

Коррелированность или декогеренция? Квантовые биения инверсии атома в резонансном когерентном поле

Н. К. Соловаров¹⁾

Казанский физико-технический институт им. Е. К. Завойского Казанского научного центра РАН
420029 Казань, Россия

Поступила в редакцию 30 июня 2003 г.

После переработки 29 июля 2003 г.

Показано, что приводящая к декогеренции стандартная процедура редукции (то есть вычисление матрицы плотности наблюдаемой подсистемы из матрицы плотности замкнутой квантовой системы) соответствует предельному приближению, при котором ненаблюдаемая подсистема полагается находящейся в стационарном состоянии с минимальной информацией (бесконечной температурой). Получена приближенная система уравнений взаимосвязи (корреляции) матриц плотности подсистем. Показано, что в известной экспериментальной схеме резонаторной квантовой электродинамики взаимная коррелированность атома и поля может проявляться в биениях инверсии двухуровневого атома. Экспериментальное обнаружение таких биений могло бы свидетельствовать о сохранении в общем случае наблюдаемой подсистемой (здесь атомом) информации о квантовой когерентности ненаблюдаемой подсистемы (поля).

PACS: 03.65.Ta, 42.50.Pq

Старый вопрос квантовой механики о редукции квантовой системы с одновременной декогеренцией ее наблюдаемой подсистемы является в настоящее время дискуссионным в квантовой оптике и квантовой информатике [1–8].

Декогеренцией принято называть переход наблюдаемой квантовой системы из суперпозиционного состояния в состояние статистической смеси вследствие взаимодействия с макроскопическим окружением [3, 6–8]. В такой формулировке теоретическая задача декогеренции эквивалентна известной задаче квантовой теории релаксации [9, 10], описывающей динамику квантовой системы в процессе ее взаимодействия с термостатом, и не вызывает принципиальных вопросов. Отличие только в том, что в общем случае, когда говорят о декогеренции, состояние окружения не конкретизируется. Будем для определенности называть такую декогеренцию макроскопической.

Предметом дискуссии является декогеренция (и сам факт ее существования как физического явления [1, 4, 3, 5]) при редукции, то есть при выделении наблюдаемой подсистемы из замкнутой (гамильтоновой) квантовой системы с унитарной динамикой. Математическая операция редукции, то есть алгоритм вычисления приведенного (редуцированного) оператора плотности наблюдаемой подсистемы из оператора плотности замкнутой системы, введена ак-

сиоматически фон Нейманом [11] и состоит во взятии частичного следа от оператора плотности полной системы по ненаблюдаемой подсистеме (проецирование на наблюдаемую подсистему). Неунитарность этой операции приводит к потере части информации о замкнутой системе и служит основанием дискуссий о квантовой природе необратимости [12, 3, 5] и о полноте считывания информации из квантового компьютера в квантовой информатике [8].

Экспериментальное отделение редукционной или внутренней (intrinsic) [13] декогеренции от макроскопической ожидается при наблюдении динамики подсистемы простой составной квантовой системы [3], которая на рассматриваемых интервалах времени может считаться замкнутой. Одной из наиболее успешных экспериментальных схем исследования динамики квантовой когерентности и декогеренции в простой квазизамкнутой системе в настоящее время считается схема резонаторной квантовой электродинамики [6]. В настоящей работе мы ревизуем известный теоретический анализ этой экспериментальной схемы, обращая внимание на взаимную коррелированность подсистем замкнутой системы. Мы показываем, что дискутируемая редукционная декогеренция представляет собой следствие неявного использования в расчетах приближения заданного “предельно некогерентного” состояния ненаблюдаемой подсистемы.

Проанализируем физическое содержание стандартной (неймановской) операции редукции

¹⁾e-mail: solovar@kfti.knc.ru

[11, 9, 10], в которой постулируется, что если динамика замкнутой системы (для определенности, атом+поле) описывается оператором плотности $\hat{\rho}(t)$, то динамика наблюдаемой подсистемы (атома) описывается приведенным оператором плотности $\hat{\rho}_a(t) = \text{Sp}_f \hat{\rho}(t)$.

Сначала заметим, что взятие следа оператора наблюдаемой \hat{A} квантовой системы в базисе ее собственных энергетических состояний с точностью до постоянного множителя N , равного размерности пространства (числу собственных энергетических состояний), тождественно нахождению квантового среднего значения этой наблюдаемой для случая, когда квантовая система находится в состоянии с минимальной информацией:

$$\text{Sp} \hat{A} \equiv N \langle \hat{A} \rangle_{\min} = N \text{Sp} \hat{\rho}_{\min} \hat{A}, \quad (1)$$

где $\hat{\rho}_{\min} = (1/N) \hat{1}$ – оператор плотности квантовой системы, находящейся в состоянии с минимальной информацией (тождественном состоянии с бесконечной температурой), $\hat{1}$ – единичный оператор [11, 9]. Состояние $\hat{\rho}_{\min}$ физически соответствует равновероятному (с вероятностью $1/N$) нахождению квантовой системы в любом из собственных энергетических состояний и отсутствию квантовой когерентности (ненулевых недиагональных элементов матрицы плотности [10]) в системе.

Оператор плотности $\hat{\rho}(t)$, по определению [9], является оператором информации о замкнутой квантовой системе. И взятие следа по ненаблюдаемой подсистеме математически тождественно частичному усреднению этого оператора для случая, когда поле находится в состоянии с минимальной информацией (с точностью до нормировочного множителя):

$$\hat{\rho}_a(t) = \text{Sp}_f \hat{\rho}(t) \equiv N_f \text{Sp}_f \hat{\rho}(t) \hat{\rho}'_{f \min}, \quad (2)$$

где $\hat{\rho}'_{f \min} = (\hat{1}_a \otimes \hat{\rho}_{f \min})$ – расширенный (на полное пространство системы) оператор плотности поля, находящегося в состоянии с минимальной информацией, $\hat{1}_a$ – единичный оператор в пространстве атома. Таким образом, нахождение приведенного оператора плотности атома в соответствии с (2) эквивалентно использованию приближения, при котором предполагается, что поле находится в стационарном состоянии с минимальной информацией (бесконечной температурой). Причем это приближение используется только при проведении редукции, но не при расчете динамики замкнутой системы (то есть $\hat{\rho}(t)$).

К этому же заключению можно прийти из анализа коррелированности операторов плотности подсистем

замкнутой квантовой системы [14, 15]. Атом и поле – равноправные подсистемы замкнутой системы. Предположим, что существует приближенное представление оператора плотности замкнутой системы в виде прямого произведения взаимно коррелированных (отмечено индексом C) операторов плотности подсистем: $\hat{\rho}(t) \approx (\hat{\rho}_{aC}(t) \otimes \hat{\rho}_{fC}(t))$ (точное равенство справедливо в общем случае только для не взаимодействующих подсистем [9, 10]). Умножая справа обе стороны этого выражения на $\hat{\rho}_{fC}(t)$ или $\hat{\rho}_{aC}(t)$ и беря след соответственно по подсистеме поля или атома, легко получить систему связанных приближенных уравнений [14, 15]:

$$\hat{\rho}_{aC}(t) \approx \frac{\text{Sp}_f \hat{\rho}(t) \hat{\rho}'_{fC}(t)}{\text{Sp}_{af} \hat{\rho}(t) \hat{\rho}'_{fC}(t)}, \quad (3)$$

$$\hat{\rho}_{fC}(t) \approx \frac{\text{Sp}_a \hat{\rho}(t) \hat{\rho}'_{aC}(t)}{\text{Sp}_{af} \hat{\rho}(t) \hat{\rho}'_{aC}(t)}. \quad (4)$$

Правые части выражений (3), (4) представляют собой нормированное к единице квантовое усреднение оператора плотности $\hat{\rho}(t)$ замкнутой системы по одной из подсистем. Если состояние ненаблюдаемой подсистемы (например, поля) $\hat{\rho}'_f(t)$ определено из внешних физических соображений, то одновременно определено (согласно (3)) коррелированное с ним состояние наблюдаемой подсистемы (атома). Поэтому можно рассматривать каждое из выражений (3), (4) как обобщенное определение операции редукции или приближение заданного состояния ненаблюдаемой подсистемы при редукции. В частном случае предположения о нахождении поля в состоянии $\hat{\rho}_{f \min}$ оно совпадает с неймановским общепринятым определением редукции (2). В другом частном случае предположения, что поле находится в момент измерения t в собственном n -фотонном состоянии (то есть оператор плотности поля представляет собой проектор на это состояние $\hat{\rho}_f(t) = \hat{P}_{fn} = |n\rangle\langle n|$), (3) совпадает с определением редукции, используемым в теории неразрушающих квантовых измерений фотонов квантовой оптики [16, 17].

При задании состояния одной из подсистем система уравнений (3), (4) в общем случае несовместна. Эта несовместность отражает принципиально приближенный характер выделения одной из взаимодействующих подсистем. Действительно, любой возможный алгоритм редукции согласно (3), (4), эквивалентен замене $\hat{\rho}(t) \rightarrow \hat{\rho}_a(t) \otimes \hat{\rho}_f(t) = \hat{\rho}_R(t)$, то есть приближенному представлению замкнутой квантовой системы в виде двух квазинезависимых подсистем с известной динамикой или переходу к новой “редуцированной” замкнутой системе с динамикой

$\hat{\rho}_R(t)$. Возникает вопрос: насколько принятый алгоритм редукции (то есть соответствующая замена) соответствует начальному предположению о замкнутости квантовой системы? Или математически: какая ошибка вносится при замене $\hat{\rho}(t) \rightarrow \hat{\rho}_R(t)$ в полагаемое точным состояние $\hat{\rho}(t)$?

Очевидно, что в неймановском алгоритме редукции содержится физическое противоречие: с одной стороны, квантовая система считается замкнутой, а с другой, состояние ненаблюдаемой подсистемы неявно полагается стационарным, описываемым бесконечной температурой. Можно двумя способами усовершенствовать алгоритм редукции, добываясь наибольшего приближения $\hat{\rho}_R(t)$ к $\hat{\rho}(t)$.

1) Физически обосновывать в каждом конкретном случае постулируемое состояние ненаблюдаемой подсистемы (термостат, как в квантовой теории релаксации [9, 10], одно из собственных состояний, как в теории квантовых неразрушающих измерений фотонов [16, 17], или какое-то физически подходящее состояние) и использовать одно из уравнений (3), (4).

2) Использовать самосогласованную процедуру последовательных приближений для нахождения взаимно коррелированных операторов плотности подсистем из системы уравнений (3), (4), выбирая в качестве нулевого приближения, например, неймановские приведенные операторы плотности подсистем [14, 15].

Второй способ представляется математически общим, но во многих случаях физически избыточным. Однако при любом подходе состояние (то есть оператор плотности) наблюдаемой подсистемы коррелировано с состоянием ненаблюдаемой подсистемы. При стандартной неймановской редукции оно неявно коррелировано с максимально некогерентным (квантовая когерентность равна нулю!) состоянием ненаблюдаемой подсистемы и тем самым постулирована редукционная декогеренция наблюдаемой подсистемы. Очевидно, что чем ближе свойства ненаблюдаемой подсистемы к макроскопическим и чем справедливее описание ее состояния высокой (бесконечной) температурой, тем более оправдан неймановский алгоритм редукции. Однако в экспериментальных ситуациях, когда обе подсистемы замкнутой системы существенно квантовые, учет их взаимной коррелированности при редукции представляется необходимым.

Проследим возможность проявления коррелированности подсистем в известной экспериментальной схеме резонаторной квантовой электродинамики. В рассматриваемых экспериментах (см. обзор [6]) изучается динамика одиночных ридберговских атомов, пролетающих через высокочастотный резонатор, соб-

ственная частота которого (ω) резонансна переходу между двумя смежными ридберговскими уровнями (e – возбужденный, g – основной) атома. Регистрируется изменение вероятности обнаружить атом в определенном состоянии (e или g) в зависимости от свойств электромагнитного поля в резонаторе, времени пролета атома через резонатор (τ), начального состояния и интенсивности потока атомов. При высокой добротности резонатора в течение интервала τ происходит обмен энергией между атомом и фотонным полем.

Описание таких экспериментов проводится в точно решаемой модели Джейнса–Каммингса замкнутой квантовой системы двухуровневого атома (уровни e, g), взаимодействующего с резонансным одномодовым квантованным полем в приближении вращающейся волны (смотри, например, 18–20). Модель соответствует физической ситуации, когда источник электромагнитного поля в идеальном резонаторе выключается в момент влечения атома в резонатор (принимаемый за начало отсчета времени $t = 0$), и рассматривается нестационарный процесс обмена энергией между атомом и полем резонатора. Качественные результаты модели удобно представлять для случая, когда атом влетает в резонатор в возбужденном (e) состоянии. Тогда экспериментально измеряемые вероятности обнаружить вылетевший из резонатора атом в состояниях e или g определяются выражениями [21, 6]

$$\left. \begin{aligned} P_e(\tau) \\ P_g(\tau) \end{aligned} \right\} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} p(n) [1 \pm \cos(\Omega_n \tau)], \quad (5)$$

где $p(n)$ – вероятность нахождения n фотонов в поле резонатора при $t = 0$, $\Omega = \Omega_0$ – квантовая частота Раби, соответствующая частоте осцилляций инверсии атома в вакуумном ($n = 0$) поле резонатора, а $\Omega_n = \Omega\sqrt{n+1}$ – соответствующая частота Раби в n -фотонном поле. Видно, что если $p(n)$ представляет собой гладкую функцию от n , то с увеличением τ происходит дефазировка n -фотонных вкладов в (5), в результате чего вероятности обнаружить атом в состояниях e и g сравниваются: $P_e(\tau_{\text{col}}) \simeq P_g(\tau_{\text{col}}) \simeq 1/2$ – инверсия атомов проявляет квантовый коллапс [22]. Если $p(n)$ имеет острый максимум для $n = \bar{n}$, определяющий основной вклад в $P_e(\tau)$ вида $p(\bar{n}) [1 + \cos(\Omega\tau\sqrt{\bar{n}+1})]$, то могут происходить периодические осцилляции $P_e(\tau)$ с периодом $\tau_{\text{rev}} = 2\pi/\Omega\sqrt{\bar{n}+1}$ – возрождения (revivals) инверсии [23]. При описании экспериментов по наблюдению возрождения [21] начальная статистика числа фотонов в резонаторе полагалась пуассоновской

$p(n) = \exp(-\bar{n}) (\bar{n}^n/n!)$ со средним числом фотонов \bar{n} и среднеквадратичным отклонением $\sqrt{\bar{n}}$. Такой статистике соответствуют два физически различных состояния фотонного поля: когерентного с оператором плотности $\hat{\rho}_{fc}(0) = |\alpha\rangle\langle\alpha|$ и статистической смеси

$$\hat{\rho}_{fm}(0) = \exp(-|\alpha|^2) \sum_{n=0}^{\infty} (|\alpha|^{2n}/n!) |n\rangle\langle n|,$$

где в обоих случаях $\bar{n} = |\alpha|^2$ [24]. Из (5) следует, что расчетная динамика инверсии атома не зависит от квантовой когерентности поля. Именно в этой потере зависимости инверсии атома от когерентных свойств поля состоит дискуссионное явление редукционной декогеренции в описываемой модели. Отметим, что полная декогеренция атома при начальном когерентном состоянии поля $\hat{\rho}_{fc}(0)$ не происходит. Квантовая когерентность атома (дипольный момент перехода) не равна тождественно нулю [23, 6], но она в экспериментах с одиночными атомами не является наблюдаемой (измеримой) величиной.

В рассматриваемой экспериментальной схеме при $\bar{n} \gg 1$ взаимодействие с единственным атомом за относительно малое время не может существенно изменить начально состояние фотонного поля в резонаторе. Поэтому представляется физически оправданным на этапе вычисления приведенного оператора плотности атома вместо стандартного приближения бесконечной температуры поля использовать приближение стационарного, начального состояния поля. Таким образом, мы применим первый способ улучшения алгоритма редукции при расчете динамики инверсии атома.

Известное решение резонансной модели Джейнса-Каммингса [19, 18] удобно использовать в форме выражения для оператора эволюции $\hat{U}(t)$, определяющего динамику замкнутой системы [25, 15]: $\hat{\rho}(t) = \hat{U}(t)(\hat{\rho}_a(0) \otimes \hat{\rho}_f(0))\hat{U}^\dagger(t)$, где $\hat{\rho}_a(0), \hat{\rho}_f(0)$ – начальные операторы плотности атома и поля. Полагаем, что в начальный момент атом был в возбужденном состоянии, а поле в состоянии $\hat{\rho}_{fc}(0)$ или $\hat{\rho}_{fm}(0)$. Тогда известный результат (5) получается, если последовательно вычислить оператор плотности системы $\hat{\rho}(t)$, приведенный (редуцированный стандартным способом) оператор плотности атома $\hat{\rho}_a(t) = \text{Sp}_f \hat{\rho}(t)$ и записать выражения его диагональных матричных элементов.

В отличие от этого, проводим редукцию согласно (3), полагая поле находящимся в стационарном начальном когерентном состоянии $\hat{\rho}_{fc}(0)$ или состоянии статистической смеси $\hat{\rho}_{fm}(0)$. Тогда соот-

ветствующие выражения вероятностей обнаружить атом в основном состоянии равны:

$$\left. \begin{aligned} P_{gc}(\tau) \\ P_{gm}(\tau) \end{aligned} \right\} = \left\{ \begin{aligned} s_c(\tau)/[c_c(\tau) + s_c(\tau)] \\ s_m(\tau)/[c_m(\tau) + s_m(\tau)] \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

где

$$c_c(\tau) = \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{|\alpha|^{2(m+n)}}{m!n!} \cos[\omega\tau(m-n)] \times$$

$$\times \cos(\Omega\tau\sqrt{m}) \cos(\Omega\tau\sqrt{n}),$$

$$s_c(\tau) = \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{|\alpha|^{2(m+n+1)}}{m!n!\sqrt{m+1}\sqrt{n+1}} \cos[\omega\tau(m-n)] \times$$

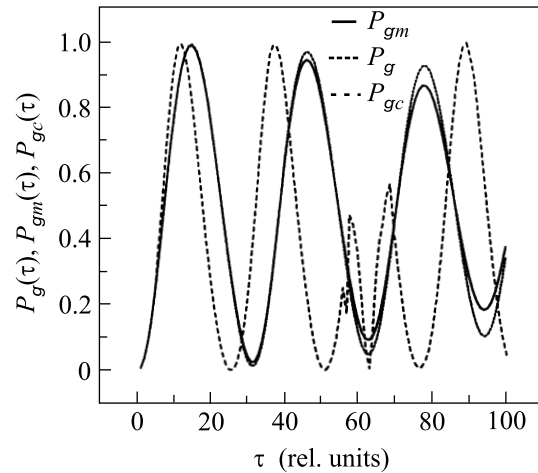
$$\times \sin(\Omega\tau\sqrt{m+1}) \sin(\Omega\tau\sqrt{n+1}),$$

$$c_m(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\alpha|^{4n}}{(n!)^2} \cos^2(\Omega\tau\sqrt{n}),$$

$$s_m(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\alpha|^{4n+2}}{n!(n+1)!} \sin^2(\Omega\tau\sqrt{n+1}),$$

и добавочные нижние индексы c, m указывают, что редукция проведена в приближении соответствующего начального состояния поля.

На рисунке представлены характерные зависимости $P_g(\tau), P_{gc}(\tau), P_{gm}(\tau)$, демонстрирующие ка-



Зависимость вероятности обнаружить атом в основном состоянии от времени τ его взаимодействия с полем резонатора: P_g – при стандартной редукции, P_{gc} – в приближении заданного когерентного поля при редукции, P_{gm} – в приближении заданного поля в состоянии некогерентной статистической смеси; $|\alpha|^2 = 100$, $\omega = 0.1$, $\Omega = 0.01$

качественные различия в расчетной динамике инверсии, обусловленные использованием приближения заданного поля при редукции. Видно, что если поле полагалось находящимся в состоянии статистической смеси $\hat{\rho}_{fm}(0)$, то результат расчета отличается от стандартного (5) лишь незначительным ослаблением квантового коллапса, то есть замедлением спада амплитуды осцилляций Раби. Качественно этот результат понятен – неявное предположение о бесконечной температуре поля при традиционном проведении редукции увеличивает относительный вес компонент Ω_n , дальше отстоящих по частоте от $\Omega_{\bar{n}}$. Поэтому ускоряется их расфазировка и коллапс инверсии населенности происходит относительно быстрее.

Учет когерентности поля при проведении редукции привел к качественно новой динамике инверсии. Возникли биения, обусловленные (как можно проследить из выражений (6)) наложением дополнительных к Ω_n осцилляций с частотами $n\omega$, характеризующих n -квантовые компоненты когерентного поля. Эти биения представляют собой результат квантовой интерференции амплитуд вероятностей перехода атома под действием когерентных n -фотонных компонент поля. Для статистической некогерентной смеси фотонов P_{gm} в (6) складываются вероятности переходов, а для когерентного поля P_{gs} складываются амплитуды вероятностей перехода.

Таким образом, наблюдение существования (или отсутствия) биений инверсии в экспериментах по схеме резонаторной квантовой электродинамики [6] для когерентного поля может ответить на принципиальный вопрос: существует ли декогеренция при редукции или имеет место коррелированность подсистем? Другими словами: справедливо ли неймановское правило вычисления приведенной матрицы плотности наблюдаемой подсистемы в общем случае, или при редукции необходимо использовать условие взаимной коррелированности подсистем (3),(4)?

1. Д. Н. Клышко, УФН **168**, 975 (1998).
2. С. Я. Килин, УФН **169**, 507 (1999).
3. М. Б. Менский, УФН **170**, 631 (2000).
4. А. И. Липкин, УФН **171**, 437 (2001).

5. М. Б. Менский, УФН **171**, 459 (2001).
6. J. M. Raimond, M. Brune, and S. Haroche, Rev. Mod. Phys. **73**, 565 (2001).
7. W. H. Zurek, arXiv:quant-ph/0105127.
8. E. Knill, R. Laflamme, H. Barnum et al., arXiv:quant-ph/0207171.
9. U. Fano, Rev. Mod. Phys. **29**, 74 (1957).
10. К. Блум, *Теория матрицы плотности и ее приложения*, М.: Мир, 1983. (K. Blum, *Density Matrix. Theory and Applications*, Plenum Press, NY and London, 1981.)
11. И. Фон Нейман, *Математические основы квантовой механики*, М.: Наука, 1964. (J. von Neumann, *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, Princeton University Press, Princeton, 1955.)
12. И. Пригожин, *Конец определенности*, Редакция журнала "Регулярная и хаотическая динамика", Ижевск, 1999. (I. Prigogine, *The End of Certainty*, The Free Press, NY-London-Toronto-Sidney-Singapore, 1997.)
13. V. S. Batista and P. Brumer, Phys. Rev. Lett. **89**, 143201 (2002).
14. Н. К. Соловаров, *Казанский физико-технический институт Каз.НЦ РАН, Ежегодник 2001* под ред. К. М. Салихова, Казань, Физтехпресс, 2002, с. 104.
15. N. K. Solovarov, arXiv:quant-ph/0304142.
16. N. Imoto, M. Ueda, and T. Ogawa, Phys. Rev. **A41**, 4127 (1990).
17. T. Fukuo, T. Ogawa, and K. Nakamura, Phys. Rev. **A58**, 3293 (1998).
18. W. H. Louisell, *Quantum statistical properties of radiation*, John Wiley & Sons, New York, 1973.
19. Л. Аллен, Дж. Эберли, *Двухуровневый атом во внешнем поле*, М.: Мир, 1978. (L. Allen and J. H. Eberly, *Optical Resonance and Two-level Atoms*, John Wiley and Sons, NY-London-Sydney-Toronto, 1975.)
20. H. I. Yoo and J. H. Eberly, Phys. Rep. **118**, 239 (1985).
21. G. Rempe, H. Walther, and N. Klein, Phys. Rev. Lett. **58**, 353 (1987).
22. F. W. Cummings, Phys. Rev. **A140**, 1051 (1965).
23. N. B. Narozhny, J. J. Sanchez-Mondragon, and J. H. Eberly, Phys. Rev. **A23**, 236 (1981).
24. Р. Лоудон, *Квантовая теория света*, М.: Мир, 1987. (R. Loudon, *The Quantum Theory of Light*, Clarendon Press, Oxford, 1973.)
25. D. A. Demidov and N. K. Solovarov, Laser Physics **5**, 997 (1995).