мы предположим, что такая экстраполяция в какой-то степени допустима.

Примем, что функция распределения валентных кварков $G_h^v(x, \mathbf{k}, 0)$ имеет пик при $x = 1/3$ и нормирована так, что

$$\int G_h^v(x, \mathbf{k}, 0)\,dx\,d\mathbf{k} = 3; \qquad \int x G_h^v(x, \mathbf{k}, 0)\,dx\,d\mathbf{k} = 1, \tag{10}$$

$$\int \mathbf{k}^2 G_h^v(x, \mathbf{k}, 0)\,dx\,d\mathbf{k} = 3\mu^2.$$

Тогда с помощью соотношений (3) нетрудно показать, что в предельных случаях $1 - x = \delta << 1$ и $x << 1$ среднеквадратичные поперечные импульсы партонов $< k^2 >_h^p$ не зависят от выбора $G_h^v(x, \mathbf{k}, 0)$. При $\delta << 1$ для кварков и глюонов получаем соответственно

$$<\mathbf{k}^2>_h^q = \mu^2 + 4\alpha(Q^2)\,Q^2\,\delta/3\pi,$$
$$\tag{11}$$
$$<\mathbf{k}^2>_h^g = \mu^2 + 3\alpha(Q^2)\,Q^2\,\delta/\pi.$$

Полагая, что $\alpha(Q^2) = 4/9\ \ln(Q^2/\mu^2)$ при $Q^2 = 4$ ГэВ^2, $\mu = 0{,}3$ ГэВ и $\delta = 0{,}1$, находим, что среднеквадратичные поперечные импульсы партонов $\sim\mu^2$. При $x << 1$ $<\mathbf{k}^2>_h^p \approx \alpha(Q^2)\,Q^2 f(x, t)$, где f слабо зависит от x и t. При $x = 0{,}1$ и $Q^2 = 4$ ГэВ^2 для среднеквадратичного поперечного импульса кварков получаем значение $<\mathbf{k}^2>_h^q \approx 0{,}6$ ГэВ^2 — величину, близкую к наблюдаемой [5]. При тех же условиях $<\mathbf{k}^2>_h^g \approx$ ≈ 1 ГэВ^2.

Институт физики
Академии наук Грузинской ССР

Поступила в редакцию
3 марта 1979 г.

Литература

[1] H.D.Politzer. Phys. Rep., 14, 129, 1977.

[2] Ю.Л.Докшицер. ЖЭТФ, 73, 1216, 1977.

[3] А.И.Вайнштейн, В.А.Захаров, В.А.Новиков, М.А.Шифман. Письма в ЖЭТФ, 24, 376, 1976.

[4] G.Parisi, R.Petronzio. Phys. Lett., 62B, 331, 1976.

[5] R.D.Field. Phys. Rev. Lett., 40, 917, 1978.