Письма в ЖЭТФ, том 78, вып. 5, с. 727 – 730

Усиление резонансного поля на границе устойчивости RWM в токамаке

В. Д. Пустовитов[1)]

Российский научный центр "Курчатовский Институт", 123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 3 июня 2003 г.
После переработки 7 июля 2003 г.

Рассматривается эволюция порождаемого плазмой возмущения магнитного поля, частично стабилизируемого проводящей стенкой (Resistive Wall Modes, RWM). Предполагается, что в спектре статического рассеянного поля имеется малая резонансная гармоника. Показано, что влияние этой гармоники на динамику устойчивой RWM возрастает по мере приближения к границе устойчивости RWM. При прохождении этой границы происходит "усиление" рассеянного поля. Эффект тем сильнее, чем меньше скорость вращения возмущения и чем дольше плазма находится в пограничном состоянии.

PACS: 52.55.–s

Теория МГД устойчивости плазмы оперирует понятием малого, а точнее – бесконечно малого возмущения, которое включается мгновенно в заранее приготовленной "хорошей" равновесной конфигурации. В реальной же конфигурации конечные возмущения существуют всегда. В системах с магнитным удержанием это так называемые error fields, малые магнитные поля, связанные, в частности, с неточностью изготовления и сборки магнитных катушек. С точки зрения формальной теории, это поля, не учтенные при идеализированном описании системы. Например, токамак считается аксиально-симметричным, хотя в нем всегда имеются слабые поля, нарушающие эту симметрию. Об этих полях и пойдет речь далее.

Известно, что такие поля с амплитудой порядка $10^{-4} \div 10^{-5}$ от основного тороидального поля иногда могут существенно влиять на поведение плазмы в токамаке [1]. Это происходит, когда возникает неблагоприятное сочетание каких-то факторов. Какое – пока остается загадкой, поскольку убедительной предсказательной теории до сих пор нет, а экспериментальные данные неполны и противоречивы [1]. Объясняется это отчасти тем, что изучение эффектов error fields требует очень точной диагностики и аккуратного исключения маскирующих факторов.

В последние 2–3 года интерес к проблеме error fields резко возрос в связи с экспериментальными результатами на токамаке DIII-D по исследованию режимов на пределе МГД устойчивости плазмы. Конкретно речь идет о пределе по давлению плазмы, важнейшей характеристике токамаков.

Теория и эксперимент доказывают, что для достижения высоких β ($\beta \equiv 2\bar{p}/\mathbf{B}^2$ – отношение среднего давления плазмы p к магнитному давлению $\mathbf{B}^2/2$) в стационарном токамаке необходима стабилизация крупномасштабных винтовых мод [1, 2]. Такую стабилизацию могла бы обеспечить близко расположенная к плазме хорошо проводящая, лучше всего – идеальная, стенка [3]. Реальная стенка с конечной проводимостью может полностью стабилизировать моду лишь на время порядка времени проникновения магнитного поля через стенку τ_w. Этого недостаточно, потому что интерес представляют разряды с длительностью порядка сотен τ_w и более. На большом временном интервале проводящая стенка не может воспрепятствовать развитию винтовых мод, но замедляет скорость их развития до величин порядка τ_w^{-1}, поэтому эти моды называют Resistive Wall Modes (RWM).

Эксперименты последних лет на токамаке DIII-D как раз и были посвящены изучению физики RWM и методов стабилизации этих мод [2, 4 – 10]. Наблюдаемые в DIII-D RWM возникают при $\beta > \beta^{\text{no wall}}$, где $\beta^{\text{no wall}}$ – предел по устойчивости идеальных МГД мод, рассчитанный в отсутствие проводящей стенки. Огромным успехом работ на DIII-D стала демонстрация устойчивого удержания плазмы при β, в два раза превышающем порог неустойчивости RWM [8 – 10]. Этот выдающийся результат был достигнут лишь после того, как к уже применяемым мерам борьбы с RWM добавили компенсацию упоминавшихся выше слабых (несколько гаусс) error fields. Точнее, основных низших гармоник, которые могут "резонировать" с замкнутыми силовыми линиями "невозмущенной" конфигурации. До осознания роли error

[1)]e-mail: pustovit@nfi.kiae.ru

fields как сильного дестабилизирующего фактора эксперименты на токамаке DIII-D по подавлению RWM системой с обратной связью давали гораздо более скромные результаты [2, 4 – 7], хотя прогнозы теории (без учета error fields) были весьма оптимистичны. Эти прогнозы фактически оправдались, но при условии подавления error fields, о чем теория не предупреждала.

Убедительные экспериментальные свидетельства того, что измеряемое вне плазмы медленно растущее или насыщенное возмущение $n = 1$ (тороидальное волновое число) в DIII-D является откликом плазмы на статическое резонансное рассеянное поле, были представлены в [6]. В этой работе было показано, что плазма гораздо сильнее реагирует на такое поле, когда $\beta > \beta^{\text{no wall}}$. Обнаруженный эффект стал новым интересным объектом исследования [6, 8 – 10] и получил название "усиление резонансного поля" (resonant field amplification, RFA) [8 – 10]. Сейчас это уже твердо установленный экспериментальный факт, что малые рассеянные поля играют существенную роль в динамике RWM при $\beta \approx \beta^{\text{no wall}}$, то есть на довольно низком уровне β. Теории же, которая объясняла бы наблюдаемые эффекты, до сих пор нет. При обсуждении RFA обычно ссылаются на работу [11]. Но модель и результаты [11], еще раз подтвержденные в только что вышедшей работе [12], требуют пересмотра по причинам, некоторые из которых указаны ниже. Здесь предлагается принципиально иная модель RFA.

Цель работы – рассмотрение эффекта усиления плазмой статического error field. Фактически речь пойдет о прохождении границы устойчивости RWM, где эффект проявляет себя наиболее ярко.

В цилиндрическом приближении амплитуда (m, n) гармоники радиального возмущенного магнитного поля на стенке, B_m, описывается уравнением

$$\tau_w \frac{\partial B_m}{\partial t} = \Gamma_m B_m + 2\mu B_m^{\text{ext}}, \tag{1}$$

где $\tau_w = \mu_0 \sigma r_w d$ – упоминавшееся выше "время стенки", σ, r_w и d, соответственно, проводимость, малый радиус и толщина стенки, $\mu = |m|$, B_m^{ext} – та часть B_m, которая создается всеми источниками вне оболочки (в области $r > r_w$). Это поле может быть переменным. Статическое рассеянное поле моделируем, полагая $B_m^{\text{ext}} = B_m^{er} = \text{const}$. Для определенности будем считать $B_m^{er} > 0$.

Уравнение (1) является прямым следствием уравнений Максвелла и закона Ома для проводящей стенки и длинноволновых возмущений (подробнее см. [13]). Кратко вывод (1) сводится к интегрированию радиальной компоненты уравнения

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla^2 \frac{\mathbf{B}}{\mu_0 \sigma} \tag{2}$$

через стенку, которая считается тонкой оболочкой, и подстановке в правую часть $B_r = b_m(r,t) \exp(im\theta - in\zeta)$ или суммы гармоник, где θ – полоидальный угол, а $\zeta = z/R$ – аналог тороидального угла, с явными выражениями для b_m в вакууме по обе стороны от стенки:

$$b_m = B_m^{pl} x^{-\mu-1} + (B_m^w + B_m^{\text{ext}}) x^{\mu-1} \tag{3}$$

при $x = r/r_w < 1$ и

$$b_m = (B_m^{pl} + B_m^w) x^{-\mu-1} + B_m^{\text{ext}} x^{\mu-1} \tag{4}$$

при $x > 1$. Здесь $B_m = b_m(r_w)$, а зависящие от времени комплексные амплитуды B_m^{pl} и B_m^w описывают вклад в $B_m(t)$ от плазмы и от стенки, соответственно. В этих обозначениях

$$\Gamma_m = -2\mu(1 - B_m^{pl}/B_m). \tag{5}$$

В уравнении (1) вся информация о плазме содержится в параметре Γ_m. Согласно (5), он определяется отношением B_m^{pl}/B_m, которое можно найти, например, рассчитав поведение возмущения в плазме. В рамках линейной теории ход $b_m(r)$ в плазме зависит только от свойств невозмущенной равновесной конфигурации, что позволяет в определенных пределах считать Γ_m не зависящей от B_m. Сохранение структуры моды в плазме (mode rigidity) при типичных для эксперимента вариациях B_m подтверждается как точными МГД расчетами, так и результатами экспериментов на DIII-D [7]. Отметим, что точная привязка Γ_m к условиям эксперимента возможна и без расчетов, поскольку Γ_m имеет простой физический смысл. Из (1) следует, что

$$\Gamma_m = \tau_m(\gamma_0 + in\Omega_0), \tag{6}$$

где γ_0 – инкремент (декремент), а Ω_0 – угловая частота тороидального вращения моды. В эксперименте величина γ_0 растет с ростом β, проходя через точку $\gamma_0 = 0$ при $\beta = \beta^{\text{no wall}}$. Переход через границу устойчивости $\gamma_0 = 0$ может быть связан и с изменением тока в плазме.

В отсутствие плазмы $\Gamma_m = \Gamma_m^0 = -2\mu$, так что при $B_m^{\text{ext}} = B_m^{er} = \text{const}$ уравнение (1) имеет стационарное решение $B_m = B_m^{er}$. Плазма меняет величину Γ_m, при этом меняется и уровень стационарного решения. При $\Gamma_m = \text{const}$ и $\text{Re}\Gamma_m < 0$ (иначе устойчивое стационарное решение отсутствует)

$$B_m^{st} = -\frac{2\mu}{\Gamma_m} B_m^{er}. \tag{7}$$

Это равенство показывает, что реакция плазмы на статическое внешнее резонансное поле тем сильнее, чем меньше $|\Gamma_m|$. При $|\Gamma_m| < 2\mu$ получаем отсюда $|B_m^{st}| > B_m^{er}$, что можно назвать усилением резонансного поля. Самой опасной точкой здесь является $\Gamma_m = 0$, которая соответствует невращающейся моде на границе ее устойчивости. В упоминавшихся выше экспериментах на DIII-D такие моды наблюдаются даже при сильном тороидальном вращении плазмы [4].

В эксперименте большие возмущения недопустимы, что и вынуждает бороться с МГД неустойчивостями, в первую очередь – крупномасштабными. В том смысле область $\gamma_0 > 0$ наиболее опасна. Однако из (7) следует, что даже в области устойчивости, когда $\gamma_0 = \mathrm{Re}\Gamma_m/\tau_m < 0$, величина B_m^{st} может оказаться много выше приемлемого уровня. Рост B_m при $\gamma_0 < 0$ связан с переходом в новое равновесное состояние с $B_m = B_m^{st}$. В рамках модели оно остается устойчивым по отношению к рассматриваемой моде, с которой резонирует error field, но большие B_m – это нежелательные деформации плазменного шнура и опасность потери равновесия.

В [11] утверждалось, а в [12] эта точка зрения была еще раз подтверждена, что при приближении к границе устойчивости возмущение магнитного поля хорошо описывается стационарным решением типа (7). Это, вообще говоря, неверно. Формально “коэффициент усиления” в (7) может стать бесконечным при $\Gamma_m \to 0$. Но с уменьшением $|\gamma_0|$ возрастает время ($\sim |\gamma_0|^{-1}$), которое требуется для достижения стационарного уровня B_m^{st} от какого-то начального B_m^0. Поэтому какой бы медленной ни была эволюция разряда в токамаке, в непосредственной близости точки $\Gamma_m = 0$ стационар (7) никогда не будет достигнут. Это видно непосредственно из уравнения (1). Иначе говоря, при $\Gamma_m \to 0$ нельзя отбрасывать производную по времени в (1), считая RFA квазистационарным процессом, как это делалось в [11, 12].

Фактически решение (7) показывает опасность долгого пребывания в окрестности $\Gamma_m = 0$, где рост B_m может продолжаться до уровня (7), если на это будет отпущено достаточно времени. При $\Gamma_m = 0$ и $B_m^{\mathrm{ext}} = B_m^{er} = \mathrm{const}$ уравнение (1) имеет линейно растущее решение

$$B_m = B_m^0 + 2\mu B_m^{er}\frac{t}{\tau_w}. \qquad (8)$$

На малых интервалах времени такой рост B_m не опасен, но при $t \gg \tau_w$ он дает практически неограниченные значения B_m. Например, для моды $m = 2$ при $t = 25\tau_w$, что существенно меньше длительности разряда в токамаке DIII-D [8, 9], “коэффициент усиления” в (8) равен 100. Пусть B_m^{tol} – предельно допустимое значение B_m. Условие $B_m < B_m^{\mathrm{tol}}$ с учетом (8) превращается в довольно жесткое ограничение

$$B_m^{er}\Delta t < \tau_w B_m^{\mathrm{tol}}/2\mu. \qquad (9)$$

При заданном B_m^{er} оно ограничивает Δt – время прохождения границы устойчивости RWM при $\Omega_0 = 0$, а при заданном Δt дает ограничение на величину B_m^{er}. Если, например, $B_m^{\mathrm{tol}} = 40B_m^{er}$, то для моды $m = 2$ получим $\Delta t < 10\tau_w$.

Решением (8) можно пользоваться, если $|\Gamma_m B_m| \ll 2\mu B_m^{er}$, что при $B_m^0 = 0$ в (8) сводится к

$$|\Gamma_m t| \ll \tau_w. \qquad (10)$$

Если Γ_m эволюционирует в направлении $\Gamma_m = 0$, условие (10) на t ослабляется, область применимости (8) расширяется. Формула (8) справедлива при любых Γ_m, удовлетворяющих (10). Это означает, что эффект усиления резонансного рассеянного поля должен наблюдаться не только на пороге устойчивости “обычной” RWM, но и в окрестности всех остальных нулей Γ_m. Существенным в нашей задаче является взаимодействие порожденного плазмой возмущения со стенкой, поэтому RWM здесь следует понимать как обобщенное название всех таких возмущений. В том числе и дестабилизируемых током, а не только давлением плазмы.

В любом случае эффект RFA наиболее силен, если мода не вращается, $\Omega_0 = 0$. Вращение моды устраняет особенность в (7) и сокращает интервал времени t, в течение которого возможен линейный рост B_m, см. (10) и (8). Отметим, что здесь всюду речь идет о частоте тороидального вращения магнитного возмущения, которая может быть измерена системой магнитных зондов. В экспериментах на DIII-D при возникновении и нарастании RWM эта частота существенно меньше частоты вращения плазмы Ω_p. Согласно [4], на стадии роста RWM $\Omega_0 \sim \tau_w^{-1} \ll \Omega_p$.

Уравнение (1) – следствие уравнений Максвелла и закона Ома для проводящей стенки, поэтому оно содержит только параметры стенки (τ_w) и характеристики возмущенного магнитного поля. В [11] задача сформулирована в иных терминах, неких s и α, связь которых с γ_0 и Ω_0 оказывается сложной даже в цилиндрической модели. Возможно, поэтому в [11] не было замечено явное противоречие: при $s = 0$, что по определению является границей устойчивости в [11], при $\Omega_0 \neq 0$ получается $\gamma_0 \neq 0$. Как следствие, по шкале γ_0 точка максимума RFA в [11] смещена относительно $\gamma_0 = 0$. Совпадение имеет место лишь при

$s = \alpha = 0$, но в этом случае вместо предложенного в [11] абсолютно недостижимого решения типа (7) следует пользоваться равенством (8).

Величина B_m, которая дается формулой (8), после прохождения границы устойчивости RWM становится "затравочной" амплитудой неустойчивой RWM. Чем она меньше, тем лучше. Соотношения (7), (8) и (9) указывают на три возможности борьбы с нарастанием "затравки" B_m при подходе к области неустойчивости RWM: поддержание тороидального вращения моды (не плазмы!), быстрое прохождение подпороговой области в непосредственной близости точки $\gamma_0 = 0$, уменьшение B_m^{er}.

Полностью устранить B_m^{er} довольно сложно. Но, допустим, с помощью двух других средств удалось пройти в область $\beta > \beta^{\text{no wall}}$ (точнее, $\gamma_0 > 0$) так, что величина B_m осталась малой. Дальнейшее продвижение в область больших β требует стабилизации RWM. Предположим, система активной стабилизации RWM вырабатывает управляющий сигнал

$$B_m^f = -\tau_w K_d \frac{\partial B_m}{\partial t} - K_p(B_m - B_m^{er}), \qquad (11)$$

где K_d и K_p – постоянные величины. Подставляя в (1)

$$B_m^{\text{ext}} = B_m^f + B_m^{er}, \qquad (12)$$

получим уравнение

$$\frac{\tau_w^*}{2\mu}\frac{\partial B_m}{\partial t} = -(\Gamma_m/\Gamma_m^0 + K_p)B_m + (1 + K_p)B_m^{er}, \quad (13)$$

которое от (1) отличается лишь коэффициентами (напомним, что $\Gamma_m^0 = -2\mu$). Все сказанное выше о следствиях (1) при $B_m^{\text{ext}} = B_m^{er}$ сохраняет силу и для решения уравнения (13), если $\tau_w^* \equiv (1 + 2\mu K_d)\tau_w \neq 0$. Вместо (7) в этом случае получим

$$B_m^{st} = \frac{1 + K_p}{\Gamma_m/\Gamma_m^0 + K_p} B_m^{er}, \qquad (14)$$

что по-прежнему сохраняет опасность RFA, но теперь уже вблизи "нового" порога, где мода становится неустойчивой при заданном алгоритме работы стабилизирующей системы (11). Для подавления неустойчивой невращающейся моды величину $\Gamma_m/\Gamma_m^0 + K_p$ достаточно обратить в нуль, точнее, сделать ее слегка положительной. При этом "коэффициент усиления" в (14) будет заведомо больше единицы, обращаясь в бесконечность при $\Gamma_m/\Gamma_m^0 = -K_p$. Рост B_m на границе устойчивости RWM при активной стабилизации моды дается формулой (8), где вместо τ_w нужно подставить τ_w^*.

Итак, опасность RFA требует быстрого прохождения границы устойчивости RWM (соответственно, большой мощности нагрева плазмы) и больших коэффициентов усиления системы с обратной связью при активной стабилизации RWM. Вращение моды устраняет возможность неограниченного усиления резонансного поля. Если бы его удавалось контролировать и избегать запирания моды (mode locking) [1], это вращение могло бы быть эффективным средством подавления RFA при $|n\Omega_0\tau_w| \geq 2\mu$. Но в токамаке DIII-D RWM возбуждается как стационарная мода, что хорошо видно по магнитным измерениям [4]. К тому же, по существующим представлениям, с увеличением размеров токамака пороги запирания мод будут снижаться [1]. Поэтому единственным радикальным средством борьбы с RFA остается уменьшение самого рассеянного поля, основной причины RFA.

Из (1) и (13) следует, что при $B_m^{er} \neq 0$ невозможно добиться стационарного состояния с $B_m = 0$. Даже при очень малой величине B_m^{er} и, соответственно, малой скорости нарастания B_m в (8) возможно многократное усиление error field, если разряд эволюционирует медленно. Проблема error field поэтому требует особого внимания при разработке стационарных токамаков.

Автор благодарен Ю. В. Грибову и В. С. Муховатову, привлекшим внимание к проблеме и стимулировавшим выполнение настоящей работы, Н. В. Иванову за поддержку работы и В. Д. Шафранову за обсуждение результатов и полезные рекомендации.

1. *ITER Physics Basis*, Nucl. Fusion **39**, 2137 (1999).
2. T.C. Luce, M.R. Wade, P.A. Politzer et al., Nucl. Fusion **41**, 1585 (2001).
3. E.J. Strait, T.S. Taylor, A.D. Turnbull et al., Phys. Rev. Lett. **74**, 2483 (1995).
4. A.M. Garofalo, A.D. Turnbull, E.J. Strait et al., Phys. Plasmas **6**, 1893 (1999).
5. A.M. Garofalo, E.J. Strait, J.M. Bialek et al., Nucl. Fusion **40**, 1491 (2000).
6. A.M. Garofalo, M.S. Chu, E.D. Fredrickson et al., Nucl. Fusion **41**, 1171 (2001).
7. M. Okabayashi, J. Bialek, M.S. Chance et al., Phys. Plasmas **8**, 2071 (2001).
8. A.M. Garofalo, T.H. Jensen, L.C. Johnson et al. Phys. Plasmas **9**, 1997 (2002).
9. M. Okabayashi, J. Bialek, M.S. Chance et al., Plasma Phys. Control. Fus. **44**, B339 (2002).
10. A.M. Garofalo, R.J. La Haye, and J.T. Scoville, Nucl. Fusion **42**, 1335 (2002).
11. A.H. Boozer, Phys. Rev. Lett. **86**, 5059 (2001).
12. A.H. Boozer, Phys. Plasmas **10**, 1458 (2003).
13. В. Д. Пустовитов, Физика плазмы **27**, 209 (2001).