Письма в ЖЭТФ, том 30, вып.4, стр. 230 – 233 *20 августа 1979 г.*

ВЛИЯНИЕ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ НА ДВИЖЕНИЕ И ИЗЛУЧЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ В МАГНИТНОМ И ПАРАЛЛЕЛЬНОМ ЕМУ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЯХ

Л.Э.Гуревич, С.Д.Дынкин

В сильном гравитационном и параллельных магнитном и электрическом полях для заряженных частиц показаны: возможность ограничения роста энергии; отсутствующая в СТО возможность одновременного нарастания энергии и поперечной составляющей скорости; изменение направления максимального магнитно-тормозного излучения со временем.

В настоящее время известны астрофизические объекты, например, нейтронные звезды, обладающие сильным гравитационным полем, безразмерный потенциал которого $\psi = -GM/c^2R_0 \approx -0{,}1$. Эти объекты имеют также сильное магнитное поле **H**. Если магнитная ось не совпадает с осью вращения или магнитное поле переменно по другим причинам, то появится электрическое поле **E**, ускоряющее заряженные частицы.

При наличии сильного гравитационного поля в указанных условиях возникает ряд качественных механических и электродинамических общерелятивистских эффектов. Мы рассмотрим их в постньютоновском т.е. линейном по ψ и его производным приближении.

Детальная структура этих полей неизвестна, и мы рассмотрим простую модель, позволяющую, избежав громоздких вычислений, получить упомянутые эффекты. Положим, что векторы **E**, **H** и $\nabla\psi$ параллельны друг другу и изменяются на расстоянии значительно превышающем характерную длину ускорения частиц и их ларморов радиус. Поэтому в уравнениях движения и излучения частиц эти векторы будут считаться постоянными и их зависимость от времени и расстояния будет фигурировать в решении как медленно меняющийся параметр.

1. Ускорение частиц в электрическом поле. В указанном приближении временна́я и пространственная компоненты уравнения движения частицы имеют вид

$$\frac{d\Gamma}{dt} + \Gamma\left(\frac{\partial\psi}{\partial t} + 2\mathbf{v}\nabla\psi - \frac{v^2}{c^2}\frac{\partial\psi}{\partial t}\right) = \frac{e}{mc^2}(1-2\psi)\mathbf{E}\times\mathbf{v}\ , \qquad (1)$$

$$\frac{d(\Gamma\mathbf{v})}{dt} - \Gamma\left(2\mathbf{v}\frac{\partial\psi}{\partial t} + 2\mathbf{v}(\mathbf{v}\nabla\psi) - (c^2+v^2)\nabla\psi\right) = \frac{(1+2\psi)e}{m}\left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}\times\mathbf{H}}{c}\right). \qquad (2)$$

Здесь m и e – масса и заряд частицы; **v** – ее скорость, компоненты которой dx^a/dt (t – время в системе удаленного наблюдателя); **E** и **H** – векторы с компонентами E_a и H_a соответственно;

$$v^2 \equiv \left(\frac{dx^1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dx^2}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dx^3}{dt}\right)^2;\ \Gamma = 1/\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2} + 2\psi(1+v^2/c^2)}. \qquad (3)$$

Из уравнения (1) нетрудно получить, что при $E = 0$ и $\partial\psi/\partial t = 0$ величина $(1 + 2\psi)\Gamma$ сохраняется и ее можно считать безразмерной энергией частицы. Из (3) следует соотношение

$$\beta^2 \equiv v^2/c^2 = 1 + 4\psi - (1 + 2\psi)/\Gamma^2 \to 1 + 4\psi$$

для релятивистских частиц ($\Gamma >> 1$); при $\psi = -0{,}1$, $\beta_{max} = 0{,}6$.

Полагая в (1) $v \approx c$, получим

$$\frac{d\Gamma}{dt} + 2c\Gamma|\nabla\psi| = eE/mc.$$

Откуда

$$\Gamma = \frac{eE}{2mc^2|\nabla\psi|} + \left(\Gamma_0 - eE/\left(2mc^2|\nabla\psi|\right)\right)\exp\left(-2c|\nabla\psi|t\right), \qquad (4)$$

где Γ_0 — начальное значение Γ. Это решение справедливо при двух условиях. Во-первых, характерное время $1/(c\nabla\psi)$ должно быть мало по сравнению со временем изменения полей E и $\nabla\psi$. Это условие для известных объектов выполнено. Во-вторых, отношение $E/\nabla\psi$ должно также изменяться достаточно медленно. Если электрическое поле возникает как поле наклонного ротатора, то оно $\propto 1/R^2$ также как и $\nabla\psi$, так что второе условие тоже удовлетворяется. Формула (4) показывает, что, в отличие от специальной теории относительности (СТО), энергия частицы не нарастает неограниченно, а стремится к конечному пределу

$$\epsilon_{max} = mc^2\Gamma_{max} = eE/2\nabla\psi.$$

Если принять $E \approx 10^6$ ед.CGSE, $\nabla\psi \approx 10^{-7}\psi \approx 10^{-8}$ см$^{-1}$, то $\epsilon_{max} \approx$ $\approx 2 \cdot 10^{14}$ эрг. Максимальная энергия не зависит от массы частицы.

2. Движение частиц в магнитном и параллельном ему электрическом полях. Пусть оба поля направлены по оси z. Тогда для комплексной величины $v_+ = v_x + iv_y$ имеем:

$$\dot{v}_+ + v_+\left[eE/(mc\,\Gamma) - 4c|\nabla\psi| - 2\frac{\partial\psi}{\partial t}\right] = -i\frac{\Omega}{\Gamma}v_+,$$

где Ω - циклотронная частота.

$$v_+(t) = v_+(0)\exp\left[-t\left(\frac{eE}{mc\,\Gamma} - 4c|\nabla\psi| - 2\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)\right]\exp\left(-i\Omega t/\Gamma\right). \qquad (5)$$

Отметим качественное отличие ситуации в ОТО от того, что имеет место в СТО. В последнем случае при рассматриваемых нами условиях знаки производных по времени от энергии и величины поперечной скорости частицы всегда противоположны. Действительно [1]:

$$\dot{v}_\perp = \sqrt{1 - v^2/c^2}\left(\mathbf{v} \times \vec{\Omega} - \frac{e}{mc^2}\mathbf{v}_\perp(\mathbf{v} \times \mathbf{E})\right).$$

Умножая это уравнение на $v_\perp$, получим:

$$\frac{d}{dt} v_\perp^2 = - \frac{2}{mc^2} v_\perp^2 \frac{d\epsilon}{dt} \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

В противоположность этому в нашем случае энергия и поперечная скорость могут нарастать одновременно, если $\Gamma_{max}/\Gamma < 2$. Таким образом, поперечная скорость достаточно энергичных частиц всегда нарастает.

3. Магнитно-тормозное излучение. Уравнение Максвелла для переменных полей $\mathbf{E}'$ и $\mathbf{H}'$ в постньютоновском приближении имеют вид

$$\operatorname{div} \mathbf{H}' = 0; \operatorname{div} \mathbf{E}' = 4\pi(1 - \psi)\rho;$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E}' = - \frac{1}{c^*} \frac{\partial \mathbf{H}'}{\partial t}; \operatorname{rot} \mathbf{H}' = \frac{1}{c^*} \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t} + \frac{4\pi}{c^*}(1 - \psi)\mathbf{j}.$$

Здесь $c^* = (1 + 2\psi)c$; $\mathbf{j} = \rho \mathbf{v}$. Полагая $H' = \operatorname{rot} A$, получим:

$$\mathbf{E}' = - \frac{1}{c^*} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla\phi.$$

Тогда уравнения для потенциалов ϕ и $\mathbf{A}$ имеют вид

$$\Delta\phi - \frac{1}{c^{*2}} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -4\pi(1 + 2\psi)\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_з); \quad \Delta\mathbf{A} - \frac{1}{c^{*2}} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} e\mathbf{v}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_з)$$

$\mathbf{r}_з$ – радиус-вектор точечного заряда. Используя метод, изложенный в [2], получим аналог формулы Шотта.

$$W = \frac{(1 + 4\psi)e^2 \Omega^2}{c} \sum_{\nu=1}^{\infty} \nu^2 \int_0^{\pi} \frac{\sin\theta \, d\theta}{(1 + 2\psi - \beta_{\parallel}\cos\theta)^3} \Big[\beta_\perp^2 J_\nu'^2 +$$

$$+ ((\beta_{\parallel} - (1 + 2\psi)\cos\theta)/\sin\theta)^2 J_\nu^2\Big],$$

где θ – угол между направлением распространения и полем $\mathbf{H}$; ν – номер гармоники; аргумент функции Бесселя и ее производной равен

$$\nu\beta_\perp/(1 + 2\psi - \beta_{\parallel}\cos\theta).$$

Магнитно-тормозное излучение также обнаруживает качественные отличия от соответствующего эффекта СТО. С одной стороны при любом $\beta_{\parallel} < \beta_{max}$ излучение сосредоточено вблизи угла θ_m, определяемого соотношением $\cos\theta_m = \beta_{\parallel}/\beta_{max}$. (При $\beta_{\parallel} = \beta_{max}$ величина $\beta_\perp = 0$ и излучение отсутствует). Таким образом, "острота" диаграммы сохраняется и в ОТО. С другой стороны мы видели (5), что $\beta_\perp$ медленно меняется со временем и потому угол θ_m, соответствующий максимуму излучения также должен меняться. Так как знак изменения $\beta_\perp$ зависит от энергии частицы, то для частиц разных энергий излучение максимально в разных направлениях. В СТО это явление практически отсутствует, потому что с увеличением энергии частицы ее поперечная скорость уменьшается, а вместе с ней уменьшается и излучение.

Физико-технический институт
им. А.Ф.Иоффе
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
3 июля 1979 г.

Литература

[1] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Теория поля, М., изд. Наука, 1973.

[2] А.А.Соколов, И.М.Тернов. Релятивистский электрон, М., изд. Наука, 1974.