

ОБРАЗОВАНИЕ "ХВОСТОВ" БЫСТРЫХ ЭЛЕКТРОНОВ В СИЛЬНОЙ ЛЕНГМЮРОВСКОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

*Л.М.Дегтярев, Г.И.Соловьев, В.Д.Шапиро,
В.И.Шевченко*

Проведено численное моделирование одномерной ленгмюровской турбулентности. Найдены самосогласованные спектры волн и частиц в турбулентности, вычислены интегральные характеристики турбулентного состояния.

В отличие от гидродинамической турбулентности несжимаемой жидкости ленгмюровская турбулентность допускает одномерное моделирование. Это обстоятельство, отмеченное впервые Сагдеевым [1], связано с сохранением в одномерном случае основного свойства сильной турбулентности плазменных волн — тенденции к развитию модуляционной неустойчивости и к локализации энергии волн в кавернах. В настоящей статье мы изложим результаты численного моделирования одномерной ленгмюровской турбулентности, самосогласованно учитывающего связь волн и частиц.

Исследовавшаяся в работе система уравнений была впервые получена Захаровым [2] и состоит из уравнения для комплексной амплитуды электрического поля плазменных волн $E(t, x)$ ($E_p = \frac{1}{2} E(t, x) e^{-i\omega_p t + k \cdot x}$) и уравнения для плотности $\delta n(t, x)$ медленных квазинейтральных дви-

жений плазмы, возникающих под действием силы высокочастотного давления:

$$2i(E_t + \hat{\Gamma}E) + E_{xx} = \delta n E - \langle \delta n E \rangle, \quad (1)$$

$$\delta n_{tt} = \hat{\gamma} \delta n_t - \delta n_{xx} = |E|_{xx}^2.$$

Введение последнего слагаемого в правую часть уравнения для электрического поля соответствует наличию поддерживаемой на постоянном уровне длинноволновой накачки

$$\langle E \rangle = \frac{1}{L} \int_0^L dx E(t, x) = E_0, \quad E_{0,t} = 0 \quad (2)$$

(здесь рассматривается частный случай, когда частота накачки считается в точности равной плазменной).

В [3] показано, что именно такое введение накачки позволяет моделировать турбулентность, инициируемую распространяющейся в плазме электро-магнитной волной, тогда E_0 — амплитуда длинноволновой (в масштабе плазменной турбулентности) электромагнитной волны.

Дополнительно к [2] в системе уравнений (1) учтено поглощение плазменных и звуковых волн частицами. Здесь $\hat{\Gamma}E$, $\hat{\gamma}\delta n$ — интегральные операторы свертки, определяющие соответствующее поглощение, например:

$$\hat{\Gamma}E = \int_0^L \Gamma(t, x - x') E(t, x') dx', \quad \Gamma(t, x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_k(t) e^{ikx} dk.$$

Декремент затухания плазменных волн находится с учетом квазилинейной деформации функции распределения резонансных электронов:

$$\Gamma_k = \frac{9}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{M}{m}\right)^{3/2} \nu^2 \frac{\partial f}{\partial \nu}, \quad k\nu = 1, \quad (3)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{4m}{9M} \frac{\partial}{\partial \nu} \left[\frac{|E_k|^2}{\nu} \frac{\partial f}{\partial \nu} \right], \quad |E_k|^2 = \frac{1}{L} \left| \int_0^L dx e^{-ikx} E(t, x) \right|^2.$$

В качестве γ_k используется обычный линейный декремент затухания звуковых волн в неизотермической ($T_e > T_i$) плазме: $\gamma_k = \sqrt{\frac{\pi}{8} \frac{m}{M}} K$. Система уравнений (1) — (3) записана в безразмерных переменных, в ней использованы следующие масштабы измерения величин t , x , ν , δn и f :

$$\bar{t} = \frac{3M}{m} \frac{1}{\omega_p}, \quad \bar{x} = 3 \sqrt{\frac{M}{m}} r_D, \quad \bar{\nu} = 3 \sqrt{\frac{M}{m}} \nu_T, \quad (4)$$

$$\delta n = n_0 \frac{m}{3M}, \quad \bar{E} = \left(\frac{16\pi}{3} n_0 T \frac{m}{M} \right)^{1/2}, \quad \bar{f} = \frac{n_0}{\sqrt{2\pi} v_T}.$$

Уравнения (1) – (3) интегрировались численно на конечном отрезке $L = 4\pi$, с периодическими краевыми условиями для всех неизвестных до момента времени $t \approx 10 - 30 (\sim (6 \cdot 10^4 - 2 \cdot 10^5) \omega_p^{-1})$. В качестве начальных данных при моделировании турбулентности использовались случайные шумовые распределения электрического поля и вариации плотности (см., например, [4]). Для интегрирования (1) применена численная реализация метода Фурье с полным числом гармоник $N = 512$. Интервал интегрирования для (3) ограничен величиной $v_{max} = 1/k_{min} = 2$. Параметром в задаче являлась безразмерная амплитуда накачки E_0 .

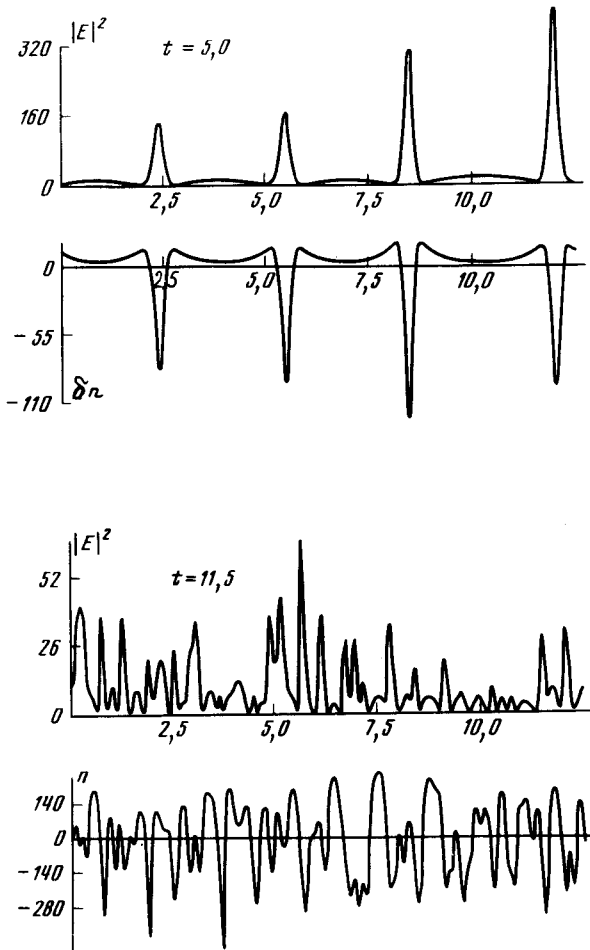


Рис. 1. Пространственные распределения $|E|^2$ и δn в ленгмюровской турбулентности при $E_0 = 2$.

На рис.1 показана типичная картина динамики пространственного распределения поля и плотности, полученная при $E_0 = 2$. На начальной стадии из накачки возникает почти периодическая решетка солитонов с длиной волны, соответствующей максимуму инкремента модуляционной неустойчивости (рис.1, а). В дальнейшем перекачка энергии между взаимодействующими солитонами, возникновение "высоких" со-

литонов и резонансное поглощение запертых в них плазменных волн частицами приводит к разрушению такой решетки. С течением времени картина все больше турбулизуется (см. переход к 1, б). Возникает большое число случайным образом расположенных солитонов различной амплитуды, наряду с которыми на графике δn присутствует интенсивная коротковолновая модуляция, обусловленная накоплением звуковых волн, излучаемых из схлопнувшихся солитонов.

В результате поглощения плазменных волн отрастает "хвост" резонансных электронов, поглощение включается при меньших волновых числах, и амплитуды солитонов в режиме развитой турбулентности оказываются существенно меньше полученных в работе [4], в которой турбулентность моделировалась при неизменной функции распределения резонансных частиц. Наличие интенсивных звуковых колебаний и прорастание "хвоста" резонансных электронов к малым k приводит к появлению нового канала коротковолновой трансформации ленгмюровских волн — перекачке их непосредственно из области источника в область поглощения за счет конверсии на накопленном звуке; характерный инкремент этого процесса:

$$\gamma_{\text{конв}} = \frac{1}{9} \sum_k \frac{\Gamma_k}{k^4 r_D^4} \frac{|\delta n_k|^2}{n_0^2} \quad (5)$$

Сравнение ленгмюровских и звуковых спектров (рис.2) показывает, что в режиме развитой турбулентности конверсия становится основным механизмом коротковолновой перекачки плазменных волн. Ленгмюровские солитоны возникают в области волновых чисел

$$k \approx k_0 \sqrt{\frac{m}{M} \frac{W}{n_0 T}} \frac{1}{r_D},$$

что на рис.2 соответствует примерно 10-й гармонике спектра. В то же время максимум звукового и ленгмюровского спектров (область конверсии) имеет место при $k = 15 \div 20$, т.е. за счет отрастания "хвоста" в рассматриваемой задаче фактически исчезает инерционный интервал. В этом случае кроме (5) должно быть выполнено условие $\Gamma(\bar{k}) \approx \gamma_{\text{мод}}$, комбинируя которое с (5), получим

$$\sum_k \frac{|\delta n_k|^2}{n_0^2} \approx (3 \bar{k}^2 r_D^2)^2.$$

В численном моделировании это соотношение выполнялось с точностью 10 – 20%. В режиме, когда отсутствует инерционный интервал, $\bar{k} \sim k_0 \sim W^{1/4}$ и следовательно $\sum_k \frac{|\delta n_k|^2}{n_0^2} \sim W$.

Вследствие роста декремента затухания плазменных волн Γ_k с волновым числом k все солитоны в области поглощения имеют примерно один и тот же масштаб \bar{k} . В этом случае ленгмюровский спектр при $k > \bar{k}$ является экспоненциальным

$$|E_k|^2 \sim \exp(-k/\bar{k}).$$

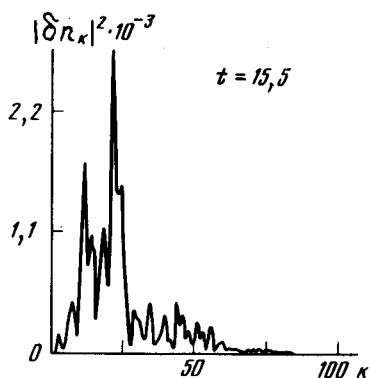
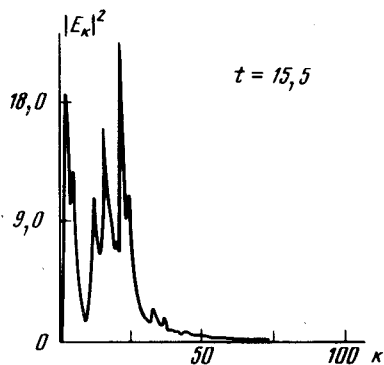


Рис. 2. Спектры плазменных $|E_k|^2$ и звуковых $|\delta n_k|^2$ волн при $E_0 = 2$

В стационарном состоянии из условия постоянства потока резонансных частиц в квазилинейном уравнении диффузии имеем $\frac{|E_k|^2}{\nu} \frac{\partial f}{\partial \nu} = \text{const}$

т.е.

$$\Gamma_k \sim \frac{\partial f}{\partial \nu} \sim \frac{1}{|E_k|^2} \sim \exp \{ k/\bar{k} \}. \quad (6)$$

Именно такая зависимость декремента затухания от волнового числа была получена в численном моделировании: при $k > 25$ $\Gamma_k \approx \exp(+0,035 k)$ (см. рис. 3, а); соответствующая функция распределения резонансных электронов имеет вид (для удобства мы приведем ее в размерных переменных)

$$f(v) \approx \exp \left\{ 0,1 \sqrt{\frac{M}{m}} \frac{v_T}{v} \right\} - 1. \quad (7)$$

"Хвост" образуется при скоростях $v > v_{кр}$ (рис.3, б). Граничная ско-

рость определяет число частиц в "хвосте" $n_{хв} = n_0 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_{v_{кр}}^{\infty} e^{-\frac{v^2}{2v_T^2}} \frac{dv}{v_T}$,

эта скорость практически не зависит от времени и является однозначной функцией амплитуды накачки E_0 .

Баланс между накачкой энергии в турбулентность за счет модуляционной неустойчивости и ее поглощением "хвостовыми" электронами приводит к установлению квазистационарного уровня плазменных колебаний $W = \sum_k \frac{|E_k|^2}{8\pi}$. Скорость накачки энергии в турбулентность характеризуется эффективной частотой соударений $\nu_{\text{эфф}}$, которая определяется из условия баланса

$$\nu_{\text{эфф}} = \sum_k \Gamma_k |E_k|^2 / E_0^2.$$

В состоянии динамически-стационарной турбулентности поглощаемая из накачки энергия идет на ускорение "хвостовых" частиц. Их энергия растет линейно со временем. Медленное спадание функции распределения при больших v ($f(v) \sim 1/v$) приводит к большому энергосодержанию "хвоста". Так при $E_0 = 2$, $t = 14$ число частиц $n(v)$ с $v \geq 3 v_T$ равно $1,3 \cdot 10^{-2} n_0$, а их энергия $\epsilon(v) = 1,3 n_0 T$. Фактически при таких временах становится существенным вклад "хвоста" в дисперсию ленгмюровских волн.

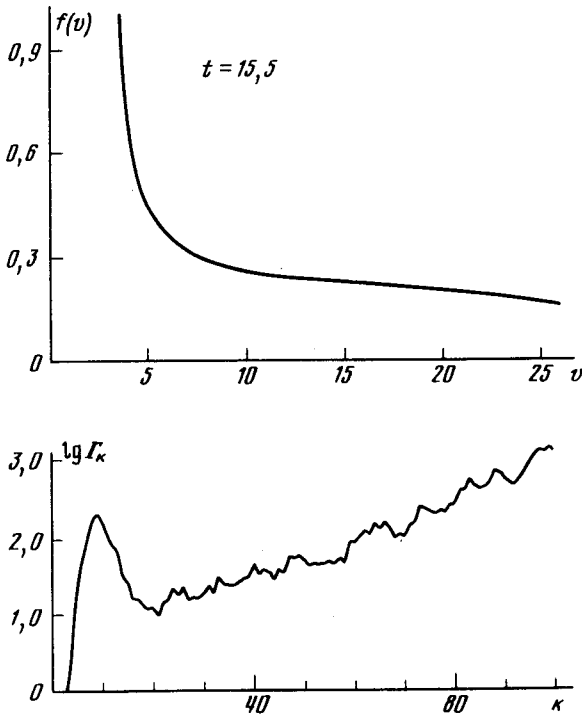


Рис. 3. Декремент затухания плазменных волн Γ_k и функции распределения резонансных электронов $f(v)$ при $E_0 = 2$. Функция распределения соответствует наличию постоянного потока резонансных электронов в область больших скоростей, тогда распределение по скоростям в области $v > v_{\text{кр}}$ остается стационарным, но верхняя граница "хвоста" $v_{\text{макс}}$ растет со временем

E_0	$W/n_0 T$	$\nu_{\text{эфф}}/\omega_p$	$\nu_{\text{кр}}/\nu_T$	$n_{\text{ХВ}}/n_0$	$\gamma_{\text{конв}}/\omega_p$
1,0	0,0020	0,012	2,8	$8 \cdot 10^{-3}$	$1,65 \cdot 10^{-3}$
2,0	0,0055	0,016	2,3	$20 \cdot 10^{-3}$	$5,3 \cdot 10^{-3}$
4,0	0,0160	0,035	1,7	$90 \cdot 10^{-3}$	$1,37 \cdot 10^{-2}$

Интегральные характеристики турбулентного состояния, возникающего при различных накачках E_0 приведены в таблице. Стационарный уровень W , а следовательно и $\nu_{\text{эфф}}$, оказываются существенно меньше чем в исследовавшейся в [4] постановке с заданной функцией распределения резонансных электронов.

В режиме развитой конверсии схлопывающиеся сверхзвуковые каверны возникают лишь в том количестве, какое необходимо для поддержания стационарного уровня звука при наличии его затухания. Энергия в этих кавернах определяется из условия баланса (см. [5])

$$\gamma_{\text{мод}} \bar{k}^2 r_D^2 W_{\text{кав}} \approx \gamma(\bar{k}) n_0 T \sum_k \frac{|\delta n_k|^2}{n_0^2} \quad (8)$$

Согласно изложенным в [5] представлениям $\nu_{\text{эфф}} \sim W_{\text{кав}}$. Тогда из (8) имеем $\nu_{\text{эфф}} \sim W^{1/4}$, а из уравнения баланса для ленгмюровских колебаний $W \sim (E_0^2)^{4/5}$. Эти аналитические зависимости $\nu_{\text{эфф}}$ и W от E_0^2 удовлетворительно согласуются с полученными в численном эксперименте (см. таблицу).

Авторы благодарны Р.З.Сагдееву за ценные советы и обсуждение работы.

Институт космических исследований
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
1 марта 1979 г.

Литература

- [1] Р.З.Сагдеев. В трудах Международной конференции по прикладной математике. Тбилиси, 1979.
- [2] В.Е.Захаров. ЖЭТФ, 62, 1745, 1972.
- [3] Р.З.Сагдеев, В.Д.Шапиро, В.И.Шевченко. Физика плазмы, 1978.
- [4] Т.А.Горбушина, Л.М.Дегтярев, Р.З.Сагдеев, В.Д.Шапиро, В.И.Шевченко. Препринт ИПМ, №17, 1978.
- [5] А.А.Галеев, Р.З.Сагдеев, В.Д.Шапиро, В.И.Шевченко. ЖЭТФ, 73, 1352, 1977