Письма в ЖЭТФ, том 29, вып. 11, стр. 669 – 672 *5 июня 1979 г.*

ВЛИЯНИЕ РЕДКИХ СОУДАРЕНИЙ НА ДИФФУЗИЮ ПЛАЗМЫ В СТОХАСТИЧЕСКИХ МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

А.А.Галеев, Л.М.Зеленый

В работе показано, что в плазме с редкими столкновениями диффузия электронов поперек магнитного поля с разрушенными магнитными поверхностями определяется соотношением длины свободного пробега с длиной стохастизации фазы электрона во флюктуациях магнитного поля.

Одной из возможных причин аномально большой теплопроводности электронов в Токамаках является наличие слабых флюктуаций радиальной компоненты магнитного поля [1, 2]. Влияние этих флюктуаций на процесссы теплопереноса в плазме рассчитывалось в работе [3] в бесстолкновительном пределе, когда теплоперенос обусловлен разрушением магнитных поверхностей под действием флюктуаций [4], и в работе [5] в гидродинамическом приближении. Однако, при современных параметрах плазмы в токамаках гидродинамическое описание уже неприменимо, а условия полной бесстолкновительности еще не достигнуты. В связи с этим в данной работе мы рассмотрим ту же задачу в приближении слабых соударений.

Для простоты мы ограничимся моделью магнитного поля с плоскими магнитными поверхностями и перекрещенными силовыми линиями при наличии флюктуаций магнитного поля поперечных к невозмущенной магнитной поверхности

$$\mathbf{B} = B_z \mathbf{e}_z + B_y \mathbf{e}_y + \sum_{\mathbf{k}} B_{x\mathbf{k}}(x)\, e^{ik_y y + ik_z z}\, \mathbf{e}_x\,, \qquad (1)$$

$$B = |\mathbf{B}|.$$

Для вычисления коэффициента диффузии электронов поперек невозмущенных магнитных поверхностей мы воспользуемся уравнением для электронов в дрейфовом приближении, усредненным по быстрым пространственным колебаниям флюктуаций магнитного поля:

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle f_e(x, v_{\parallel}, t) \rangle = -\left\langle \sum_{\mathbf{k}} v_{\parallel} \frac{B^*_{x\mathbf{k}}}{B} \frac{\partial f_{e\mathbf{k}}}{\partial x} \right\rangle, \qquad (2)$$

где угловые скобки означают выше упомянутое усреднение, $v_{\parallel}$ – скорость частиц вдоль магнитного поля. В отличие от обычного квазилинейного уравнения, здесь при вычислении флюктуирующей части функции распределения электронов f_{ek} мы учитываем как кулоновские соударения с помощью упрощенного интеграла соударений в форме БГК [6], так и нелинейный эффект уширения резонанса частиц с магнитными флюктуациями [7]. В результате f_{ek} представляется в виде

$$f_{\mathbf{k}e} = \left(- v_{\parallel} \frac{B_{x\mathbf{k}}}{B} \frac{\partial}{\partial x} + \nu_e \frac{n_{e\mathbf{k}}}{n_0} + \nu_{ee} \frac{m_e v_{\parallel}}{T_e} u_{\parallel \mathbf{k}} \right) \langle f_e \rangle I_e (\omega, k_{\parallel}, v_{\parallel}), \tag{3}$$

где: $n_{e\mathbf{k}}$, $u_{\parallel\mathbf{k}}$ – флюктуации плотности и продольной гидродинамической скорости электронов, ν_{ee} и ν_{ei} – частоты электрон-электронных и электрон-ионных соударений, $\nu_e = \nu_{ee} + \nu_{ei}$ [8], а величина I_e определяется интегралом по возмущенной траектории частиц с учетом соударений (см. [7])

$$I_e (\omega, k_{\parallel}, v_{\parallel}) = \int_{-\infty}^{0} d\tau \, \exp \left[\nu_e \tau + i k_{\parallel} v_{\parallel} \tau + \frac{1}{6} k_{\parallel}'^{\,2} D_{\perp} v_{\parallel}^2 \tau^3 \right], \tag{4}$$

где

$$k_{\parallel}(x) = [k_y B_y + k_z B_z(x)] / B \, ; \qquad k_{\parallel}' = \partial k_{\parallel}(x) / \partial x \, ;$$

$D_{\perp}$ – коэффициент диффузии электронов, зависимостью которого от продольной скорости мы пренебрежем, так как в конечном выражении учет ее привел лишь к появлению численного коэффициента порядка единицы. Усредненную функцию распределения электронов $\langle f_e \rangle$ можно считать локально максвелловской предполагая, что за время диффузиии происходит достаточно много соударений электронов между собой. В этом случае уравнение (3) нетрудно разрешить относительно n_{ek} и $u_{\parallel\mathbf{k}}$ и после интегрирования уравнения (2) по скоростям получить уравнение диффузии[1]:

$$\frac{\partial}{\partial t} n_0 (x, t) = \frac{\partial}{\partial x} v_{Te} \sum_{\mathbf{k}} \frac{|B_{x\mathbf{k}}|^2}{B^2 k_{\parallel}} \left\{ \left[K_2 - \frac{i \nu_e}{k_{\parallel} v_{Te}} K_1^2 \Big/ \left(1 + \frac{i \nu_e}{k_{\parallel} v_{Te}} K_0 \right) \right]^{-1} + \frac{2 i \nu_{ee}}{k_{\parallel} v_{Te}} \right\}^{-1} \frac{\partial n_0 (x, t)}{\partial x}, \tag{5}$$

где функции $K_n = i k_{\parallel} v_{Te} \int_{-\infty}^{+\infty} (v_{\parallel} / v_{Te})^n I_e (\omega, k_{\parallel}, v_{\parallel}) (\langle f_e \rangle / n_0) dv_{\parallel}$ в линейном случае переходят в обычные функции Крампа Z_{Π}, т.е.

$$K_n \to Z_n (\zeta_e) = \pi^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{t^n \exp(-t^2)}{t - \zeta_e} dt \, , \tag{6}$$

[1] На самом деле следовало бы говорить о теплопроводности электронов, так как диффузия всегда становится амбиполярной за счет возникновения электрического поля.

где $\zeta_e = i\nu_e / k_{\parallel} v_{Te}$; $v_{Te} = \sqrt{2\, T_e / m_e}$ – тепловая скорость электронов.

Поэтому интегралы K_n могут быть вычислены в интересующем нас пределе $\zeta_e >> 1$, $\nu_e^3 >> k_{\parallel}'^{\,2} D_{\perp} v_{Te}^2$. В результате для коэффициента диффузии получаем выражение

$$D_{\perp} = D_{\parallel e} \sum_{\mathbf{k}} \frac{|B_{x\mathbf{k}}|^2}{B^2} \frac{\nu_{eff}}{k_{\parallel}^2 D_{\parallel e} + \nu_{eff}}, \tag{7}$$

где $D_{\parallel e} = v_{Te}^2 / \nu_{ei}$ – продольная электронная диффузия; $\nu_{eff} = k_{\parallel}'^{\,2} D_{\perp} v_{Te}^2 / \nu_e^2 \sqrt{\pi}$ эффективная частота соударений электронов с флюктуациями магнитного поля. Если ввести длину стохастизации фазы электронов в поле флюктуаций $L_e \approx 1/\Delta k_{\parallel} \approx \sqrt{D_{\parallel e}/\nu_{eff}}$ то выражение (7) приводится к виду, полученному в работе [3]

$$D_{\perp} \approx (D_{\parallel e}/L_e) \sum_{\mathbf{k}} \frac{|B_{x\mathbf{k}}|^2}{B^2} \pi\delta\,[k_{\parallel}(x)], \tag{8}$$

где в отличие от работы [3] скорость диффузии электронов вдоль разрушенных магнитных силовых линий $\bar{v}_{\parallel} = D_{\parallel e} / L_e$ определяется не длиной стохастизации поля $L_o \approx k_z^{-1}$, а длиной стохастизации фазы частицы в поле волны. Разрешая уравнение (7) относительно $D_{\perp}$ по порядку величины получаем

$$D_{\perp} \approx D_{\parallel e}\, b_o^4\, \lambda_e^2 / L_x^2, \tag{9}$$

где $b_o^2 = \sum_{\mathbf{k}} |B_{x\mathbf{k}}|^2 / B^2$, $\lambda_e = v_{Te}/\nu_e$, $L_x \approx k_z / k_{\parallel}'$.

При нарушении неравенства $\nu_{eff} < \nu_e$ это выражение непрерывно переходит в полученное в [3] для бесстолкновительного случая, а при условии $\nu_{eff} < D/\delta^2$ (δ – длина корреляции флуктуаций по оси x) оно переходит в выражение работы [4]. Таким образом, наш "полубесстолкновительный" режим имеет место в довольно широком интервале параметров плазмы

$$L_o (L_x / b_o L_o)^{2/3} > \lambda_e > L_o L_x / \delta. \tag{10}$$

Авторы признательны академику Р.З. Сагдееву за стимулирующие обсуждения и советы.

Институт космических исследований
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
13 марта 1979 г.

Литература

[1] Б.Б.Кадомцев. Физика плазмы, 1, 710, 1975.

[2] J.D. Callen. Phys. Rev. Lett., 39, 1540, 1977.

[3] A.B.Rechester, M.N.Rosenbluth. Phys. Rev. Lett., 40, 38, 1978.

[4] M.N.Rosenbluth, R.Z.Sagdeev, J.B.Taylor, G.M.Zaslavsky. Nuclear Fusion, 6, 297, 1966.

[5] Б.Б.Кадомцев, О.П.Погуце. Plasma Phys. and controlled nucl. fusion res., 1, IAEA, Vienna, 1979 p. 100.

[6] P.Batnagar, E.Gross, M.Krook. Phys. Rev., 102, 593, 1950.

[7] A.A.Galeev. Phys. Fluids., 21, 1353, 1978.

[8] С.Б.Брагинский, Сб. вопросы теории плазмы под ред. акад. М.А.Леонтовича, том 1, Атомиздат, 1963 г.