

Модификация энергетического функционала для ядер вблизи границы нуклонной стабильности

Э. Е. Саперштейн, С. В. Толоконников¹⁾

Российский научный центр “Курчатовский Институт”
123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 11 августа 2003 г.

Производится модификация эффективного функционала энергии для ядер вблизи границы нуклонной стабильности с учетом зависимости параметров функционала, отвечающих взаимодействию в поверхностной области, от химических потенциалов μ_n и μ_p нейтронов и протонов в ядре. На примере нескольких длинных изотопических цепочек показано, что μ -зависимость эффективного взаимодействия приводит к сдвигу границы нейтронной стабильности в сторону больших $N - Z$.

PACS: 21.60.-n, 21.65.+j

Последние два десятилетия ядра вблизи границы нуклонной стабильности являются предметом интенсивного экспериментального изучения. В то же время до последнего времени анализ свойств таких ядер, как и расчет положения самой границы, был основан исключительно на феноменологических подходах, оперирующих параметрами, определяемыми из опыта. Сюда относятся метод Хартри–Фока (ХФ) с эффективными силами [1, 2], самосогласованная теория конечных ферми-систем (ТКФС) [3, 4] и метод энергетического функционала (ЭФ) [5]. Все эти подходы довольно хорошо описывают стабильные ядра, в особенности это справедливо для последней из процитированных работ. Однако использование параметров, подгоняемых под свойства стабильных ядер, для нуклидов, удаленных от долины β -стабильности, представляется проблематичным.

Недавно в работах [6, 7] было отмечено, что для определения границы нуклонной стабильности существенна зависимость от энергии (точнее, от химических потенциалов μ_n и μ_p нейтронов и протонов в рассматриваемом ядре) поверхностных частей тех компонент эффективного NN -взаимодействия, которые формируют центральную часть самосогласованного поля ядра. Происхождение эффекта проще всего пояснить на примере условия самосогласования ТКФС [8] между массовым оператором Σ , одночастичной функцией Грина \mathcal{G} и двухчастичным эффективным взаимодействием \mathcal{U} , которое в символической записи имеет вид

$$\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_1} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_2} \right) \Sigma(\varepsilon) = \int \frac{d\varepsilon'}{2\pi i} \mathcal{U}(\varepsilon, \varepsilon') \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}'_1} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}'_2} \right) \mathcal{G}(\varepsilon'), \quad (1)$$

где указаны явно только существенные здесь энергетические переменные. Символическое умножение в (1), как обычно, подразумевает интегрирование по координатам и суммирование по спиновым и изоспиновым индексам.

В [9] уравнение (1) при $\varepsilon = \mu$ было перенормировано по методу Ландау [10], в результате чего вместо блока \mathcal{U} возникает эффективная амплитуда взаимодействия Ландау–Мигдала (ЛМ) $F(\mu, \mu)$. Простейшая ХФ-подобная версия перенормированного уравнения

$$\frac{\partial U}{\partial \mathbf{r}} = \int F(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{r}'} d\mathbf{r}' \quad (2)$$

связывает среднее поле U , амплитуду ЛМ F и плотность ρ . Если ограничиться главными для амплитуды ЛМ нулевыми гармониками [11], то центральное среднее поле U генерируется следующей частью F :

$$F(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = C_0 [f_0(\mathbf{r}) + f'_0(\mathbf{r}) \tau_1 \tau_2] \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (3)$$

где нормировочный фактор $C_0 = (dn/d\varepsilon_F)^{-1}$ – обратная плотность состояний на поверхности Ферми. В стабильных ядрах можно считать $\mu_n = \mu_p = \mu \simeq -8$ МэВ. При этом с большой точностью выполняется изотопическая симметрия и следующие из нее соотношения: $f_{nn} = f_{pp} = f + f'$, $f_{np} = f_{pn} = f - f'$.

Принципиально важной для обсуждаемого эффекта является сильная координатная зависимость скалярно-изоскалярной амплитуды f_0 , для которой в ТКФС первоначально была предложена [11] простейшая интерполяционная форма перехода от внутрен-

¹⁾e-mail: tolkn@mbslab.kiae.ru

него значения f^{in} к наружному f^{ex} с линейной плотностной зависимостью:

$$f_0(\mathbf{r}) = f^{\text{ex}} + (f^{\text{in}} - f^{\text{ex}}) \frac{\rho(\mathbf{r})}{\rho_0}, \quad (4)$$

где $\rho_0 = \rho(r=0)$. Оказалось, что наружная константа отвечает сильному притяжению ($f^{\text{ex}} \simeq -3$) и по абсолютной величине на порядок превосходит f^{in} . Используемые в [1–5] эффективные силы отвечают более сложной зависимости от плотности, но для каждой из них остается в силе значительное превышение $|f^{\text{ex}}|$ над $|f^{\text{in}}|$. Аналогичная (4) координатная зависимость существенна и для скалярно-изоскалярной амплитуды $f'_0(\mathbf{r})$ [12, 13], но не с таким громадным различием между внутренней и наружной константами $f'^{\text{in}}, f'^{\text{ex}}$.

Как показано в [14], наружные константы $f^{\text{ex}}, f'^{\text{ex}}$ (и соответствующие значения спиновых амплитуд) могут быть вычислены через T -матрицу свободного NN -рассеяния, взятую вне массовой поверхности при отрицательном значении полной энергии $E = 2\mu$: при $r, r' \rightarrow \infty$ справедливо $F \rightarrow T(E = 2\mu)$. Точнее, различные компоненты амплитуды ЛМ выражаются через комбинации T -матриц с нулевым и единичным изоспинами. Как оказалось, это асимптотически точное соотношение начинает работать достаточно быстро и приводит к значениям наружных констант ЛМ, близким к известным эмпирическим значениям. Разумеется, можно говорить лишь о приближенном равенстве, так как известны несколько различных наборов этих констант. Для ядер у границы стабильности химические потенциалы μ_n и μ_p значительно различаются. Например, на границе нейтронной стабильности μ_n обращается в нуль, а μ_p , наоборот, превышает по абсолютной величине значение для стабильных ядер. В результате изотопическая симметрия нарушается и приведенное выше асимптотическое соотношение для амплитуды ЛМ приобретает вид

$$f_{nn}^{\text{ex}} = \frac{1}{C_0} T(E = 2\mu_n), \quad (5)$$

$$f_{pp}^{\text{ex}} = \frac{1}{C_0} T(E = 2\mu_p), \quad (6)$$

$$f_{np}^{\text{ex}} = f_{pn}^{\text{ex}} = \frac{1}{C_0} T(E = \mu_n + \mu_p). \quad (7)$$

Очевидно, в соотношения (5), (6) входит T -матрица с суммарным значением изоспина $I = 1$, а в (7) – комбинация $T^{I=1}$ и $T^{I=0}$. Поскольку при малых энергиях E величина $T^{I=1}(E)$ зависит от E резонансным образом, то у границы стабильности параметры

f_{nn}^{ex} и f_{pp}^{ex} могут сильно различаться. Так, у границы нейтронной стабильности f_{nn}^{ex} сильно растет по абсолютной величине и это обстоятельство необходимо учитывать.

В работах [6, 7] обсуждаемый эффект был учтен посредством модификации квазичастичного лагранжера метода (КЛМ) [15, 9]. Так называется вариант самосогласованной ТКФС, в котором для учета эффектов энергетической зависимости взаимодействия квазичастиц используется квазичастичный лагранжиан, в отличие от метода ХФ с эффективными силами, основанного на гамильтоновом формализме. На примере изотопов олова было показано, что граница нейтронной стабильности сдвигается в сторону больших $N - Z$.

В настоящей работе мы произведем аналогичную модификацию метода ЭФ со спариванием в координатном представлении, предложенного в [16] и детально разработанного Фаянсом с соавторами (см., например, [5, 17]). Среди известных феноменологических подходов этот метод с наибольшей точностью воспроизводит массы и особенно радиусы стабильных сферических ядер. Кроме того, он выгодно отличается от КЛМ и метода ХФ использованием точного способа учета эффектов спаривания в координатном представлении, что особенно существенно для ядер вблизи границы стабильности из-за близости непрерывного спектра. Поэтому интересно узнать, в какой мере предсказания [6, 7] останутся справедливыми и в этом случае.

Для наших целей существенна центральная часть ЭФ:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{int}} = \frac{C_0}{4} & \left[a_+ \rho_+^2 \frac{1 - h_1^+ \rho_+ / (2\rho_0)}{1 + h_2^+ \rho_+ / (2\rho_0)} + \right. \\ & \left. + a_- \rho_-^2 \frac{1 - h_1^- \rho_- / (2\rho_0)}{1 + h_2^- \rho_- / (2\rho_0)} \right], \quad (8) \end{aligned}$$

где $\rho_{+,-} = \rho_n \pm \rho_p$, а $a_{+,-}, h_{1,2}^{+,-}$ – безразмерные параметры. Полный ЭФ [5, 17] содержит помимо (8) градиентные члены, член спаривания, спинорбитальный и другие зависящие от спинов компоненты. Согласно известной формуле Ландау, интересующая нас скалярная часть амплитуды ЛМ находится из (8) второй вариацией по плотности. При этом асимптотические, “внешние”, значения амплитуд f, f' , очевидно, происходят из тех членов (8), которые наиболее слабо (квадратично) зависят от плотности. Обозначим эту часть функционала \mathcal{E}_{ex} :

$$\mathcal{E}_{\text{ex}} = \frac{C_0}{4} [a_+ \rho_+^2 + a_- \rho_-^2]. \quad (9)$$

Очевидно, справедливы соотношения: $f^{\text{ex}} = a_+/2$ и $f'^{\text{ex}} = a_-/2$. Модификация функционала с учетом зависимости наружных констант (4)–(6) от химических потенциалов и связанного с этим нарушением изотопической симметрии приводит к простому общению (9):

$$\tilde{\mathcal{E}}_{\text{ex}}^{\text{I}} = \frac{C_0}{2} [f_{nn}^{\text{ex}}(E = 2\mu_n)\rho_n^2 + f_{pp}^{\text{ex}}(E = 2\mu_p)\rho_p^2 + 2f_{np}^{\text{ex}}(E = \mu_n + \mu_p)\rho_n\rho_p]. \quad (10)$$

Для ясности мы привели в явном виде значения двухчастичных энергий, которые входят в выражения (4)–(6) для наружных констант. Возвращаясь к интерполяционной зависимости вида (4), легко видеть, что при замене (9) на (10) с использованием (5)–(7) меняются значения не только наружных амплитуд (f_{nn}^{ex} и др.), но и внутренних их аналогов (f_{nn}^{in} и др.): неизменными остаются разности ($(f_{nn}^{\text{in}} - f_{nn}^{\text{ex}})$ и др.). Более логичной представляется такая модификация (10), которая приводит к изменению только внешних амплитуд:

$$\tilde{\mathcal{E}}_{\text{ex}}^{\text{II}} = \tilde{\mathcal{E}}_{\text{ex}}^{\text{I}} (1 - \rho(\mathbf{r})/\rho_0). \quad (11)$$

Простейший рецепт учета зависимости параметров ЭФ от химических потенциалов состоит в замене (9) на (10) или (11). Однако в этом случае потребовалась бы новая подгонка всех параметров функционала, поскольку значения наружных констант, получающихся из (5)–(7) при $\mu_n = \mu_p = \mu_0 = -8$ МэВ, несколько отличаются от эмпирических параметров [5, 17]. А именно, найденные из (5)–(7) константы равны $f^{\text{ex}} = -2.62$, $f'^{\text{ex}} = 1.47$, в то время как соответствующие значения параметров (8) есть $a_+/2 = -3.21$, $a_-/2 = 2.71$. Особенно различаются изовекторные константы. Частично разница объясняется тем, что функционал [5, 17] помимо членов вида (8) включает чисто поверхностные члены, содержащие градиенты плотности. Результативно их добавление в значительной степени эквивалентно изменению параметров f_{nn}^{ex} , f_{pp}^{ex} . Чтобы сделать изменения для стабильных ядер минимальными без вариации других параметров функционала, мы для учета зависимости скалярных амплитуд ЛМ от μ_n, μ_p заменим полный функционал (8) на

$$\tilde{\mathcal{E}}_{\text{int}} = \mathcal{E}_{\text{int}} + \delta\mathcal{E}_{\text{int}}, \quad (12)$$

где

$$\delta\mathcal{E}_{\text{int}} = \tilde{\mathcal{E}}_{\text{ex}}^{\text{I,II}}(\mu_n, \mu_p) - \tilde{\mathcal{E}}_{\text{ex}}^{\text{I,II}}(\mu_0, \mu_0). \quad (13)$$

Очевидно, в случае $\mu_n = \mu_p = \mu_0$ слагаемое $\delta\mathcal{E}_{\text{int}}$ тождественно обращается в нуль. Хотя *a priori* трудно

выбрать между вариантами I и II, интуитивно второй из них представляется предпочтительным. Но мы провели расчеты для обеих моделей. Все дополнительные к (8) члены функционала, в частности, его спаривательная часть, брались точно в том же виде, что и в [5, 17]. Это же относится и к самой расчетной схеме.

На рис.1 анализируются нейтронные химические потенциалы длинной цепочки изотопов олова. Ре-

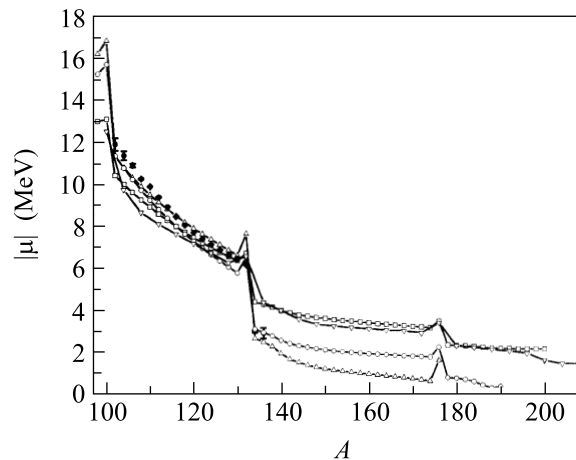


Fig.1. Химические потенциалы для четных изотопов Sn. Линия с квадратами отвечает варианту I, со светлыми кружками – варианту II, с треугольниками – функционалу [5], с перевернутыми треугольниками – КЛМ [6], черные кружки – экспериментальные значения [18]

зультаты расчета для вариантов I и II сравниваются с экспериментальными данными $|\mu_n| = -S_{2n}$, где S_{2n} – энергия отделения двух нейтронов. Приведены также результаты расчета [5] со стандартной формой ЭФ и расчета [6], где μ – зависимость амплитуды ЛМ была учтена модификацией КЛМ. Отметим, что не приведенные здесь результаты расчетов [1–4] в рамках других традиционных подходов для ядер, удаленных от долины β -стабильности, близки результатам [5]. Во всяком случае, все они предсказывают границу нейтронной стабильности вблизи массового числа $A = 176$, отвечающего магическому числу нейтронов $N = 126$. Как видно, учет рассматриваемого эффекта в данном расчете, как и в [6], существенно сдвигает положение границы стабильности. В случае более реалистического варианта II μ -эффект меньше, но и здесь он позволяет преодолеть маговый просвет при $N = 126$.

На рис.2 приведены аналогичные результаты для изотопов свинца, а на рис.3 – для кальция. Качественно результаты здесь полностью аналогичны ре-

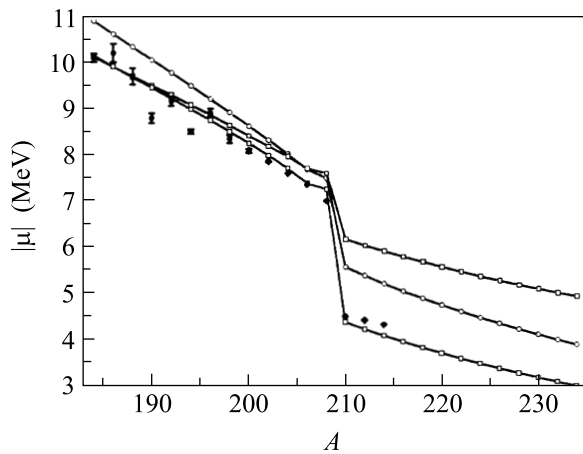


Fig. 2. То же, что на рис.1, для изотопов Pb

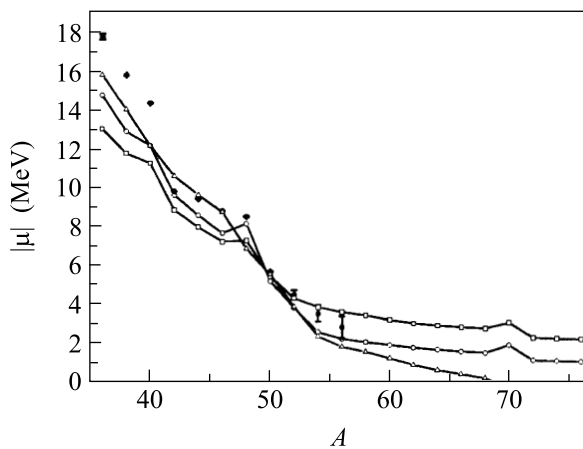


Fig. 3. То же, что на рис.1, для изотопов Ca

зультатам для олова: опять μ -эффект значителен и несколько меньше в случае варианта II.

Конечно, нельзя относиться к предсказаниям данного расчета буквально. Дело в том, что и сам ЭФ (8), а в особенности отождествление его коэффициентов с инвариантными членами амплитуды ЛМ прямо связаны с концепцией квазичастиц Ландау. Она же, в свою очередь, основана на предположении, что массовый оператор $\Sigma(\varepsilon)$ и индуцирующее его эффективное взаимодействие ферми-частиц не имеют особенностей по ε вблизи $\varepsilon = \mu$. Свободная T -матрица, определяющая взаимодействие квазичастиц у поверхности, в изовекторном канале имеет особенность по суммарной энергии $E = 2\varepsilon$ вблизи нуля, отвечающую виртуальному полюсу. Именно приближение к этой

особенности и приводит к углублению нейтронного среднего поля и к дополнительной устойчивости ядер с малыми значениями $|\mu_n|$. При $\mu_n \rightarrow 0$ нейтронное среднее поле, вычисленное по данной схеме, может неограниченно расти. Где-то сама схема перестает работать. Оценки показывают, что ее уточнение с более корректным учетом ε -зависимости в формуле (1) должно ослаблять рассматриваемый эффект. Однако сам факт усиления двухнейтронного взаимодействия на поверхности при малых $|\mu_n|$ и необходимость учета этого эффекта по мере приближения к границе нейтронной стабильности, отмеченный в [6, 7], подтверждается данным расчетом и, на наш взгляд, не вызывает сомнения.

Работа выполнена при поддержке гранта Минпромнауки НШ # 1885.2003.2.

1. J. Dobaczewski, H. Flocard, J. Treiner, Nucl. Phys. **A422**, 103 (1984).
2. J. Dobaczewski et al., Phys. Rev. **C53**, 2809 (1996).
3. М. В. Зверев, Э. Е. Саперштейн, ЯФ **39**, 1390 (1984).
4. М. В. Зверев, Э. Е. Саперштейн, ЯФ **42**, 1082 (1985).
5. S. A. Fayans, S. V. Tolokonnikov, E. L. Trykov, and D. Zawischa, Nucl. Phys. **A676**, 49 (2000).
6. M. Baldo, U. Lombardo, E. E. Saperstein, and M. V. Zverev, Phys. Lett. **B533**, 17 (2002).
7. М. Балдо, У. Ломбардо, Э. Е. Саперштейн, М. В. Зверев, ЯФ **66**, 257 (2003).
8. С. А. Фаянс, В. А. Ходель, Письма в ЖЭТФ **17**, 633 (1973).
9. V. A. Khodel and E. E. Saperstein, Phys. Rep. **92**, 183 (1982).
10. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ **35**, 97 (1958).
11. А. Б. Мигдал, *Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер*, М.: Наука, 1965.
12. S. A. Fayans and D. Zawischa, Phys. Lett. **B363**, 12 (1995).
13. S. A. Fayans and D. Zawischa, Phys. Lett. **B383**, 19 (1996).
14. M. Baldo, U. Lombardo, E. E. Saperstein, and M. V. Zverev, Phys. Lett. **B421**, 8 (1998).
15. Э. Е. Саперштейн, В. А. Ходель, ЖЭТФ **81**, 22 (1981).
16. А. В. Смирнов, С. В. Толоконников, С. А. Фаянс, ЯФ **48**, 1661 (1988).
17. С. А. Фаянс, Письма в ЖЭТФ **68**, 169 (1998).
18. G. Audi and A. H. Wapstra, Nucl. Phys. **A565** 66 (1993).