

Атомный нанозонд с единичным фотоном

В. И. Балыкин¹⁾

Институт спектроскопии РАН, 142190 Троицк, Московская обл., Россия

Institute for Laser Science, University of Electro-Communications, Chofu-Shi, Tokyo 182 8585, Japan

Поступила в редакцию 12 августа 2003 г.

Исследована возможность обнаружения атома единичным фотоном с нанометровым пространственным и наносекундным временным разрешениями.

PACS: 32.80.Lg, 39.25.+k, 42.25.Fx, 81.16.Ta

Использование фотона для обнаружения отдельного квантового объекта рассматривалось еще Гейзенбергом и фон Нойманом [1, 2] в 20-х годах в “gedanken experiments” в контексте квантовомеханических ограничений воздействия процесса квантового измерения на объем измерения. Развитие оптических и лазерных технологий последних лет сделало возможным проведение экспериментов по исследованию воздействия единичного фотона (локализованного в моде резонатора) на единичный атом [3]. Световое поле в моде высокодобротного резонатора с энергией порядка одного фотона позволяет детектировать отдельные атомы и локализовывать их [4, 5]. Существует ряд предложений по использованию светового поля высокодобротного резонатора для детектирования атома с пространственным разрешением лучше, чем длина волны света [6–10]. Положение атома в стоячей световой волне высокодобротного резонатора сильно коррелирует с фазой волны, поскольку в присутствии светового поля атом поляризуется, что в свою очередь изменяет фазу световой волны. Измерение изменения фазы световой волны при пролете атомом светового поля дает информацию об относительном (к пучности стоячей волны) положении атома в стоячей волне. Пространственное перекрытие атомного волнового пакета с модой светового поля вносит ограничение на пространственное разрешение подобного метода [11].

В данной работе мы рассматриваем возможность использования светового поля с энергией порядка единичного фотона для обнаружения единичного атома с пространственным разрешением в нанометровом диапазоне и с наносекундным временным разрешением. На рис.1 представлена схема такого атомного нанозонда. Высокодобротный оптический резонатор образован двумя зеркалами M_1 и M_2 . Лазерное излу-

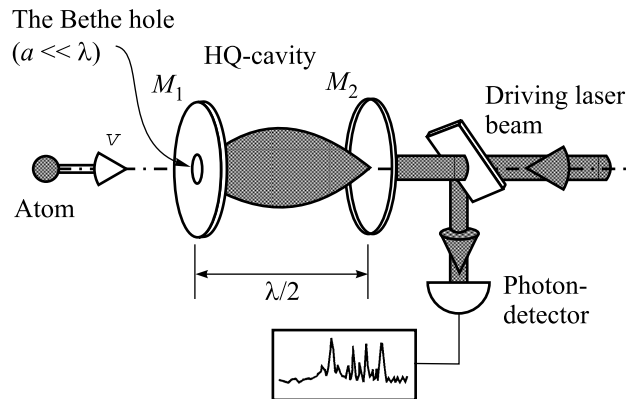


Рис.1. Схема атомного нанозонда

чение инжектируется в резонатор через зеркало M_2 . Зеркало M_1 имеет отверстие диаметром $2a$, существенно меньшим длины волны вводимого в резонатор излучения (получившего название в научной литературе – “the Bethe hole” [12]). Как будет показано ниже, такое отверстие не изменяет заметно добротности резонатора. Через это отверстие атом может входить внутрь резонатора и взаимодействовать со световым полем моды резонатора. Атом внутри моды резонатора изменяет его резонансные свойства, и часть лазерного излучения отражается от резонатора. Отраженное излучение регистрируется с помощью фотодетектора. Сигнал с фотодетектора несет информацию об атоме внутри моды резонатора. Пространственное разрешение такого атомного зонда определяется размерами отверстия, минимальная величина которого ограничена “размерами” самого атома и характерной длиной межатомного взаимодействия, то есть лежит в нанометровом диапазоне. Очевидно, что временное разрешение атомного нанозонда не хуже времени пролета атома через резонатор. При длине резонатора, равном $l_r = \lambda/2$, и тепловых атомных скоростях временное разрешение лежит в наносекундном диапазоне. Объем локализации ато-

¹⁾e-mail: balykin@isan.troitsk.ru; balykin@ils.uec.ac.jp

ма составляет величину $V \simeq -\pi a^2 \ell \ll \lambda^3$. Как будет показано ниже, энергии светового поля порядка одного фотона достаточно для достоверной регистрации атома в нанозонде.

Поведение системы “атом + резонатор” в основном зависит от следующих четырех параметров: 1) константы связи, g_0 (the single photon Rabi frequency); 2) радиационной ширины атомного перехода, 2γ ; 3) спектральной ширины пропускания резонатора κ (the cavity decay rate) и 4) времени взаимодействия атома с полем моды резонатора. Заметное изменение резонансных свойств резонатора (смещение частоты пропускания резонатора) от единичного атома, находящегося в его моде, можно ожидать только в так называемом “хорошем резонаторе” (“good cavity limit”) и в режиме сильной связи ($g_0 \gg \gamma, \kappa$) [13]. При совпадении частот лазерного излучения и моды резонатора резонатор прозрачен для излучения и, соответственно, отсутствует отраженное излучение на фотодетектор. Появление атома в таком резонаторе заметно изменяет его резонаторную частоту, что приводит к отражению лазерного излучения от резонатора.

Рассмотрим количественную динамику взаимодействия атома со световым полем моды резонатора. Считаем, что атом двухуровневый и поле моды резонатора находится в когерентном состоянии $|\alpha_0\rangle$ с комплексной амплитудой $\alpha_0 = |\alpha_0|e^{i\varphi_0}$, которое возбуждается от внешнего лазерного источника. В этом случае гамильтониан взаимодействия атома с полем имеет вид [14]:

$$\hat{H} = \frac{1}{2}\hbar\omega_a\sigma_z + \hbar\omega_c a^\dagger a + iv(t)g(a^\dagger\sigma_- - a\sigma_+) + \hat{H}_R + \hat{H}_D, \quad (1)$$

где ω_a, ω_c – соответственно частота атомного перехода и собственная частота моды резонатора, $\sigma_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$, $|e\rangle$ и $|g\rangle$ – собственные состояния гамильтониана невозмущенного атома, соответствующие верхнему и нижнему уровням атома, $g = g_0 f(r)$ – константа связи моды резонатора,

$$g_0 = \frac{\mu\epsilon_0}{\hbar} = \mu\sqrt{\frac{\omega_c}{2\hbar\epsilon_0 V}},$$

$f(r)$ – функция, описывающая пространственное распределение моды резонатора, μ – матричный элемент дипольного момента атомного перехода, ϵ_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума (electric permittivity of free space), ϵ_0 – так называемое вакуумное электрическое поле (vacuum electric field), a^\dagger, a – операторы рождения и уничтожения для электромагнитной моды резонатора (the creation and annihilation operator of the cavity-field mode). Гамиль-

тониан \hat{H}_R описывает связь атома через спонтанное излучение в другие моды, H_D – описывает возбуждение моды от внешнего лазерного источника. Функция $v(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq t_{fl} \\ 0, & t_R \leq t \leq 0 \end{cases}$ – описывает включение и выключение взаимодействия атома с полем моды, t_{fl} – время пролета атома через резонатор. Функция $f(r)$ описывает распределение поля моды резонатора стоячей световой волной с поперечным гауссовым профилем и с учетом изменения поля стоячей волны на зеркале с отверстием [15]. Для рассматриваемого случая очень короткого резонатора ($\ell = \lambda/2$) время взаимодействия существенно короче времени спонтанной жизни возбужденного состояния атома и характерного времени затухания резонатора ($t_r = 1/\kappa$). В этом случае можно пренебречь спонтанным распадом возбужденного состояния атома, а роль внешнего лазерного излучения сводится к заданию начального состояния поля моды резонатора до влета атома в резонатор. Таким образом, динамика системы “атом + резонатор” полностью определяется тремя первыми членами гамильтониана (1). Временная эволюция системы описывается уравнением Шредингера [14]

$$i\hbar\frac{\partial|\Psi\rangle}{\partial t} = \hat{H}|\Psi\rangle \quad (2)$$

с вектором состояния

$$|\Psi\rangle = \sum_n [c_{e,n}(t)|e, n\rangle + c_{g,n}(t)|g, n\rangle], \quad (3)$$

где $|e, n\rangle$ – состояние системы, в которой атом находится в возбужденном состоянии $|e\rangle$ и поле моды содержит n фотонов. Аналогично, состояние $|g, n\rangle$ описывает состояние системы с атомом в основном состоянии $|g\rangle$ и с n фотонами в моде. Уравнения для амплитуд $c_{e,n}$ и $c_{g,n}$ – могут быть получены [14] подстановкой выражения для гамильтониана (1) в уравнение (3) и в представлении взаимодействия принимают вид

$$\dot{c}_{e,n} = -ig\sqrt{n+1}e^{+i\delta t}c_{g,n+1}, \quad (4.1)$$

$$\dot{c}_{g,n+1} = -ig\sqrt{n+1}e^{-i\delta t}c_{e,n}, \quad (4.2)$$

где $\delta = \omega_a - \omega_c$. Решение системы уравнений (4) в предположении, что атом первоначально находится в основном состоянии, имеет вид

$$c_{e,n}(t) = -c_{n+1}(0)\frac{2ig\sqrt{n+1}}{\Omega_n}\sin\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right)e^{i\delta t/e^2}, \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned} c_{g,n+1}(t) &= \\ &= c_{n+1}(0)\left[\cos\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right) + \frac{i\delta}{\Omega_n}\sin\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right)\right]e^{-i\delta t/e^2}, \end{aligned} \quad (5.2)$$

где $\Omega_n = \sqrt{4g^2(n+1) + \delta^2}$ – обобщенная частота Раби.

Вероятность того, что моды резонатора с атомом в нем содержат n фотонов равна

$$P(n, t) = |c_{e,n}(t)|^2 + |c_{g,n}(t)|^2 = |c_{n+1}(0)|^2 \frac{4g^2(n+1)}{\Omega_n^2} \sin^2\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right) + |c_n(0)|^2 \left[\cos^2\left(\frac{\Omega_{n-1} t}{2}\right) + \frac{\delta^2}{\Omega_{n-1}^2} \sin^2\left(\frac{\Omega_{n-1} t}{2}\right) \right]. \quad (6)$$

Среднее число фотонов в резонаторе в момент времени t равно

$$\langle n(t) \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} n P(n, t). \quad (7)$$

Если поле моды резонатора (без атома) приготовлено в когерентном состоянии, тогда коэффициенты $|c_n(0)|^2$ в выражении (6) описываются пуассоновским распределением

$$|c_n(0)|^2 = \frac{\langle n_0 \rangle^n e^{-\langle n_0 \rangle}}{n!}, \quad (8)$$

где $\langle n_0 \rangle$ – среднее число фотонов в моде резонатора без атома, определяемое внешним лазерным излучением.

В моде резонатора происходит обмен энергией между полем и атомом. Инверсная заселенность атома определяется выражением

$$w(t) = \sum_{n=0}^{\infty} [|c_{e,n}(t)|^2 - |c_{g,n}(t)|^2]. \quad (9)$$

Рис.2 и 3 иллюстрируют временную эволюцию инверсной заселенности атома и среднего числа фотонов в моде резонатора при пролете атома через резонатор для сравнительно большого числа фотонов в резонаторе $\langle n_0 \rangle = 10$ и скорости атома $v = 20$ м/с. Сложная временная динамика поля моды резонатора и инверсной заселенности объясняется зависимостью частоты Раби осцилляции от числа n фотонов, ведущей к известному эффекту “коллапса” и восстановлению инверсной заселенности атома [16, 17], отчетливо заметному на рис.2 для достаточного проявления эффекта времени взаимодействия атома при относительно малой его скорости. Появление атома в резонаторе изменяет его свойства. Пропускание резонатора T и, соответственно, отражение R становятся зависимыми от времени [13]:

$$T(t) = \left| \frac{X(t)}{Y} \right|^2, \quad (10)$$

где $X(t)$ – амплитуда поля моды резонатора, Y – амплитуда лазерного поля, накачивающего резонатор.

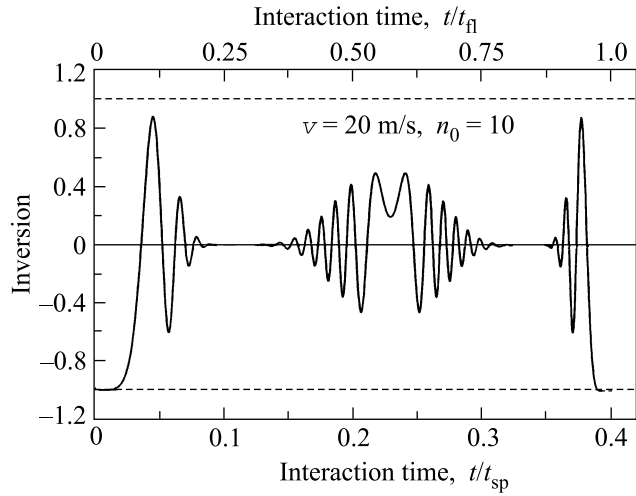


Рис.2. Временная эволюция инверсной заселенности атома при пролете атома через резонатор. Среднее число фотонов в резонаторе до влета атома $\langle n_0 \rangle = 10$, скорость атома $v = 20$ м/с. На нижней шкале время приведено в единицах времени спонтанного распада верхнего уровня атома τ_{sp} , на верхней шкале – время взаимодействия нормировано на время пролета атома через резонатор

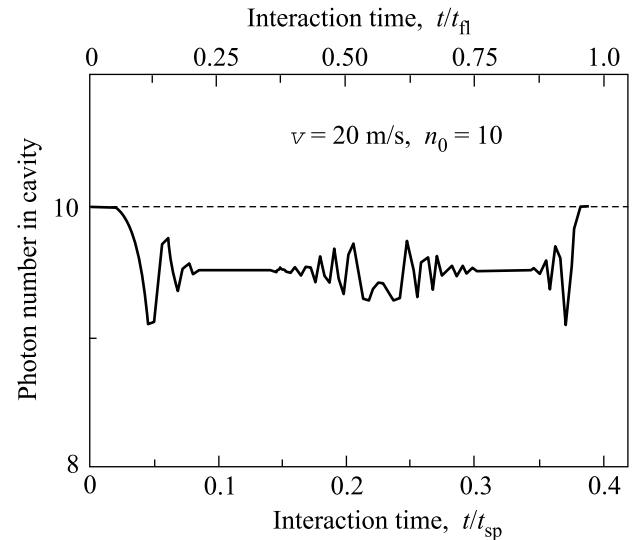


Рис.3. Временная эволюция среднего числа фотонов в моде резонатора при пролете атома через резонатор. Параметры светового поля и атома те же, что и на рис. 2

В рассматриваемой схеме атомного нанозонда информация об атоме заключена в отраженном от резонатора излучении, которое следующим образом зависит от параметров атома и резонатора:

$$|Y_{\text{ref}}(t)|^2 = \left(1 - \pi \frac{\langle n(t) \rangle}{n_{ph} \cdot VF} \right) n_{ph} cS, \quad (11)$$

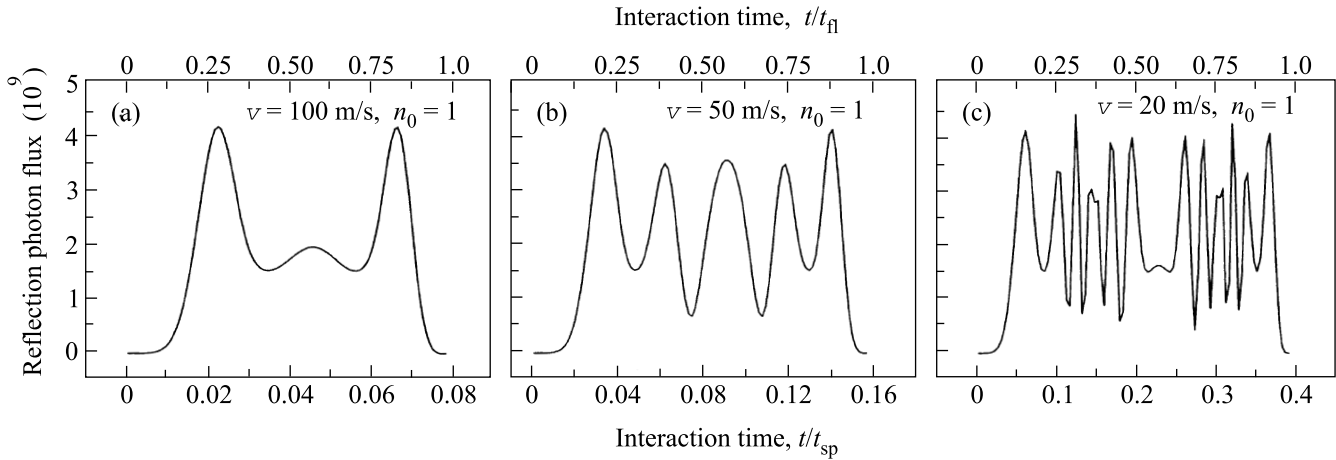


Рис.4. Зависимости отраженного от резонатора потока фотонов от времени взаимодействия атома с полем моды резонатора для различных скоростей атома: (a) $v = 100$ м/с; (b) $v = 50$ м/с; (c) $v = 20$ м/с. Среднее число фотонов в моде резонатора $\langle n_0 \rangle = 1$

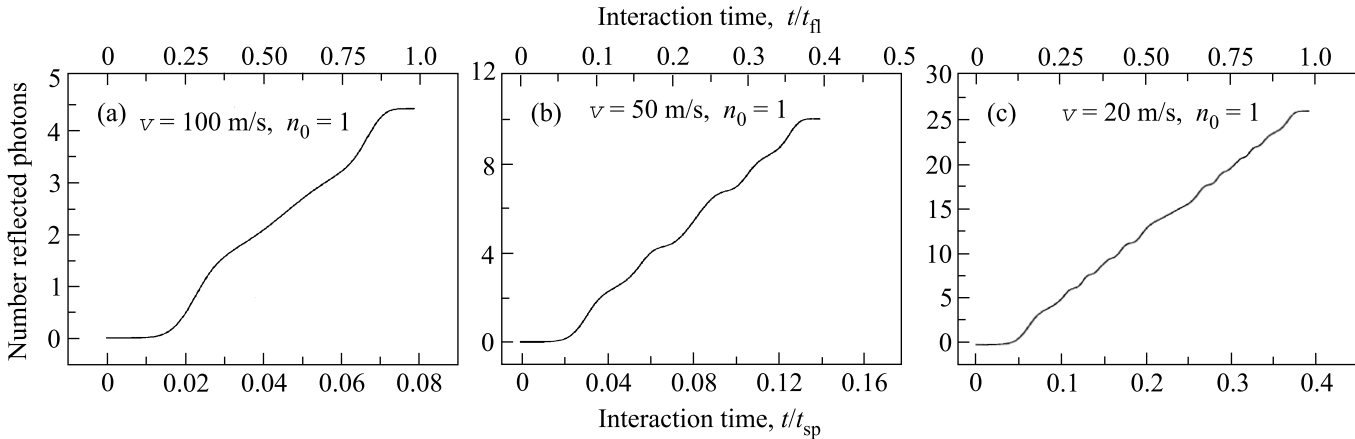


Рис.5. Зависимости числа отраженных от резонатора фотонов от времени взаимодействия атома с полем моды резонатора для различных скоростей атома: (a) $v = 100$ м/с; (b) $v = 50$ м/с; (c) $v = 20$ м/с. Среднее число фотонов в моде резонатора $\langle n_0 \rangle = 1$

где $\langle n(t) \rangle$ – среднее число фотонов в моде резонатора, определяемое выражением (7), n_{ph} – среднее число фотонов в моде резонатора до влета атома в него, V – объем моды резонатора, S – поперечное сечение моды, F – резкость резонатора, c – скорость света.

На рис.4 показана зависимость отраженного потока фотонов за время пролета атома через резонатор, когда в моде резонатора запасен один фотон $\langle n_0 \rangle = 1$, а резкость резонатора $F = 5 \cdot 10^5$ для трех значений атомных скоростей $v = 20, 50$ и 100 м/с. Осцилляционный характер поведения отраженного потока фотонов определяется быстрым обменом энергией между атомом и электромагнитным полем резонатора. На рис.5 показана зависимость интегрального сигнала отраженных фотонов, определяемого как

$$N_{\text{refl}} = \int_0^t |Y_{\text{refl}}(t)|^2 dt \quad (12)$$

для различных значений скорости атома $v = 20, 50$ и 100 м/с и $\langle n_0 \rangle = 1$. Видно, что даже при достаточно большой скорости атома ($v = 100$ м/с) отраженное число фотонов достигает величины 5 фотонов. При этом время регистрации составляет величину $t_{\text{per}} = -0.08\tau_{sp}$.

В заключение приведем оценки на возможность практической реализации рассмотренного выше атомного нанозонда. Оценим влияние малого отверстия на добротность резонатора. Для этого воспользуемся расчетами пропускания излучения через экран с малым отверстием [12, 15, 18]. Пропус-

кание через отверстие для черного экрана (которое является максимальным по сравнению с другими типами экранов) равно [18]

$$T_{tr} \simeq \left(\frac{1}{8\pi^2} \right) [1 + \tau_2 (ka)^2 + \dots], \quad (13)$$

где числовой параметра $\tau_2 = 11.07$. Для малого отверстия ($ka \ll 1$) пропускание через отверстие перестает зависеть от размера отверстия и равно $T_{tr} \approx 1/8\pi^2$. Прошедшая через отверстие мощность определяется отношением размеров отверстия a и моды резонатора w_0 :

$$P_{tr} = P_{ins} \frac{a^2}{w_0^2} T_{tr}, \quad (14)$$

где P_{ins} – падающая на экран мощность лазерного излучения. Соответственно пропускание зеркала резонатора из-за отверстия в нем

$$T = P_{tr}/P_{in} = T_{tr}(a^2/w_0^2). \quad (15)$$

Такое пропускание приводит к резкости резонатора, равной

$$F = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \simeq \frac{\pi}{T} = 8\pi^2 \frac{w_0^2}{a^2}. \quad (16)$$

При радиусе моды резонатора, равном $w_0 = 10\lambda$ и $a = 0.1\lambda$, резкость резонатора не хуже $F = 8 \cdot 10^5$, что соответствует добротности лучших известных резонаторов [4, 5]. Таким образом, малое отверстие заметно не изменяет добротности резонатора атомного нанозонда.

Создание отверстия нанометрового размера в зеркале резонатора представляется не простой задачей. Более практичной может оказаться схема атомного нанозонда на основе трехзеркального резонатора. Третьим зеркалом может служить металлическая фольга с малым отверстием, параллельным одному из зеркал резонатора, отстоящая от зеркала на расстоянии половины длины волны. В такой схеме размер светового поля, с которым взаимодействует атом, определяется расстоянием между фольгой и зеркалом резонатора. Малый размер резонатора обеспечивает большую величину константы связи $g \gg \gamma_{sp}$. В трехзеркальной схеме требования на добротность “основного” резонатора уже не являются столь высокими. Общая резкость трехзеркального резонатора [19] при равных коэффициентах отражения всех зеркал равна

$$F^* \simeq \frac{2\pi(1-R)\sqrt{R}}{(1-R)^2} \quad (17)$$

и может достигать большого значения уже при умеренных коэффициентах отражения зеркал. Например, при коэффициентах отражения зеркал $R = 0.99$

резкость составляет величину $F = 1.2 \cdot 10^5$. Использование металлической фольги с коэффициентом отражения $R \simeq 0.96 \div 0.98$ позволит достигнуть необходимой общей резкости составного резонатора ($g_0 \gg \kappa$), а значит реализовать необходимое условие заметного отражения излучения от резонатора.

В заключение авторы выражают благодарность В. П. Яковлеву, В. Г. Миногину и F. Shimizu за полезные обсуждения результатов работы.

Данная работа выполнена при частичной поддержке проектов Российского фонда фундаментальных исследований # 02-17014, # 02-16337а и INTAS # “INFO-00-479” и the Ministry of Education, Culture, Sport, Science and Technology, Japan.

1. W. Heisenberg, Z. Phys. **43**, 172 (1927); W. Heisenberg, *Die Physikalischen Prinzipien der Quanten Theorie*, Verlag von S. Hirzel, Leipzig, 1930, p. 15.
2. J. von Neumann, *Mathematische Grundlagen der Quanten Mechanik*, Berlin, 1932.
3. *Cavity Quantum Electrodynamics*, Ed. P. R. Berman, Academic, Boston, 1994.
4. C. J. Hood, T. W. Lynn, A. C. Doherty et al., Science **287**, 1447 (2000); J. Ye, W. Verwooy, and H. J. Kimble, Phys. Rev. Lett. **83**, 4987 (1999).
5. P. W. H. Pinkse, T. Fischer, P. Maunz, and G. Rempe, Nature (London) **404**, 365 (2000); P. Münstermann, T. Fischer, P. Maunz et al., Phys. Rev. Lett. **82**, 3891 (1999).
6. M. J. Holland, D. F. Walls, and P. Zoller, Phys. Rev. Lett. **67**, 1716 (1991).
7. M. Marte and P. Zoller, Appl. Phys. **54**, 477 (1992).
8. J. Gardner, M. L. Marable, G. R. Welch, and J. E. Thomas, Phys. Rev. Lett. **70**, 3404 (1993).
9. G. Rempe, Appl. Phys. B: Lasers Opt. **60**, 233 (1995).
10. A. M. Herkommer, H. J. Carmichael, and W. P. Schleich, Quantum Semiclass. Opt. **8**, 189 (1996).
11. Young-Tak Chough, Sun-Hyun Youn, Hyunchul Nha et al., Phys. Rev. **65**, 023810 (2002).
12. H. A. Bethe, Phys. Rev. **66**, 163 (1994).
13. Changxin Wang and Reeta Vyas, Phys. Rev. **A55**, 823 (1997).
14. H.-I. Yoo and J. H. Eberly, Phys. Rep. **118**, 24 (1985).
15. V. V. Klimov and V. S. Letokhov, Opt. Comm. **106**, 154 (1994); В. И. Балыкин, В. В. Климов, В. С. Летохов, Письма в ЖЭТФ **59**, 219 (1994).
16. J. H. Eberly, N. B. Narozhny, and J. J. Sanchez-Moudragon, Phys. Rev. Lett. **44**, 1323 (1980).
17. G. Rempe and G. Walther, Phys. Rev. Lett. **58**, 353 (1987).
18. E. W. Marchang and E. Wolf, JOSA **60**, 1501 (1970).
19. М. Борн, Э. Вольф, *Основы оптики*, М.: Наука, 1973.