Письма в ЖЭТФ, том 30, вып.3, стр. 173 – 175 *5 августа 1979 г.*

ТОЧКИ ЛИФШИЦА ДЛЯ ДВУМЕРНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ

Д.Г.Санников

Для двумерных непроводимых представлений, допускающих градиентный инвариант Лифшица, показано существование точек Лифшица, в которых граничат три фазы, две соразмерные и одна несоразмерная. Исследованы особенности таких точек и ближайшей их окрестности.

В работе [1] была рассмотрена критическая точка нового типа, названная точкой Лифшица, которая разделяет линии переходов второго рода в соразмерную и в несоразмерную фазы. Эта точка определяется условиями $a = 0$, $\delta = 0$ на коэффициенты при инвариантах $a\eta^2 + \delta(\nabla\eta)^2$ в термодинамическом потенциале для параметра порядка η преобразующегося по одномерному представлению.

В данной работе рассмотрены в рамках теории Ландау точки Лифшица для двумерных неприводимых представлений, допускающих градиентный инвариант Лифшица [2]. Показано, что такие точки отличаются от точек, рассмотренных в [1]: критические флюктуации в их окрестности имеют обычный порядок величины. Исследованы особенности термодинамических аномалий при фазовых переходах.

Рассмотрим двумерное неприводимое представление E_4, допускающее анизотропный инвариант четвертого порядка. Используя удобную полярную систему координат

$$\eta = \rho\cos\phi\,,\quad \xi = \rho\sin\phi \tag{1}$$

для базиса представления η, ξ, запишем термодинамический потенциал в виде

$$\Phi = \frac{a}{2}\rho^2 + \frac{\beta}{4}\rho^4 + \frac{\beta'}{4}\rho^4\cos 4\phi + \frac{\gamma}{6}\rho^6 - \sigma\rho^2\frac{\partial\phi}{\partial z} + \frac{\delta}{2}\left[\left(\frac{\partial\rho}{\partial z}\right)^2 + \rho^2\left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)^2\right], \tag{2}$$

где коэффициенты β' и σ стоят соответственно перед анизотропным инвариантом и градиентным инвариантом Лифшица. В выражении (2) необходимо принять $\gamma > 0$, $\delta > 0$. Поскольку фазовая диаграмма в переменных a, β' симметрична относительно оси $\beta' = 0$, примем для определенности $\beta' > 0$.

Термодинамическому потенциалу (2) отвечают следующие решения и соответствующие им фазы. Исходная фаза 0: $\rho = 0$. Соразмерная фаза 1:

$$\cos 4\phi = -1,\ \rho^2 = [\beta - \beta' + \sqrt{(\beta - \beta')^2 - 4a\gamma}\,]/2\gamma\,. \tag{3}$$

Несоразмерная фаза $\widetilde{1}$:

$$\rho = \rho_0\,,\ \phi = k_0 z\,,\ \text{где}\ \rho_0^2 = \frac{a_0 - a}{\beta}\,,\ k_0 = \frac{|\sigma|}{\delta}\,,\ a_0 = \frac{\sigma^2}{\delta}\,. \tag{4}$$

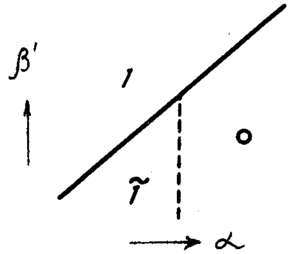
Решение (4) справедливо при условии $(a_0 - a)/a_0 << 1$.

Если $\beta > 0$, то фазовый переход $0 - \tilde{1}$ второго рода и происходит по линии $a = a_0$. Фазовый переход $0 - 1$ второго рода $(\beta - \beta' > 0)$ происходит по линии $a = 0$, а первого рода $(\beta - \beta' < 0)$ – по линии $(\Phi_0 - \Phi_1)$: $a = 3(\beta - \beta')^2/16\gamma$. Две линии фазовых переходов $0 - \tilde{1}$ и $0 - 1$ пересекаются в точке

$$a = a_0 \; , \;\; \beta' = \beta + \sqrt{16\, a_0\, \gamma/3}\; , \tag{5}$$

в дальнейшем называемой точкой Лифшица.

В окрестности точки Лифшица (5), фазовая диаграмма в переменных a, β' имеет вид, представленный на рисунке (подобной будет и фазовая диаграмма в переменных T, P). В точке Лифшица сходятся три линии фазовых переходов: $0 - \tilde{1}$ второго рода, $0 - 1$ и $\tilde{1} - 1$ первого рода. Последние две линии имеют в точке Лифшица общую касательную с наклоном $d\beta'/da = \sqrt{4\gamma/3a_0}$.



Подчеркнем, что в окрестности точки Лифшица для несоразмерной фазы $\tilde{1}$ во всей области между фазовыми переходами $0 - 1$ и $\tilde{1} - 1$ справедливо простейшее решение (4). Это позволяет получить аналитические выражения для аномалий физических величин. Отметим, в частности, что фазовый переход $\tilde{1} - 1$ из несоразмерной в соразмерную фазу является в окрестности точки Лифшица обычным переходом первого рода с перегревом и переохлаждением. На всей линии фазового перехода $0 - \tilde{1}$ значение волнового вектора k, характеризующего несоразмерную фазу $\tilde{1}$, равно k_0 (4). Следовательно в точке Лифшица (5) k испытывает скачок на величину k_0 (в отличие от [1], где в точке Лифшица k обращается в ноль). Теплоемкость C при фазовом переходе второго рода $0 - 1$ возрастает на величину $C = a_T^2 T_0/2\beta$, где температура перехода T_0 определяется из условия $a = a_T(T_0 - \theta) = a_0$ (4). При фазовом переходе первого рода $0 - 1$ теплоемкость возрастает в окрестности точки Лифшица на величину $C = (a_T^2 T_k/2\beta)\,(3\beta^2/4a_0\gamma)^{1/2}$, где T_k определяется из условия $a = 3(\beta - \beta')^2/16\gamma$. Оба скачка имеют в точке Лифшица конечную величину. Поскольку обычно $\beta^2/a_0\gamma >> 1$ (действительно: $\beta^2/\gamma a_T\theta \sim 1$, $a_0 << a_T\theta$), то скачок теплоемкости при переходе $0 - \tilde{1}$ существенно меньше, чем при последующем переходе $\tilde{1} - 1$ (в окрестности точки Лифшица).

Выше было рассмотрено представление E_4. Сходные результаты получаются для представления E_3, допускающего анизотропный инвариант третьего порядка. Для двумерных представлений E_n с любым n при $\beta < 0$ могут существовать точки Лифшица, в которых смыкаются три линии фазовых переходов первого рода между теми же тремя фазами. Эти линии не имеют в точке Лифшица общей касательной.

Отметим, что в точке Лифшица, рассмотренной в [1], тоже граничат три фазы, но все три линии фазовых переходов имеют в приближении самосогласованного поля общую касательную, совпадающую с линией переходов второго рода, исходная – соразмерная фаза (угол раствора между линиями переходов второго рода исходная – несоразмерная фаза и первого рода несоразмерная-соразмерная фаза стремится к нулю как квадрат удаленности от точки Лифшица). В окрестности точки Лифшица, рассмотренной в [1], критические флуктуации аномально велики (из-за обращения в ноль коэффициента δ при градиентном инварианте), В окрестности точки Лифшица (5) критические флуктуации имеют обычный порядок величины.

Помимо рассмотренных выше точек Лифшица на фазовой диаграмме в переменных α, β существует критическая точка, определяемая условиями $\alpha = 0$, $\beta = 0$, в которой линия переходов второго рода переходит в линию переходов первого рода между исходной и несоразмерной фазами. Особенности этой точки вполне аналогичны особенностям обычной критической точки для фазовых переходов между соразмерными фазами [2].

Институт кристаллографии
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
15 июня 1979 г.

Литература

[1] R.M.Hornreich, M.Luban, S.Strikman. Phys. Rev., Lett., 35, 1678, 1975.

[2] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Статистическая физика, М., изд. Наука, 1976 г., ч.1.