

Роль отрицательных ионов в экспериментах с комплексной плазмой

Б. А. Клумов¹⁾, А. В. Ивлев, Г. Морфилл

Centre for Interdisciplinary Plasma Science, Max-Planck-Institut für Extraterrestrische Physik, D-85740 Garching, Germany

Поступила в редакцию 31 июля 2003 г.

Исследуется влияние отрицательных ионов на состояние пылевой (комплексной) плазмы в радиочастотном газовом разряде, содержащем примеси электроотрицательных газов. На примере простой одномерной модели разряда в аргоне с учетом плазмохимических реакций, вызванных примесями электроотрицательных газов, показано, что добавка даже незначительного количества молекулярного кислорода заметно меняет состав и транспортные свойства плазмы, а также заряд микрочастиц. В свою очередь, эти изменения оказывают сильное влияние на баланс сил, действующих на микрочастицы и на формирование различных пылевых структур в разряде.

PACS: 67.57.Lm, 76.60.–k

В последние годы интенсивно исследуются процессы, происходящие в слабоионизированной плазме, содержащей микрочастицы, так называемые “пылевые частицы”. Такую среду принято называть пылевой или комплексной плазмой (dusty or complex plasmas) [1–7]. Рекомбинация плазмы на поверхности пылевых частиц приводит к их быстрой зарядке. Как правило, заряд микрочастиц оказывается отрицательным²⁾, порядка $10^3 \div 10^4$ зарядов электрона. Присутствие заряженных микрочастиц делает поведение плазмы существенно более сложным, поскольку появляются новые пространственные и временные масштабы, что приводит, в частности, к возникновению новых типов волн и неустойчивостей [8]. Пылевая компонента комплексной плазмы может находиться в различных фазовых состояниях – от газообразного до кристаллического³⁾ [1–3]. Наблюдение за поведением отдельных микрочастиц дает возможность описать их поведение на кинетическом уровне. Данное свойство исключительно важно для детального изучения процессов, происходящих при фазовых превращениях в комплексной плазме, при возникновении гидродинамических неустойчивостей и т.д. Понимание этих процессов на кинетическом уровне

может помочь в построении общей теории фазовых переходов и прояснить многие вопросы, связанные с возникновением турбулентности.

Традиционным для исследования свойств лабораторной комплексной плазмы является радиочастотный разряд пониженного давления в инертных газах (обычно используется аргон, реже – гелий, неон и криптон), в который вбрасываются микрочастицы диаметром $2a \simeq 1 \div 10$ мкм. Концентрация пылевых частиц в разряде обычно варьируется в пределах $n_d \sim 10^3 \div 10^6$ см⁻³. В настоящей работе мы рассматриваем разряд в аргоне. Приведем типичные параметры такого разряда: расстояние между электродами $L \simeq 3 \div 5$ см, концентрации нейтральных атомов (аргон) $n_n \sim 10^{15} \div 10^{16}$ см⁻³, концентрации электронов и ионов (в отсутствии микрочастиц): $n_e \simeq n_i \sim 10^8 \div 10^{10}$ см⁻³, электронная температура $T_e \simeq 1 - 3$ эВ. Температура ионов близка к температуре нейтралов: $T_i \simeq T_n \approx 300$ К. Отметим, что плазма является слабоионизированной, степень ионизации очень мала: $n_e/n_n \simeq 10^{-6} \div 10^{-7}$.

В плазме пылевая частица быстро приобретает отрицательный заряд Z_d , который можно оценить, приравняв потоки электронов и ионов на микрочастицу. Обычно для определения указанных потоков используется зондовое приближение или приближение “ограниченного орбитального движения” (Orbital Motion Limited (OML) theory, см., например, [4]), в котором сечения взаимодействия электронов и ионов с изолированной заряженной микрочастицей находятся из законов сохранения энергии и импульса. В соответствии с OML теорией, заряд растет пропорционально размеру микрочастицы и электронной температуры: $Z_d \propto aT_e$. Например, для частицы ра-

¹⁾e-mail: klumov@cips.mpg.de

²⁾ Положительный заряд у микрочастицы возможен в достаточно экзотических случаях – когда определяющую роль при зарядке частицы играют фотоэлектрический эффект, термоэMISSION или вторичная электронная эмиссия. В настоящей работе эти процессы не рассматриваются.

³⁾ Иногда комплексной плазмой называют также неидеальную плазму с сильным кулоновским взаимодействием между микрочастицами (strong coupling), когда пылевая компонента находится в жидком или кристаллическом состоянии.

диусом 1 мкм в газоразрядной плазме аргона с приведенными выше параметрами $Z_d \sim 3 \cdot 10^3 e$ (см., например, [9]).

Из-за быстрой диффузии электронов на стенки разрядной камеры центральная область разряда заряжена положительно и является потенциальной ямой для отрицательно заряженных микрочастиц. Формирование пылевых структур в таких условиях определяется балансом сил, действующих на микрочастицы: силой тяжести F_g , электростатической силой F_E (направлена к центру разряда), силой ионного потока⁴⁾ (ion drag) F_{id} , связанной с передачей импульса микрочастицам от потока ионов (направлена в сторону стенок газоразрядной камеры), силой трения F_n , обусловленной взаимодействием пылинки с нейтральным газом (neutral gas friction) и термофоретической силой F_T , вызванной неоднородным нагревом нейтрального газа в разряде (направление этой силы определяется градиентами температуры нейтрального газа и, вообще говоря, может быть произвольным). В наземных экспериментах сила тяжести доминирует – ее компенсация электростатической силой происходит только в приэлектродной области разряда (sheath), приводя, в частности, к левитации микрочастиц. В условиях микрогравитации основную роль играют силы ионного потока и электростатики, которые (будучи намного слабее силы тяжести) часто имеют один и тот же порядок величины. Баланс этих сил определяет равновесные конфигурации пылевой компоненты в космических экспериментах⁵⁾. Вклад термофоретической силы обычно незначителен, однако в определенных ситуациях она может играть ключевую роль. Целесообразно привести пропорциональную зависимость указанных сил от размера микрочастицы: $F_g \propto a^3$, $F_{id} \propto a^2$ (для достаточно малых частиц [11]), $F_E \propto a$, $F_T \propto a^2$.

Добавка электроотрицательного газа приводит к появлению отрицательных ионов в разряде, что может сильно влиять на параметры плазмы и заряд микрочастиц и, следовательно, на фазовое состояние пылевой компоненты⁶⁾ [12]. Наличие отрицатель-

ных ионов также меняет баланс сил, действующих на микрочастицы, что, в свою очередь, может вызвать изменение конфигурации пылевых образований. Таким образом, влияние отрицательных ионов на состояние комплексной плазмы может быть весьма существенным. Тем не менее, указанные вопросы являются практически не исследованными экспериментально.

В настоящей работе мы исследуем изменение состояния комплексной плазмы при добавлении молекулярного кислорода O_2 в радиочастотный разряд в аргоне. Для начала оценим влияние молекулярного кислорода на состав плазмы. Для этого будем использовать плазмохимическую модель разряда в смеси Ar/O_2 , (все параметры плазмы усредняются по объему разряда). С учетом квазинейтральности комплексной плазмы соответствующая система уравнений имеет вид

$$\frac{\partial n_j(t)}{\partial t} = R_j^{\text{prod}} - R_j^{\text{loss}} - R_j^d - n_j/\tau_j, \quad (1)$$

$$\frac{\partial Z_d}{\partial t} = \nu_{i+} - \nu_{i-} - \nu_e, \quad (2)$$

$$n_{i+} = n_e + n_{i-} + Z_d n_d. \quad (3)$$

Здесь n_j – концентрации электронов и всех сортов ионов (как положительных, так и отрицательных), присутствующих в разряде, а также концентрации метастабильных атомов и молекул аргона и кислорода, влияющих на заряженную компоненту⁷⁾, R_j^{prod} и R_j^{loss} описывают фотохимические источники и стоки j -й компоненты (приведены, например, в [13]), R_j^d описывает гибель j -й компоненты на поверхности пылевых частиц, $\tau_j \simeq L^2/D_j$ – характерное диффузионное время жизни j -й компоненты в разряде, где D_j – соответствующий коэффициент диффузии. Отметим, что коэффициент диффузии сильно зависит от состава плазмы, например, для положительных ионов D_j варьируется от амбиполярного (при малых концентрациях отрицательных ионов) до униполярного (в случае ион-ионной плазмы). В уравнении зарядки микрочастицы (2) члены ν_e , ν_{i-} и ν_{i+} описывают в приближении OML потоки на микрочастицу

соединения (такие как, например, пары воды, молекулярный кислород, углекислый газ) попадают в разряд из окружающего воздуха при нарушении герметичности газоразрядной камеры.

⁷⁾ Можно показать, что ощутимый вклад в фотохимию рассматриваемой Ar/O_2 смеси вносят только следующие метастабильные соединения аргона – $Ar(^3P_0)$, $Ar(^3P_2)$ и кислорода $O_2(a^1\Delta_g)$, $O(^1D)$

⁴⁾ Эту силу часто называют силой ионного увлечения. Данный термин нельзя признать особо удачным поскольку иногда эта сила может быть направлена против потока ионов [10].

⁵⁾ В отсутствие гравитации удастся значительно увеличить размеры пылевых образований и сделать их более однородными. Именно этим обусловлена исключительная важность космических экспериментов.

⁶⁾ Отрицательные ионы могут появляться в разряде естественным образом, например, в результате эрозии полимерных микрочастиц, которые часто используются в лабораторных экспериментах и в составе которых присутствуют электроотрицательные соединения. Иногда электроотрицательные

электронов, отрицательных и положительных ионов соответственно (см., например, [14]):

$$\nu_{e,i-} \approx -\pi a^2 (8T_{e,i-} / \pi m_{e,i-})^{1/2} n_{e,i-} \exp(e^2 Z_d / a T_{e,i-}),$$

$$\nu_{i+} \approx \pi a^2 (8T_{i+} / \pi m_{i+})^{1/2} n_{i+} (1 - e^2 Z_d / a T_{i+}).$$

Поскольку $T_{i+} \approx T_{i-} \ll T_e$, то вкладом отрицательных ионов в зарядку микрочастицы можно пренебречь (отметим, что $R_j^d = \nu_j n_d$). Система уравнений (1)–(3) описывает процессы, протекающие с существенно отличающимися характерными временами, для решения таких систем уравнений обычно используется метод Гира [15]. На рис.1 представлены равновесные концентрации заряженной компо-

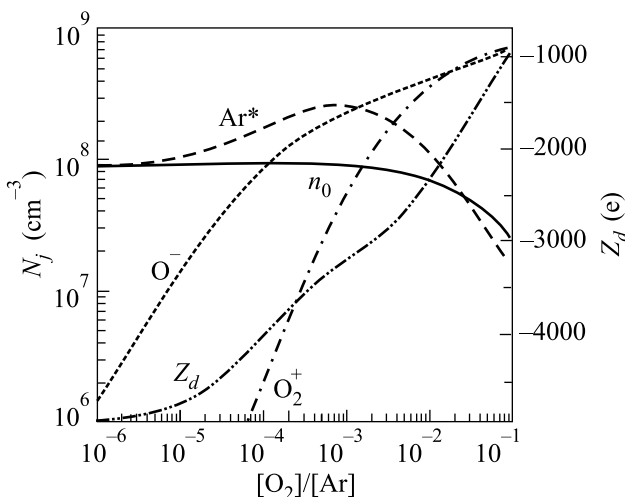


Рис.1. Состав плазмы радиочастотного разряда в смеси O_2/Ar и заряд уединенной микрочастицы Z_d в зависимости от парциальной концентрации молекулярного кислорода $[O_2]/[Ar]$

ненты и заряд микронной частицы в указанном разряде в зависимости от парциальной концентрации ($[O_2]/[Ar]$) молекулярного кислорода в смеси. Видно, что, начиная уже с ничтожных концентраций молекулярного кислорода ($O_2/Ar \geq 10^{-6}$), состав плазмы значительно меняется, трансформируясь от электрон-ионной плазмы (e и Ar^+) в ион-ионную, в которой основными ионами являются O_2^+ и O^- , а электронная компонента сильно подавлена. Такая кардинальная перестройка состава плазмы связана с быстрыми реакциями перезарядки ионов аргона на молекуле кислорода: $Ar^+ + O_2 \rightarrow Ar + O_2^+$ (обратная реакция практически ингибирована при комнатных температурах в силу большой разницы между потенциалами ионизации аргона (15.75 эВ) и молекулярного кислорода (12.2 эВ)) и диссоциативного прилипания электрона к молекуле кислорода: $O_2 + e \rightarrow$

$O^- + O + e$. Последняя реакция приводит к образованию отрицательных ионов, которые накапливаются в разряде в силу указанной конфигурации электрического поля. Это приводит к заметному снижению абсолютного значения заряда микрочастицы по сравнению со случаем плазмы в чистом аргоне.

Важно подчеркнуть, что такое изменение состава плазмы может существенно повлиять и на процессы переноса ионов в разряде, поскольку сечение резонансной перезарядки (рассеяния иона Ar^+ атомами аргона) превышает сечение поляризационного рассеяния иона O_2^+ в аргоне примерно на порядок. Этот эффект может быть также очень важным при оценке передачи импульса от ионов микрочастице при определении силы ионного потока. На рис.2. представлен безразмерный заряд (потенциал) пыле-

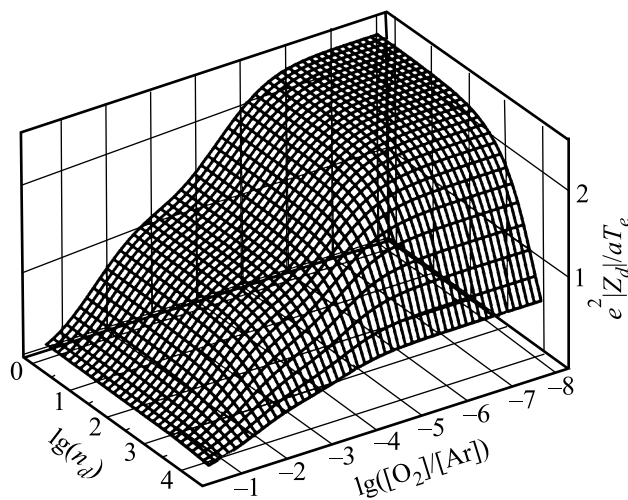


Рис.2. Заряд микрочастицы размером 1 мкм в радиочастотном разряде в смеси Ar/O_2 в зависимости от парциальной концентрации ($[O_2]/[Ar]$) молекулярного кислорода и концентрации микрочастиц в единицах cm^{-3}

вой частицы $e^2 |Z_d| / a T_e$ в зависимости от концентрации микрочастиц n_d и парциальной концентрации молекулярного кислорода $[O_2]/[Ar]$. Видно, что для $n_d \sim 10^3 - 10^5 cm^{-3}$, то есть в типичных условиях экспериментов с пылевой плазмой, существенное понижение заряда микрочастицы может быть обусловлена примесью O_2 . Отметим, что рассмотренные эффекты, по-видимому, не сильно зависят от вида электроотрицательного газа М. Это связано с тем, что основные процессы, вызывающие данные эффекты – образование и накопление отрицательных ионов в плазме, а также быстрая перезарядка ионов аргона на примесных соединениях ($Ar^+ + M \rightarrow Ar + M^+$, при этом обратный процесс подавлен в силу большей энергией ионизации атома аргона по сравнению с энергией ио-

низации соединения М) одинаково эффективны для любого электроотрицательного газа.

Представленные результаты качественно описывают изменение зарядового состава комплексной плазмы в присутствии добавки O_2 , однако для определения сил, действующих на микрочастицы, необходимо знать пространственное распределение комплексной плазмы в разряде. Для этой цели рассмотрим одномерную геометрию разряда (координата $x = \mp L/2$ соответствует электродам, а $x = 0$ – центру разряда). Пространственно-временные распределения ионов и электронов можно определить из системы уравнений баланса, добавив к уравнению (1) слагаемое, описывающее в диффузионном приближении перенос j -й компоненты :

$$\frac{\partial n_j(x, t)}{\partial t} + \nabla J_j(x, t) = R_j^{\text{prod}}(x, t) - R_j^{\text{loss}}(x, t) - R_j^d(x, t), \quad (4)$$

$$J_j(x, t) = \mu_j n_j(x, t) E(x, t) - D_j \nabla n_j(x, t), \quad (5)$$

$$\partial Z_d / \partial t = \nu_p - \nu_n - \nu_e. \quad (6)$$

Здесь J_j – поток j -й заряженной компоненты, μ_j – коэффициент подвижности, E – электрическое поле. Поскольку длина свободного пробега ионов (как положительных, так и отрицательных) намного меньше L , диффузионное приближение для ионов вполне оправдано. Для определения пространственного распределения электронов используется распределение Больцмана, $D_e \nabla n_e(x, t) + \mu_e n_e E(x, t) \approx 0$. Для метастабильных соединений учитывается только диффузионный член в уравнении переноса. Граничные условия для системы (3)–(5) следующие: в центре разряда в силу симметрии $J_j = 0$, $E = 0$, в приэлектродной области $n_j = 0$.

На рис. 3 представлены профили концентраций ионов, электронов и электрического поля в разряде при разных парциальных концентрациях O_2 . Как и в случае, описываемом системой уравнений (1)–(3), состав плазмы сильно меняется – доминируют ионы O_2^+ и O^- . Видно, что наличие отрицательных ионов может значительно уменьшать электрическое поле. Это приводит к нарушению баланса сил, действующих на пылевую частицу. Пренебрегая силой тяжести и термофоретической силой, рассмотрим, как добавление O_2 меняет отношение сил ионного потока и электростатики: $\tilde{F} \equiv F_{id} / F_E$, которые действуют в противоположных направлениях и определяют равновесные конфигурации пылевых образований. Для оценки си-

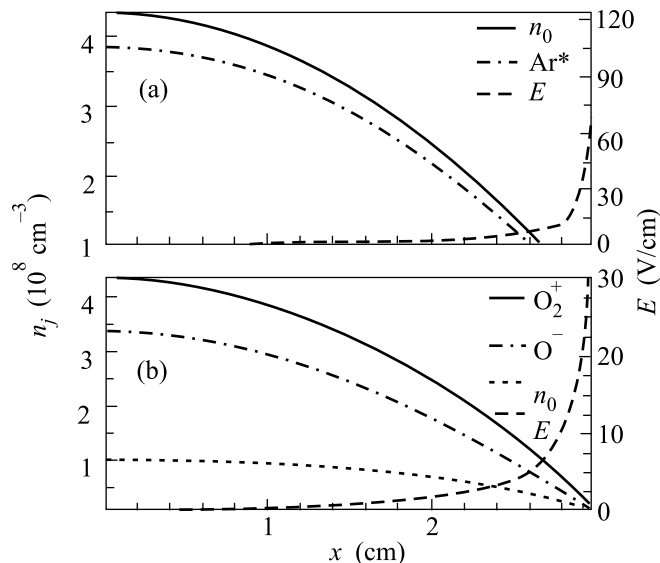


Рис. 3. Пространственные зависимости электрического поля и плотности ионов и электронов в радиочастотном разряде в смеси Ar/O_2 . (а) – разряд в чистом аргоне, (б) – случай $[O_2]/[Ar] = 0.01$

лы ионного потока при небольших ($u \ll v_{Ti}$) скоростях дрейфа ионов используем выражение [11]:

$$F_i \approx \frac{4\sqrt{2\pi}}{3} \rho_C n_i m_i v_{Ti} u \Lambda.$$

Здесь $\rho_C = Z_d e^2 / T_i$ – кулоновский радиус, $\Lambda = \int_0^\infty e^{-x} \ln(1 + 2x/\beta) dx$ – модифицированный кулоновский логарифм ($\beta = \rho_C / \lambda_D$, где λ_D – ионный дебаевский радиус), v_{Ti} и u – тепловая и дрейфовая скорости ионов соответственно. На рис. 4. показана пространственная зависимость \tilde{F} для разрядов в чистом аргоне и в аргоне с примесью молекулярного кислорода ($[O_2]/[Ar] = 0.01$). Координата x_v , при которой $\tilde{F} = 1$, разделяет плазму на две части: область $|x| \leq x_v$, из которой микрочастицы вытеснены – так называемый “войд”⁸⁾ и область $|x| \geq x_v$, заполненную пылевыми частицами. Как видно, даже небольшая добавка электроотрицательного газа в разряд может приводить к значительному увеличению размера войда. Это связано с сильным подавлением электростатического поля в разряде в присутствии отрицательных ионов. Указанный результат находится в замечательном согласии с экспериментальными наблюдениями [16].

Термофоретическая сила также может вносить свой вклад баланс сил, действующих на микрочас-

⁸⁾ Войд (void) – полость в центральной области разряда, в которой отсутствуют пылевые частицы. Войд часто наблюдается в газоразрядной пылевой плазме.

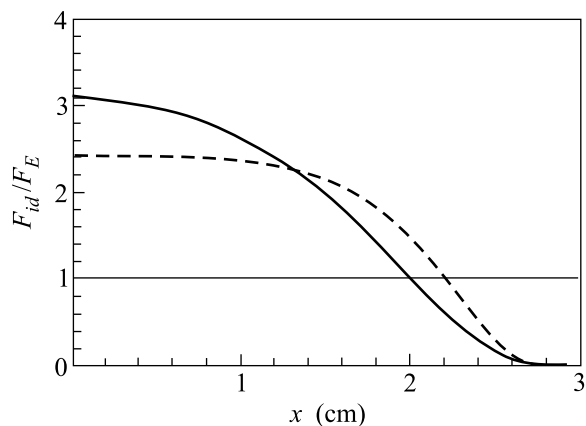


Рис.4. Пространственная зависимость отношения сил, действующих на микрочастицу диаметром 1 мкм в радиочастотном разряде: отношение сил ионного потока F_{id} к электростатической силе F_E в зависимости от координаты x (центру разрядной области соответствует $x = 0$). Сплошная линия – разряд в чистом аргоне, штриховая линия случай – $[O_2]/[Ar] = 0.01$

тицу [17]. Легко показать, что разряд в чистом аргоне не приводит к появлению заметной термофоретической силы – для типичных параметров разряда неоднородность температуры нейтралов очень мала⁹⁾. Действительно, основной источник нагрева нейтралов в этом случае – тушение метастабильных атомов аргона: $Ar + Ar^* \rightarrow 2Ar$ с константой реакции k_q^{Ar} . Нагрев нейтрального газа при этом порядка $\Delta T_n \simeq k_q^{Ar} n^* \epsilon^* \tau^* \leq 0.01 K$, где $\epsilon^* \sim 10$ эВ – энергия, освобождаемая при тушении, τ^* – диффузионное время жизни метастабильного атома в разряде. В силу резонансного характера константа этой реакции чрезвычайно мала: $k_q^{Ar} \leq 10^{-14} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$, поэтому к заметному нагреву этот процесс не приводит. Легко показать, что перезарядка ускоренных приэлектродным электрическим полем ионов Ar^+ также не дает вклада в нагрев нейтрального газа в разряде. Поэтому термофоретическая сила, индуцированная в разряде чистого аргона, значительно уступает силам ионного потока и электростатической силе.

В случае разряда на смеси Ar/O_2 ситуация с нагревом нейтрального газа кардинально меняется – появляется возможность эффективного тушения метастабильных атомов аргона: $O_2 + Ar^* \rightarrow 2O + Ar$, с константой $k_q^{O_2} \sim 10^{-10} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$, что приводит к нагреву нейтральных газов на $\Delta T_n \simeq 1 K$. Еще более эф-

фективный нагрев осуществляется метастабильным атомом кислорода $O(^1D)$. В этом случае эффект обусловлен высокой концентрацией $O(^1D)$ в разряде (в силу малой энергии возбуждения) и определяется скоростью реакции тушения $Ar + O(^1D) \rightarrow Ar + O$. В общем случае изменение температуры нейтралов ΔT_n при тушении ими метастабильных соединений кислорода оценивается согласно формуле

$$\Delta T_n \simeq \sum_i k_e^i n_e \frac{[O_2]}{[Ar]} \tau_D \epsilon_i, \quad \tau_D = L^2 / D_n, \quad (7)$$

где k_e^i – константа образования i -го метастабильного соединения (состояния) электронным ударом, ϵ_i – энергия соответствующего перехода. Для $[O_2]/[Ar] = 0.01$ нагрев обусловлен в основном $O(^1D)$ и составляет около нескольких градусов, что приводит к появлению термофоретической силы $F_T \simeq -a^2 / v_{T_n} k_T \nabla T$, (где k_T – коэффициент теплопроводности), которая может быть сопоставима с силами ионного потока для частиц размером $a \geq 3$ мкм. Отметим, что центральная область разряда всегда нагрета сильнее, чем периферия, и термофоретическая сила выталкивает частицы из разряда. Важно подчеркнуть, что практически любой примесный газ M приводит к нагреву нейтралов в плазме аргона. Этот нагрев обусловлен реакцией тушения метастабильных атомов аргона в столкновениях с примесным газом: $Ar^* + M \rightarrow Ar + M$ (константа этой реакции k_q^M , как правило, значительно превышает k_q^{Ar}). Эффективность этого процесса зависит от концентрации примеси в разряде, константы реакции k_q^M и доли энергии возбужденного метастабильного состояния, которая тратится на нагрев нейтралов (часть этой энергии расходуется на неупругие процессы: ионизацию, диссоциацию и возбуждение радиационных уровней соединения M).

Определенную роль может играть и нагрев нейтралов пылевыми частицами при их относительно высокой концентрации в разряде. Это связано с тем, что рекомбинация плазмы на поверхности частицы высвобождает энергию, сопоставимую с энергией ионизации, при этом поверхность микрочастицы нагревается [18], охлаждаясь в столкновениях с нейтралами. Считая, что вся эта энергия передается нейтралам, оценим их нагрев:

$$\Delta T_n^d \approx \pi a \rho_C n_i v_{T_i} \epsilon_{ion} \tau_D (n_d / n_n) \sim (10^{-2} \div 3) K \quad (8)$$

Этот нагрев пропорционален n_d и поэтому приводит к появлению термофоретической силы, которая расталкивает скопления микрочастиц.

Таким образом добавление молекулярного кислорода в плазму аргона приводит к ряду важных эф-

⁹⁾ Легко показать, что термофоретическая сила, сопоставима с силами ионного потока и электростатической силой, требует градиентов температуры порядка 10 К/см для микрочастиц размером 1 мкм.

фектов: значительно меняется состав и транспортные свойства плазмы – из электрон-ионной плазма становится ион-ионной. Заметно уменьшается заряд микрочастицы, что может изменить фазовое состояние (например, расплавить плазменный кристалл) и конфигурацию пылевых образований. Также наблюдается уменьшение электрического поля в разряде, что меняет баланс сил, действующих на пылевую частицу – в частности, происходит значительное увеличение размеров войда. Кроме того, метастабильные соединения аргона и кислорода приводят к нагреву нейтрального газа и индуцированная этим эффектом термофоретическая сила вносит существенный вклад в баланс сил, действующих на пылевые частицы.

1. *Dusty Plasmas*, Ed. A. Bouchoule, Wiley, Chichester, 1999.
2. J. H. Chu and L. I., *Phys. Rev. Lett.* **72**, 4009 (1994).
3. H. Thomas and G. E. Morfill, *Nature* **379**, 806 1996.
4. В. Н. Цытович, *УФН* **167**, 57 1997.
5. H. M. Thomas and G. E. Morfill, *Contrib. Plasma Phys.* **41**, 255 (2001).
6. G. Morfill et al., in *Dusty Plasmas in the New Millenium*, AIP, Melville, New York, 2002, p. 91.
7. G. E. Morfill et al., *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1598 (1999).
8. P. K. Shukla and A. A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics*, Bristol: IOPP, 2002.
9. S. A. Khrapak, A. V. Ivlev, and G. E. Morfill, *Phys. Rev.* **E64**, 046403 (2001).
10. I. Schweigert, A. Alexandrov, and F. Peeters, *10th Dusty Plasma Workshop*, 2003.
11. S. A. Khrapak et al. *Phys. Rev.* **E66**, 046414 (2002).
12. B. Klumov, A. Ivlev, and G. Morfill, in *Dusty Plasmas in the New Millenium*, AIP, Melville, New York, 2002, p. 349.
13. M. A. Lieberman and A. J. Lichtenberg, *Principles of plasma discharges and material processing*, Wile, New York, 1994.
14. V. N. Tsytovich, G. E. Morfill, and H. Thomas, *Plasma Phys. Rep.* **28**, 395 (2002).
15. C. W. Gear, *Numerical initial value problem in ordinary differential equations*, Prentice-Hall, 1971.
16. H. Rothermel, private communication (2002).
17. H. Rothermel et al., *Phys. Rev. Lett.* **89**, 17, 175001 (2002).
18. А. М. Игнатов, *Физика плазмы* **28**, 10, 919 (2002).