

## О генерации второй гармоники при ВРМБ в плазме

И. В. Хазанов

Институт прикладной физики РАН, 603950 Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию 7 июля 2003 г.

После переработки 23 июля 2003 г.

Рассматривается механизм генерации второй гармоники мощного излучения при его ВРМБ в плазме в условиях, когда филаментация в падающем пучке произойти еще не успевает. В основу данного механизма положено формирование в поле рассеянных волн низкочастотных возмущений плотности плазмы, оптимальных для данного эффекта. Теоретические расчеты сопоставлены с экспериментальными данными.

PACS: 52.35.Nx, 52.40.Nk

Генерация гармоник основной частоты  $\omega$  распространяющегося в нелинейных средах мощного волнового поля (накачки)  $\mathbf{E}_\omega = \mathbf{E}_\omega^0 \exp[-i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})]$  ( $\mathbf{k}$  – волновой вектор) привлекает внимание с самого начала исследований нелинейных явлений. Этот вопрос представляет значительный интерес как возможный способ получения более коротковолнового излучения, так и в диагностических целях, поскольку позволяет получить информацию как о самом веществе, так и о процессах, происходящих в нем под воздействием сильных электромагнитных полей. К настоящему времени предложено много механизмов этого явления, построены различные теоретические модели, имеется также немало экспериментальных результатов. Уже в первых исследованиях стало ясно [1], что в электродипольном приближении в однородных изотропных центросимметричных средах возможна генерация только нечетных гармоник. В это же время в плотной плазме на “столкновительной” (диссипативной) нелинейности был получен весь их спектр [2] (см. также [3]).

Внимание к процессу генерации гармоник резко возросло во второй половине 80-х годов в связи с экспериментами (см., например, [4]) по воздействию мощных субпикосекундных лазерных импульсов на разреженные газы, в которых наблюдалась генерация широкого спектра нечетных гармоник. Интерпретация этих результатов была предпринята как в рамках простейшей классической модели атома [5, 6], так и при более точном полуклассическом рассмотрении рассеяния электрона атома на собственном ионе с учетом оптического туннелирования первого в сильном лазерном поле [7]. Вопрос о подобных гармониках изучался также в плазме с релятивистской нелинейностью [8].

В то же время при наличии в среде анизотропии или неоднородности возможна также генерация

и четных гармоник. Так, в плазме с резким и значительным изменением концентрации в области критической (для накачки) плотности, создаваемым стрикционной силой высокоинтенсивной лазерной волны, спектр всех (четных и нечетных) гармоник вычислялся в [9]. Механизм их излучения в этом случае, по-видимому, можно интерпретировать как некоторый аналог переходного излучения для частиц, движущихся с переменной (осциллирующей) скоростью. Наконец, отметим, что при нелинейной параметрической генерации гармоник эффект может значительно усилиться, если частота гармоники совпадает с частотой перехода между уровнями энергии молекул вещества [10]<sup>1)</sup>.

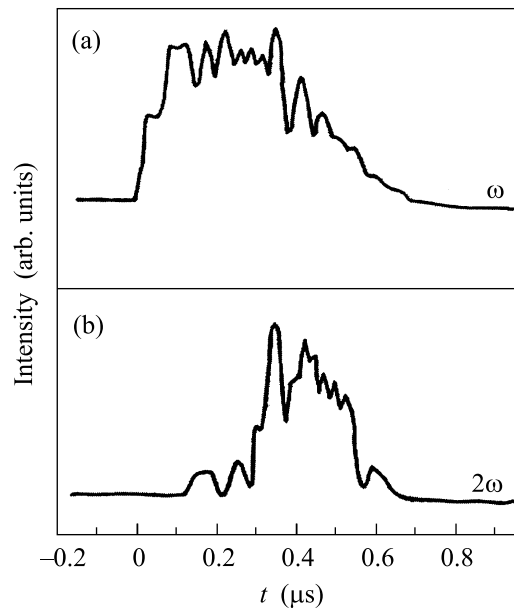
Обычно легче наблюдаемы и анализируемы первые гармоники накачки, как возникающие на нелинейностях более низкого порядка. Это в полной мере относится ко второй гармонике распространяющегося в плазме излучения, рассматриваемой, в частности, в данной работе.

В случае однородной плазмы с плотностью  $N_0$  возникающий при этом на частоте  $2\omega$  нелинейный ток, который нетрудно найти из уравнений гидродинамики, используя известные соотношения для оператора  $\nabla$ ,  $\mathbf{j}_{2\omega} = (-ieN_0/8\omega)\nabla(\mathbf{V}_\omega \mathbf{V}_\omega)$  (где  $\mathbf{V}_\omega = ie\mathbf{E}_\omega/m\omega$  – скорость осцилляций электрона в поле  $\mathbf{E}_\omega$ ; ср. с [11]), является чисто потенциальным ( $\text{rot} \mathbf{j}_{2\omega} \equiv 0$ ) и поэтому не может создавать поперечные волны. Однако это оказывается возможным в неоднородной плазме, в которой, тем не менее, необходимо учитывать отстройку волновых векторов первой и второй гармоник от известного условия синхронизма (в силу дисперсии электромагнитных волн в плазме  $\mathbf{k}(2\omega) \neq 2\mathbf{k}(\omega)$ ). Поэтому эффективно генерация вто-

<sup>1)</sup> Автор благодарен рецензенту, обратившему его внимание на эти работы.

рой гармоники может идти в тех областях, где нарушается квазиклассическое приближение (медленность изменения плотности плазмы по сравнению с длиной волны) и выполнение условий синхронизма становится менее существенным [12, 13]. Такими областями в плазме являются области точек отражения волн (накачки) и критической плотности. В области критической плотности рассматривался также распадный механизм генерации второй гармоники, когда сначала накачка распадается на плазменную и ионно-звуковую волны, а затем плазменные волны, сливаясь, порождают волну на частоте, близкой к  $2\omega$  [14, 15]. Неоднородности в первоначально однородной плазме могут образовываться и в результате нелинейных эффектов, например, самофокусировочной неустойчивости (филаментации) мощного излучения. Такой механизм предлагался в [16] и, по-видимому, подтверждается экспериментами [17, 18] (см. также [19, 20], где генерация второй гармоники связывалась с образованием области пониженной плотности электронов (каверны) на фоне неподвижных ионов, возникающей под действием пондеромоторной силы в фокальном пятне короткого и очень мощного ( $V_\omega \sim c$ ) лазерного импульса). Наконец, в [21] изучалась генерация второй гармоники в результате вынужденного рамановского рассеяния (ВРР) второго порядка, когда поперечная и плазменная волны рождались при распаде не накачки, а ее второй гармоники, которая представляет собой вынужденную продольную волну, генерируемую в однородной плазме током  $\mathbf{j}_{2\omega}$ , см. выше (ср. с [22], где генерация второй гармоники исследовалась в оптически-активных жидкостях также с учетом высших нелинейностей).

В этой работе предложена интерпретация генерации второй гармоники в экспериментах по вынужденному рассеянию СВЧ излучения в плазме, описанных в работах [23–24]. Концентрация плазмы была практически однородна в большом объеме  $\sim 60$  см (диаметр)  $\times 300$  см (длина), прозрачна –  $N_0 \sim 6 \times 10^{11} \text{ см}^{-3} \sim 0.5 N_{cr}$  ( $N_{cr} = m\omega^2/4\pi e^2$  – критическая плотность); импульсы СВЧ излучения (накачки) имели достаточно короткую длительность  $\tau \sim 0.4$  мкс ( $\omega \sim 6 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$ ), недостаточную для развития самофокусировки, а мощность – далекую от релятивистской  $P_0 \sim 30$  МВт ( $V_\omega \sim 0.01$  с). В этих экспериментах наряду с ВРМБ наблюдалось также излучение на удвоенной частоте, причем его максимум приходился на конец импульса накачки (см. рисунок). Электромагнитное излучение фокусировалось в плазме (слабосходящийся пучок) на расстоянии  $\sim 130$  см от входного окна камеры. Радиус образующейся каустики накачки был  $a \approx 16$  см,



Временной ход интенсивностей излучений на основной (а) и удвоенной (б) частотах (интенсивность (б) сильно увеличена)

а длина –  $l_0 = ka^2/2 \approx 180$  см. Распределение интенсивности пучка в поперечном сечении каустики имело гауссову форму. В продольном направлении интенсивность изменялась от фокуса (центра каустики) до длин  $\approx l_0/2$  в направлении входного окна незначительно (несколько сильнее в противоположном направлении; ср. с подобной зависимостью для сфокусированного гауссова пучка, приведенной в [26]). Излучение на частоте  $2\omega$  принималось рупорной антенной, расположенной за фокусом на расстоянии 30 см и вверх от оси камеры на 20 см. Рупор имел направление  $30^\circ$  к данной оси (обозначим ее как ось  $z$ ). Учитывая эти обстоятельства, можно определить интенсивность второй гармоники, которая здесь достижима.

Имея в виду, что процесс генерации второй гармоники является неоднородным и нерезонансным, тем более, в нашем случае – умеренной надкритичности ( $\omega^2/\omega_{pe}^2 = N_{cr}/N_0 \sim 2$ ,  $\omega_{pe}$  – электронная плазменная частота), более удобно и корректнее пользоваться не методом укороченных уравнений (см., например, [11]), а прямо решением волнового уравнения для запаздывающих потенциалов ( $\mathbf{A}$ ; см., например, [27], ср. с [9, 16]). Тогда магнитное поле в волне на частоте  $2\omega$ , равное  $\text{rot } \mathbf{A}_{2\omega}$ , представляется в виде

$$\mathbf{B}_{2\omega} = \frac{e^{i2k_0 r}}{cr} \int dz e^{-i2k_0 z \cos \gamma} \int \rho d\rho \int d\varphi \times \mathbf{I}_{2\omega}(z, \rho, \varphi, t) e^{-i2k_0 \rho \sin \gamma \cdot \cos(\varphi - \varphi_0)}. \quad (1)$$

Через него вне источников легко определяется электрическое поле

$$\mathbf{E}_{2\omega} = \frac{i}{2k_0} \text{rot } \mathbf{B}_{2\omega}. \quad (2)$$

В (1) использовано известное приближение точного решения для векторного потенциала  $\mathbf{A}$ , когда считается, что размеры источника ( $\mathbf{I}_{2\omega}$ )  $d \ll r$  – расстояния от него до точки наблюдения (см. ниже);  $\gamma$  – угол между радиус-вектором  $\mathbf{r}$  и осью  $z$  (см. выше);  $\rho, \varphi, z$  – цилиндрические координаты (угол  $\varphi$  отсчитывается от вертикального направления, по которому в каустической области направлен электрический вектор волны накачки  $\mathbf{E}_\omega$ );  $\varphi_0$  – это  $\varphi$ -координата точки наблюдения;  $\mathbf{I}_{2\omega}$  – функция плотности нелинейного тока, для которой можно пользоваться любым из выражений

$$\mathbf{I}_{2\omega} = \begin{cases} i2k_0 \frac{\mathbf{r}}{r} \times \mathbf{j}_{2\omega} \\ \text{rot } \mathbf{j}_{2\omega}, \end{cases} \quad (3)$$

где  $k_0 = \omega/c$ . Первое из них сразу видно из записи (1), а второе получается, переходя в подынтегральном выражении  $\text{rot } \mathbf{A}_{2\omega}$  (в точном решении) к оператору  $\nabla$ , действующему по переменным интегрирования, и затем применяя известную интегральную теорему о роторе, связывающую объемный и поверхностный интегралы<sup>2)</sup>. Кстати, (3) как раз и дает известный в электродинамике факт, что безвихревой ток не может создать вихревое поле.

Плотность нелинейного тока  $\mathbf{j}_{2\omega}$ , входящая в (3), представляется двумя частями:

$$\mathbf{j}_{2\omega} = \frac{1}{2} en_\omega \mathbf{V}_\omega - \frac{ie}{8\omega} \left( N_0 + \frac{1}{2} n_\Omega \right) \cdot \nabla (\mathbf{V}_\omega \cdot \mathbf{V}_\omega), \quad (4)$$

где  $n_\omega$  – высокочастотные возмущения электронной плотности, следующие из уравнения непрерывности и условия поперечности волны накачки ( $\text{div } \mathbf{V}_\omega = 0$ )<sup>3)</sup>

$$n_\omega = \frac{1}{2} \frac{1}{i\omega} \mathbf{V}_\omega \cdot \nabla n_\Omega. \quad (5)$$

<sup>2)</sup> При этом для последнего выбирается поверхность, на которой источники (токи) можно уже считать равными нулю.

<sup>3)</sup> В (4) не учтены аналогичные члены со скоростью электрона в поле рассеянной назад сильной стоксовой волны, вклад которых в излучение на удвоенной частоте незначителен (см. ниже). Отметим также, что в обозначениях соответствующих высокочастотных величин здесь и ниже по тексту пренебрежено относительно малым отличием их частоты от частоты волны накачки  $\omega$ , равным по порядку величины обратным характерным временам изменений низкочастотных возмущений плотности плазмы  $n_\Omega(z, \rho, \varphi, t)$ , на которых, фактически, происходит сам процесс ВРМБ волны накачки. Множители  $1/2$  в слагаемых в (4), (5) возникают, как обычно, при комплексном представлении физических величин.

Как легко видеть, вторая часть плотности нелинейного тока (4) при  $n_\Omega = 0$  переходит в приведенное выше выражение для  $\mathbf{j}_{2\omega}$  в однородной плазме.

Заметим, что наличие в подынтегральном выражении (1) быстро осциллирующих экспонент, вообще говоря, существенно ослабляет вклад источника в излучение на удвоенной частоте. Поэтому более эффективно будут излучать те токи, структура которых в определенной степени компенсирует эти осцилляции. Так, в частности, на левом участке каустики ближе к границе в указанных выше условиях приема на достаточно большой длине  $\cos \gamma \simeq 1$ , а  $V_\omega^2 \propto e^{i2kz}$  ( $k_0 \approx 1.5k$  при  $N_{cr}/N_0 \approx 2$ ). Поэтому, если  $n_\Omega \propto e^{ikz}$  (см. (4), (5)), то на значительном интервале интегрирования в (1) осцилляции по  $z$  практически исчезают<sup>4)</sup>. В то же время, в этой области и  $\sin \gamma$ , входящий во вторую экспоненту в (1), сравнительно мал. Важно также, что на этом участке более интенсивное поле накачки, которое заметно спадает вдоль оси  $z$  из-за достаточно сильного обратного ВРМБ в данных экспериментах [23–25]. В силу сказанного, для оценки принимаемого в них излучения на частоте  $2\omega$ , вероятно, достаточно рассмотреть токи в указанной части каустики накачки. Низкочастотные возмущения плотности плазмы  $n_\Omega$  с волновым вектором  $\boldsymbol{\kappa}$  возникают в поле биений накачки и рассеянных волн. Полагая выше  $\kappa_z = k$ , мы, тем самым, должны считать, что у соответствующей рассеянной волны (ее поле будем обозначать как  $\tilde{\mathbf{E}}_\omega$ ) волновой вектор  $\mathbf{k}_1 \perp \mathbf{z}$  ( $\mathbf{k} = \mathbf{k}_1 + \boldsymbol{\kappa}$ ,  $\mathbf{k} \parallel \mathbf{z}$ ,  $|\mathbf{k}_1| \simeq |\mathbf{k}|$ ), то есть она распространяется поперек пучка накачки<sup>5)</sup>. Таким образом, в интересующей нас области поле гауссова пучка накачки и возмущения плотности  $n_\Omega$  примут вид

$$\mathbf{E}_\omega \simeq \mathbf{E}_\omega^\circ(z, t) e^{-\rho^2/a^2} e^{-i(\omega t - kz)}, \quad (6)$$

$$n_\Omega \simeq n_\Omega^\circ(z, \rho, \varphi, t) e^{i(\kappa_z \rho \cos \varphi - \kappa_y \rho \sin \varphi + kz)},$$

где  $\mathbf{E}_\omega^\circ(z, t)$ ,  $n_\Omega^\circ(z, \rho, \varphi, t)$  – медленно меняющиеся функции своих аргументов по сравнению со следующими за ними в (6) экспонентами<sup>6)</sup>.

<sup>4)</sup> С приближением к фокусу выполнить аналогичное условие труднее и длина подобного интервала становится все меньше.

<sup>5)</sup> В рассматриваемом эксперименте процесс ВРМБ развивался с затравочного уровня, который возникал в результате отражения мощной накачки внутри камеры от СВЧ поглотителей, покрывающих ее заднюю стенку и частично прилегающие к ней части поверхности боковых стенок, от самих стенок и различных конструктивных элементов, расположенных внутри камеры. Причем, полное паразитное отражение имело достаточно изотропный угловой спектр [23–25].

<sup>6)</sup> Точнее говоря, на нелинейной стадии ВРМБ “выедается”, именно, центральная часть пучка по длине трассы [25]. Од-

Вклад в излучение от первой части плотности нелинейного тока  $\mathbf{j}_{2\omega}^{(1)}$  удобно определять по первому из выражений для  $\mathbf{I}_{2\omega}$  в (3), а от второй –  $\mathbf{j}_{2\omega}^{(2)}$  – по второму. Тогда нетрудно видеть, что при малых  $\kappa_x$  ( $\kappa_x \sim \kappa_y$ ) функция  $\mathbf{I}_{2\omega}$  достигает своих максимальных значений и при этом вклад в ее величину от  $\mathbf{j}_{2\omega}^{(1)}$  в несколько раз превышает таковой от  $\mathbf{j}_{2\omega}^{(2)}$ . Поэтому далее в плотности нелинейного тока  $\mathbf{j}_{2\omega}$  мы ограничимся учетом его первой части –  $\mathbf{j}_{2\omega}^{(1)}$ . Подставив  $\mathbf{j}_{2\omega}^{(1)}$  в (1) согласно соотношениям (3)–(6), получаем

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{2\omega} \approx & \frac{ie^{i(2k_0 r - 2\omega t)}}{cr} \frac{ek_0}{2\omega} \kappa_x y_0 \times \\ & \times \int_{\Delta z} dz (\mathbf{V}_\omega^\circ)^2 \int_0^\infty d\rho \rho e^{-2\rho^2/a^2} \int_0^{2\pi} d\varphi n_\Omega^\circ \times \\ & \times e^{-i(k/2 - \kappa_x)\rho \cos \varphi - i\kappa_y \rho \sin \varphi}, \quad (7) \\ & \sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_y^2} = k_1 \end{aligned}$$

(здесь учтено, что при указанных выше экспериментальных условиях  $k_0 \approx 1.5k$ ,  $\varphi_0 = 0$ ,  $\sin \gamma \approx 1/6$ ). Далее надо иметь в виду, что генерация низкочастотных возмущений плотности плазмы в рассматриваемом процессе ввиду малой длительности импульса накачки носит локальный характер [25], то есть  $n_\Omega \propto |\mathbf{E}_\omega| \cdot |\dot{\mathbf{E}}_\omega| \cdot \cos \alpha$  ( $\alpha \equiv \angle(\mathbf{E}_\omega, \dot{\mathbf{E}}_\omega)$ ). В то же время, усиление поля  $\dot{\mathbf{E}}_\omega$  с уменьшением  $|\cos \alpha|$  также падает. Но при этом замедляются осцилляции в подынтегральном выражении в (7), так как  $|\kappa_y| = |k_{1y}| = |k_1 \cos \alpha|$  (см. выше; полагается  $\dot{\mathbf{E}}_\omega \perp \mathbf{z}$ , так же как и  $\mathbf{E}_\omega$ ,  $\mathbf{k}_1 \perp \dot{\mathbf{E}}_\omega$ ). В результате оказывается, что возмущения  $n_\Omega$  с  $\kappa_x > 0$  ( $\kappa_x = -k_{1x}$ ,  $|\kappa_x| = k_1 |\sin \alpha|$ ), за исключением областей, где  $\kappa_x \ll k_1$  и  $k_1 - \kappa_x \ll k_1$ , дают примерно одинаковую величину  $\mathbf{B}_{2\omega}$  (7). Для определенности, получим ее здесь при  $\kappa_x = k/2$ .

Интеграл по  $\varphi$  в (7) можно вычислить приближенно следующим образом. Представив экспоненту от мнимого аргумента через ее действительную и мнимую части, найдем сначала  $\int_0^{2\pi} d\varphi n_\Omega^\circ \cos(\zeta \sin \varphi)$ , где  $\zeta \equiv \kappa_y \rho$  ( $\kappa_y \simeq k\sqrt{3}/2$ ,  $\kappa_x = k/2$ ). Для этого разобьем всю область интегрирования  $[0, 2\pi]$  на четыре сегмента:  $[5\pi/3, \pi/3]$ ,  $[\pi/3, 2\pi/3]$ ,  $[2\pi/3, 4\pi/3]$ , и  $[4\pi/3, 5\pi/3]$ . На интервале  $[0, \pi/3]$  функцию  $\sin \varphi$  раскладываем в ряд Тейлора и ограничиваемся в нем первыми двумя

членами. Выполняя далее на этом интервале интегрирование, функции  $\cos(\zeta \varphi)$  и  $\sin(\zeta \varphi)$  считаем быстро осциллирующими по сравнению с  $n_\Omega^\circ$  и  $\cos(\zeta \varphi^3/6)$ ,  $\sin(\zeta \varphi^3/6)$ . Это позволяет приближенно проинтегрировать требуемое выражение по частям (см., например, [28]). На интервале  $[5\pi/3, 2\pi]$  предварительно следует сделать замену  $\sin \varphi \equiv -\sin(2\pi - \varphi)$ , и далее вся процедура повторяется. Аналогично проводится интегрирование на участке  $[2\pi/3, 4\pi/3]$ . На интервале  $[\pi/3, 2\pi/3]$  делается замена  $\sin \varphi \equiv \cos(\pi/2 - \varphi)$  и функция косинуса раскладывается в ряд Тейлора, в котором тоже достаточно учесть первые два члена. При проведении подобного интегрирования на этом участке наряду с медленностью изменения  $n_\Omega^\circ$  следует также иметь в виду, что сам он сравнительно невелик. Аналогичная ситуация – на участке  $[4\pi/3, 5\pi/3]$ .

В результате получаем

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} n_\Omega^\circ(\rho, \varphi) \cos(\zeta \sin \varphi) d\varphi \approx \left[ \frac{1}{\zeta} \sin\left(\frac{5}{6}\zeta\right) + \right. \\ & \left. + \sqrt{\frac{\pi}{\zeta}} \cos \zeta C(\zeta/8) + \sqrt{\frac{\pi}{\zeta}} \sin \zeta S(\zeta/8) \right] \times \\ & \times \sum_{\nu=1, \nu \neq 3}^5 n_\Omega^\circ(\rho, \nu\pi/3), \quad (8) \end{aligned}$$

где  $C$  и  $S$  – соответственно косинус- и синус-интегралы Френеля [29] и для краткости записи в  $n_\Omega^\circ$  не указаны ее зависимости от  $z$  и  $t$  (6).

Далее это выражение следует проинтегрировать согласно (7) по  $\rho$ . Здесь опять же функции  $\sin \zeta$ ,  $\cos \zeta$  можно считать быстро осциллирующими по сравнению с  $n_\Omega^\circ$  и  $\exp(-2\rho^2/a^2)$ . Тогда проведя приближенное интегрирование, подобное выполненному выше, найдем<sup>7)</sup>

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty d\rho \rho e^{-2\rho^2/a^2} \frac{1}{\zeta} \sin\left(\frac{5}{6}\zeta\right) \times \\ & \times \sum_{\nu=1, \nu \neq 3}^5 n_\Omega^\circ(\rho, \nu\pi/3) \approx \frac{5}{\kappa_y^2} n_\Omega^\circ(\rho=0). \quad (9) \end{aligned}$$

Здесь и при аналогичном интегрировании остальных двух членов в квадратных скобках в (8) надо иметь в виду, что в нашем случае  $n_\Omega \propto (\mathbf{E}_\omega \cdot \dot{\mathbf{E}}_\omega)$  (см. выше), а величина  $|\mathbf{E}_\omega|$  максимальна в центре пучка ( $\rho = 0$ ) (6). В то же время, усиление поля  $\dot{\mathbf{E}}_\omega$  отраженных волн на лучах с удалением от центра (ростом  $\rho$ ) ослабевает.

<sup>7)</sup>Значение верхнего предела в интеграле (9) не столь принципиально и условно обозначено как  $\infty$ .

нако, как нетрудно убедиться на основании нижеследующих расчетов, это неприципиально для анализа различных сторон обсуждаемых здесь явлений. Отметим также, что для удобства изложения в (6) и ниже по тексту введены также декартовы координаты с вертикальной осью  $x$ , которые, как известно, просто связаны с цилиндрическими:  $x = \rho \cos \varphi$ ,  $y = -\rho \sin \varphi$ .

Интегрирование, подобно (9), третьего члена в квадратных скобках в (8) дает величину, значительно меньшую, чем (9). Более аккуратно надо интегрировать второй член в этих скобках ввиду достаточно быстрого нарастания функции  $C(\zeta/8)$  на начальном этапе. До точки  $\zeta_1/8 \sim 1$  можно считать  $C(\zeta/8) \approx (1/2)\sqrt{\zeta/\pi}$  и в получающемся интеграле – быстро осциллирующей функцию  $\zeta \cos \zeta$ , а на остальном участке, как и прежде, только  $-\cos \zeta$  (при этом для меньшей погрешности в методе интегрирования по частям следует учесть и интеграл с производной от медленно изменяющихся функций). Тогда нетрудно получить, что соответствующий интеграл имеет значение, приблизительно в два раза меньшее, чем (9), и противоположное ему по знаку.

Совершенно аналогично вычисляется интеграл и с мнимой частью от экспоненты в (7), то есть  $\int_0^{2\pi} d\varphi n_{\Omega}^{\circ} \sin(\zeta \sin \varphi)$ . При этом получается выражение, отличающееся от (8) заменой в слагаемых быстро осциллирующих функций:  $\sin \zeta \leftrightarrow \cos \zeta$ , а также сменой знаков перед некоторыми членами в  $\sum_{\nu=1, \nu \neq 3}^5$ . Последующее интегрирование его в соответствии с (7) по  $\rho$  приводит к значению, гораздо меньшему, чем (9).

Таким образом, выражение (7) принимает следующий вид

$$\mathbf{B}_{2\omega} \approx i e^{i(2k_0 r - 2\omega t)} \frac{V_{\omega}^{\circ}}{c} \frac{e^2 n_{\Omega}^{\circ}(\rho = 0)}{m\omega^2} \times \times \frac{k_0 \kappa_x}{\kappa_y^2} \frac{\Delta z}{r} E_{\omega}^{\circ} \mathbf{y}_0. \quad (10)$$

Величину  $n_{\Omega}^{\circ}(\rho = 0)$  можно определить из решений линейной стадии модифицированного распада волн в слое [24]. Приняв длину взаимодействия волн равной  $a/\sqrt{2}$ , а “среднее” расстояние между модами накачки (по порядку величины равное ее ширине спектра)  $\Delta\omega \sim 2\pi \cdot 2 \text{ МГц} \simeq 2\sqrt{2}\kappa v_s$  ( $v_s$  – скорость ионного звука), на длине ее импульса получаем

$$|n_{\Omega}^{\circ}(\rho = 0, t)| \sim \left| \frac{V_{\omega}^{\circ}}{V_{Te}^2} \frac{\tilde{E}_{\omega}^{\circ}}{E_{\omega}^{\circ}} \right| 0.5 \kappa^2 v_s^2 t^2 N_0, \quad (11)$$

где  $V_{Te} = (2T_e/m)^{1/2}$  – тепловая скорость электронов, а  $\tilde{E}_{\omega}^{\circ}$  – начальная величина амплитуды поля рассеянной волны (до усиления), входящей в область каустики накачки<sup>8)</sup>. Поскольку, как уже отмечалось выше,

<sup>8)</sup> До значения  $\kappa v_s t \approx 1$  между левой и правой частями в (11) можно поставить знак “ $\approx$ ”, а при больших  $t$   $n_{\Omega}^{\circ}$  растет несколько быстрее, чем  $\propto t^2$ . Заметим, что при постоянной амплитуде

затравочный уровень рассеянных волн был достаточно изотропен, то величину  $\tilde{E}_{\omega}^{\circ}$  можно считать равной соответствующей для наблюдаемого в эксперименте сильного обратного ВРМБ. Тогда, беря усиление по максимуму на всей длине каустики  $l_0$ , согласно [25] имеем  $|\tilde{E}_{\omega}^{\circ}/E_{\omega}^{\circ}| \sim 1/60$ . Интенсивность излучения на удвоенной частоте достигала своего максимального значения к моменту времени  $t_* \approx 0.3 \text{ мкс}$  (см. рисунок), когда процесс обратного ВРМБ был уже на нелинейной стадии. Оценку области сильного поля  $\Delta z$  в этом случае можно получить как на основе вышеупомянутых решений, так и непосредственно из “укороченных” уравнений для высокочастотных волн, используя зафиксированные в эксперименте величины относительных возмущений концентрации плазмы, которые к концу импульса накачки ( $t > t_*$ ) составляли  $\sim 5\%$  [23–25]. Разумной представляется величина  $\Delta z \sim 30 \text{ см}$ . Учитывая сказанное и  $V_{\omega}^{\circ} \approx V_{Te} \approx 2.5 \cdot 10^8 \text{ см/с}$ ,  $\omega_{pe}^2/\omega^2 \simeq 0.5$ ,  $k_0 \simeq 2 \text{ см}^{-1}$ ,  $\kappa_x \simeq 0.7 \text{ см}^{-1}$ ,  $\kappa_y \simeq 1.2 \text{ см}^{-1}$ ,  $r \approx 120 \text{ см}$ , согласно (10), (11) при  $t = t_*$  находим  $|\mathbf{B}_{2\omega}^{\circ}| \sim 2 \cdot 10^{-6} \cdot |E_{\omega}^{\circ}|$ . Отсюда и из (2), как легко видеть,

$$|\mathbf{E}_{2\omega}^{\circ}| \sim 2 \cdot 10^{-6} |E_{\omega}^{\circ}|, \quad \mathbf{E}_{2\omega}^{\circ} \parallel \mathbf{E}_{\omega}^{\circ}. \quad (12)$$

Это значение по порядку величины такое же, как и экспериментально наблюдаемое  $|E_{2\omega(\text{exp})}^{\circ}| \sim 3 \times 10^{-6} |E_{\omega}^{\circ}|$ . Учет низкочастотных возмущений  $n_{\Omega}$  с другими  $\kappa_x, \kappa_y$  (см. выше) приведет, вероятно, к увеличению значения (12). Отметим также, что некоторое замедление падения интенсивности излучения на частоте  $2\omega$  по сравнению с интенсивностью накачки в конце импульса (рисунок) связано, по-видимому, с ростом со временем возмущений плотности плазмы (ср. с (11)).

С уменьшением плотности плазмы  $N_0$  резонансную с волной на удвоенной частоте структуру в плотности нелинейного тока  $\mathbf{j}_{2\omega}$  могут формировать низкочастотные возмущения с  $\kappa_z \ll k$ . Они создаются рассеянными высокочастотными волнами, бегущими уже под острыми углами к оси  $\mathbf{z}$ . Основываясь на (7), (10) и учитывая, что в этом случае можно считать  $n_{\Omega}^{\circ} \propto \kappa^2 N_0$ , нетрудно получить, что при этом  $B_{2\omega} \propto N_0$ . При значительной надкритичности  $\omega^2 \gg \omega_{pe}^2$  ( $\kappa \ll k_0$ )  $B_{2\omega} \propto \kappa^3 N_0$ , однако в этой области резонансными для излучения волны  $2\omega$  становятся  $n_{\Omega}$ , генерируемые с участием встречной накачке волны обратного рассеяния. Они здесь вносят основной вклад в излучение, и соответствующая им часть в  $\mathbf{j}_{2\omega} \propto \mathbf{V}_{\omega}(\tilde{\mathbf{V}}_{\omega} \cdot \nabla n_{\Omega})$ , при этом  $B_{2\omega} \propto N_0$ .

$\tilde{E}_{\omega}^{\circ} = \tilde{E}_{\omega}^{\circ}$  и том же  $\Delta\omega$  изменение  $|n_{\Omega}^{\circ}|$  происходит по закону  $|n_{\Omega}^{\circ}(\rho = 0, t)| = 0.5 \left| (V_{\omega}^{\circ 2} \tilde{E}_{\omega}^{\circ}) / (V_{Te}^2 E_{\omega}^{\circ}) \right| N_0 \sin^2(\kappa v_s t)$ .

Автор благодарен В. А. Исаеву за интерес к работе и полезные обсуждения.

1. С. А. Ахманов, Р. В. Хохлов, *Проблемы нелинейной оптики*, М.: ВИНТИ, 1965.
2. В. П. Силин, *ЖЭТФ* **47**, 2254 (1964).
3. В. П. Силин, *ЖЭТФ* **114**, 864 (1998); **121**, 291 (2002).
4. Mc A. Pherson, G. Gibson, H. Jara et al., *J. Opt. Soc. Am.* **В 4**, 595 (1987).
5. С. М. Гладков, Н. И. Коротеев, *УФН* **160**, 105 (1990).
6. Р. В. Карапетян, В. Б. Федоров, *Кр. сообщ. по физ. ФИАН*, N 7–8, 76 (1995).
7. Р. В. Corkum, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 1994 (1993).
8. E. Esarey, A. Ting, P. Sprangle et al., *IEEE Trans. Plasma Sci.* **21**, 95 (1993).
9. V. Bezzerrides, R. D. Jones, and D. W. Forslund, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 202 (1982).
10. В. С. Бутылкин, А. Е. Каплан, Ю. Г. Хронопуло, Е. И. Якубович, *Резонансные взаимодействия света с веществом*, М.: Наука, 1977.
11. В. Н. Цытович, *Нелинейные эффекты в плазме*, М.: Наука, 1967.
12. Н. С. Ерохин, В. Е. Захаров, С. С. Моисеев, *ЖЭТФ* **56**, 179 (1969).
13. G. Auer, K. Sauer, and K. Baumgärtel, *Phys. Rev. Lett.* **42**, 1744 (1979).
14. Н. Г. Басов, Ю. В. Быченков, О. Н. Крохин и др., *Квант. электрон.* **6**, 1829 (1979).
15. R. P. Drake, B. S. Bauer, K. L. Baker et al., *Phys. Plasmas* **2**, 3473 (1995).
16. J. A. Stamper, R. H. Lehmberg, A. Schmitt et al., *Phys. Fluids* **28**, 2563 (1985).
17. И. В. Александрова, А. Е. Данилов, Г. Корн и др., *Письма в ЖЭТФ* **38**, 478 (1983).
18. A. Giulietti, D. Giulietti, D. Batani et al., *Phys. Rev. Lett.* **63**, 524 (1989).
19. K. Krushelnick, A. Ting, H. R. Burris et al., *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3681 (1995).
20. V. Malka, A. Modena, Z. Najmudin et al., *Phys. Plasmas* **4**, 1127 (1997).
21. K. Ramchandran, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **24**, 487 (1996).
22. А. В. Балакин, Д. Буше, Н. И. Коротеев и др., *ЖЭТФ* **112**, 97 (1997).
23. В. П. Денисов, Н. И. Зайцев, Е. В. Иляков и др., *Физика плазмы* **16**, 296 (1990).
24. В. А. Исаев, *Дисс. ... канд. физ.-матем. наук*, ИПФ РАН, Н. Новгород, 1992.
25. В. А. Исаев, И. В. Хазанов, *ЖЭТФ* **108**, 182 (1995).
26. В. М. Рысаков, Ю. В. Аристов, В. И. Коротков, *ЖТФ* **55**, 1955 (1985).
27. Дж. Джексон, *Классическая электродинамика*, М.: Мир, 1965.
28. А. Б. Мигдал, *Качественные методы в квантовой теории*, М.: Наука, 1975.
29. Е. Янке, Ф. Энде, Ф. Лёш, *Специальные функции*, М.: Наука, 1968.