

Фокусировка параметрического рентгеновского излучения

А. В. Щагин¹⁾

Харьковский физико-технический институт, 61108 Харьков, Украина

Поступила в редакцию 31 мая 2004 г.

После переработки 12 августа 2004 г.

Описана возможность фокусировки параметрического рентгеновского излучения (ПРИ) без применения рентгеновской оптики. ПРИ испускается релятивистскими заряженными частицами, движущимися в режиме канализования вдоль изогнутого кристалла. ПРИ, испускаемое со всей длины изогнутого кристалла, фокусируется в двух точках на оси кривизны кристалла. Приведено построение Гюйгена для формирования сфокусированного ПРИ. Оценена ширина спектрального пика этого излучения. Некоторые свойства сфокусированного ПРИ оценены для типичных экспериментальных условий, обсуждаются возможности его применения. Предложен эксперимент для наблюдения сфокусированного ПРИ. Показано, что наблюдение сфокусированного ПРИ возможно при энергии протонов порядка десятков и более ГэВ.

PACS: 41.50.+h, 41.60.-m, 61.80.Cb, 61.85.+p

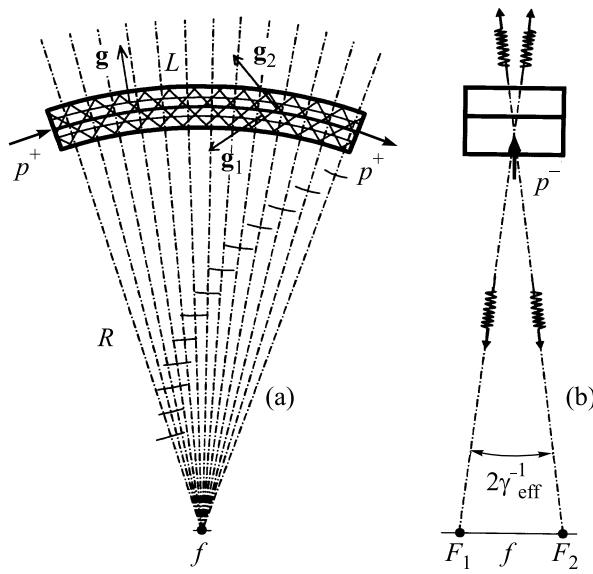
Возможность использования кристаллов для управления движением заряженных частиц была предсказана в работе [1]. Управление может быть реализовано для частиц, которые движутся через длинный плавно изогнутый кристалл в режиме канализования [2, 3]. Эксперименты по отклонению, фокусировке, выводу пучков протонов с помощью изогнутых кристаллов были выполнены, например, в Серпухове при энергии протонного пучка 70 ГэВ [4, 5], в CERN при 120 ГэВ [6] и 450 ГэВ [7, 8], в Fermilab при 900 ГэВ [9]. Наиболее эффективно управление положительными частицами при плоскостном канализовании (см., например, [7]). В экспериментах обычно применяются изогнутые кристаллы длиной несколько сантиметров. Такие кристаллы, по-видимому, можно использовать как радиаторы для получения сфокусированного параметрического рентгеновского излучения (ПРИ) от релятивистских частиц, движущихся в режиме канализования.

Экспериментальные исследования ПРИ релятивистских электронов, пересекающих неизогнутый тонкий кристалл, выполнялись, начиная с 1985 г., с целью изучения его свойств и разработки нового источника квазимохроматического поляризованного рентгеновского пучка. Было установлено, что ПРИ имеет максимальный выход вблизи направления Брэгга относительно кристаллографической плоскости (рефлекс ПРИ). Рефлекс ПРИ наблюдался и изучался на пучках электронов с энергиями от нескольких МэВ до нескольких ГэВ и энергиях ПРИ от нескольких единиц до сотен кэВ. В большин-

стве известных публикаций была показана справедливость кинематической теории Тер-Микаэляна [10] для описания наблюдаемых свойств ПРИ. Общая информация относительно природы, свойств и исследований ПРИ, а также ссылки на оригинальные работы содержатся, например, в обзорах [11–14]. Эксперимент по наблюдению ПРИ, испускаемого протонами, был описан в работе [15]. Однако ПРИ от частиц, движущихся в режиме канализования в изогнутом кристалле, пока не исследовалось, насколько нам известно.

Рассмотрим фокусировку ПРИ [16]. Предположим, что релятивистские заряженные частицы движутся в режиме канализования вдоль изогнутой тонкой монокристаллической пластины, как показано на рисунке. Кристалл изогнут с радиусом кривизны R вокруг оси f . Частицы движутся вдоль кристаллографической плоскости, обозначенной вектором обратной решетки \mathbf{g} . При этом они пересекают другие кристаллографические плоскости и испускают рефлексы ПРИ в направлениях Брэгга относительно этих плоскостей. В настоящей работе мы рассмотрим рефлексы ПРИ от кристаллографических плоскостей, расположенных под углом 45° относительно траектории частицы, перпендикулярно плоскости рисунка (а). Эти кристаллографические плоскости обозначены векторами обратной решетки \mathbf{g}_1 и \mathbf{g}_2 . Рефлексы ПРИ от этих плоскостей излучаются перпендикулярно к траектории частицы и поверхности кристаллической пластины. Рефлексы ПРИ от плоскостей \mathbf{g}_1 выходят из вогнутой стороны пластины и сходятся в направлении оси f . Максимумы излучения в этих рефлексах пересекаются на оси f или, другими словами, фокусируются. Таким образом, ПРИ от кристал-

¹⁾e-mail: shchagin@kipt.kharkov.ua



Построение Гюйгенса и фокусировка ПРИ, испускаемых частицами, которые движутся в режиме канализирования вдоль тонкой изогнутой монокристаллической пластины. Вид сбоку и вид спереди показаны на рисунке (а) и (б) соответственно. Траектория одной из частиц обозначена стрелками p^+ . Частицы движутся вдоль кристаллографических плоскостей, обозначенных вектором обратной решетки \mathbf{g} . Кристалл изогнут с радиусом кривизны R вокруг оси f . Направления распространения излучения в максимумах рефлексов ПРИ показаны волнистыми линиями со стрелками на рисунке (б). ПРИ от кристаллографических плоскостей, обозначенных вектором обратной решетки \mathbf{g}_1 , фокусируется в точках F_1 и F_2 на оси f . Рефлексы ПРИ от кристаллографических плоскостей, обозначенных вектором обратной решетки \mathbf{g}_2 , излучаются в противоположных направлениях. ПРИ, сфокусированное в точках F_1 и F_2 , линейно поляризовано практически в плоскости (б). На (а) на радиальных линиях R показаны участки сферических волновых фронтов излучения, возникающего в точках пересечения частицей кристаллографических плоскостей. Вблизи оси f фокусируется цуг волн с длиной волны $\lambda = c2\pi\sqrt{2}/Vg_1$ и длиной цуга $l = cL/V$ с числом периодов $n = Lg_1/2\pi\sqrt{2}$

лографических плоскостей \mathbf{g}_1 , испускаемое со всей длины изогнутого кристалла (несколько сантиметров), собирается (фокусируется) вблизи оси f . Рефлексы ПРИ от плоскостей \mathbf{g}_2 выходят из выпуклой стороны пластины и расходятся в противоположных направлениях.

Классическое выражение для частоты ПРИ от неизогнутого кристалла [10] можно получить из условия конструктивной интерференции от последовательных вспышек излучения, возникающих при пе-

ресечениях частицей кристаллографических плоскостей. Разность фаз излучения от соседних кристаллографических плоскостей должна быть кратной 2π (см. построение Гюйгенса в [12, 14]). Аналогично формируется ПРИ и в рассматриваемом в настоящей работе случае, однако здесь вспышки излучения расположены периодически не на прямой, а на изогнутой траектории частицы. Построение Гюйгенса для этого случая показано на рисунке (а). Разность фаз между волновыми фронтами сходящегося излучения от соседних кристаллографических плоскостей равна или кратна 2π . Очевидно, что частота ПРИ, испускаемого в направлении оси изгиба f , частицей, движущейся в режиме канализирования вдоль изогнутого кристалла, равна частоте ПРИ, испускаемого перпендикулярно к прямой траектории частицы в неизогнутом кристалле. В обоих случаях энергия E (частота ω) выражается формулой

$$E = \hbar\omega = V\hbar g_1/\sqrt{2}, \quad (1)$$

где V – скорость частицы, $g_1 = |\mathbf{g}_1| = 2\pi/a$, a – расстояние между соседними кристаллографическими плоскостями, которые описываются вектором обратной решетки \mathbf{g}_1 . Таким образом формируется монохроматическое излучение от периодически расположенных дискретных источников, которое попадает в фокус с разностью фаз, равной или кратной 2π . Для краткости будем называть такое формирование фокусировкой ПРИ. Отметим, что частота ПРИ на оси f не зависит от радиуса изгиба R .

С классической точки зрения, в фокус приходит цуг волн постоянной амплитуды с числом периодов, равным числу кристаллографических плоскостей $n = Lg_1/2\pi\sqrt{2}$, которые пересекла частица. Формирование цуга показано на рисунке (а). Направление распространения цуга изменяется в пределах небольшого угла L/R . Относительную естественную ширину спектрального пика такого излучения можно оценить как $\Delta E/E \sim 1/n$. С квантовой точки зрения, квант ПРИ с энергией E может прибыть в фокус в течение промежутка времени $\Delta t = L/V$, равного времени движения частицы через кристалл. В этом случае естественную ширину спектрального пика ПРИ можно оценить из соотношения неопределенности Гейзенберга $\Delta E\Delta t \sim \hbar$. Используя выражение (1), из этого соотношения получаем $\Delta E/E \sim 1/2\pi n$. Таким образом, классическая и квантовая оценки почти совпадают и дают очень малую относительную естественную ширину спектрального пика, сфокусированного ПРИ $\sim 1/n$. Однако эта оценка может быть справедлива только для бесконечно малого детектора и идеальных условий эксперимента. В реальном экспери-

менте должно наблюдаться уширение спектрального пика вследствие конечного углового размера детектора и углового разрешения эксперимента в целом, отклонения формы изогнутого кристалла от цилиндрической, влияния излучения неканализированных частиц и других экспериментальных факторов.

Свойства рефлекса ПРИ, испускаемого под прямым углом к пучку частиц в тонких кристаллах, изучались в нескольких работах. Например, изображение такого рефлекса ПРИ было получено в работе [17], его поляризация рассматривалась в работе [18], детальная структура углового распределения выхода ПРИ изучалась в [19]. Угловое распределение выхода в рефлексе ПРИ под прямым углом к пучку частиц показано, например, на рисунках в работах [17, 19, 14], а угловое распределение направлений линейной поляризации – в работах [18, 14]. Угловое распределение выхода ПРИ в рефлексе под прямым углом к траектории частицы имеет два максимума в плоскости, перпендикулярной траектории частицы, на угловом расстоянии $2\gamma_{\text{eff}}^{-1}$ друг от друга. Поэтому ПРИ фокусируется вблизи двух точек F_1 и F_2 на оси f в плоскости рисунка (b) на расстоянии примерно $2\gamma_{\text{eff}}^{-1}R$ друг от друга. Здесь $\gamma_{\text{eff}}^{-1} = \sqrt{\gamma^{-2} + |\chi_0|}$, где γ_{eff} – эффективный релятивистский фактор в среде [14], γ – релятивистский фактор налетающих частиц, χ_0 – диэлектрическая восприимчивость среды.

Размер пятна ПРИ, сфокусированного вблизи точки F_1 или F_2 , составляет $\sim \gamma_{\text{eff}}^{-1}R$. Энергия (частота) ПРИ в пятне вблизи точек F_1 и F_2 меняется в зависимости от смещения точки наблюдения на расстояние b от оси f в горизонтальном (на рисунке (a)) направлении на величину

$$\Delta E = E \frac{b}{R}. \quad (2)$$

Однако при смещении точки наблюдения в направлении, параллельном оси f , частота ПРИ остается неизменной [10, 20, 21]. ПРИ линейно поляризовано вблизи точек F_1 и F_2 . Направление линейной поляризации в обоих симметричных пятнах лежит практически в плоскости рисунка (b). Таким образом, сфокусированное ПРИ линейно поляризовано в плоскости рисунка (b).

Кроме испускания ПРИ, частицы, движущиеся через пластину, ионизируют и возбуждают атомы кристалла, что приводит к испусканию характеристического рентгеновского излучения (ХРИ) атомами кристалла. ХРИ изотропно и не сфокусировано, но оно также присутствует в точках F_1 и F_2 .

Оценим некоторые свойства сфокусированного ПРИ для типичных экспериментальных условий. В

качестве примера мы выполнили вычисления для 70 и 450 ГэВ протонов, движущихся вдоль монокристаллической пластины кремния толщиной $T = 0.5$ мм и длиной $L = 5$ см с радиусом кривизны $R = 5$ м. Протоны движутся в режиме канализирования вдоль кристаллографической плоскости (110), которая обозначена на рисунке вектором обратной решетки $\mathbf{g} = \langle \bar{1}\bar{1}0 \rangle$. Рефлексы ПРИ производятся на кристаллографических плоскостях, параллельных обозначенным на рисунке векторам обратной решетки $\mathbf{g}_1 = \langle 100 \rangle$ и $\mathbf{g}_2 = \langle 0\bar{1}0 \rangle$. Расчет числа квантов ПРИ I_{PXR} на один протон на 1 см² в точках F_1 или F_2 выполнялся по формуле

$$I_{PXR} = Y \frac{L}{T} \Omega, \quad (3)$$

где $\Omega = S/R^2$ – телесный угол детектора площадью $S = 1$ см², расположенного в точке F_1 или F_2 , Y – дифференциальный выход ПРИ в максимуме рефлекса под углом 90° к вектору скорости частицы, испускаемого в геометрии Лауз или Брэгга из монокристаллической Si мишени толщиной $T/\sqrt{2}$, расположенной под углом 45° к оси пучка, с учетом ослабления излучения в мишени. Отметим, что такой дифференциальный выход Y равен дифференциальному выходу ПРИ из участка изогнутого кристалла длиной T , облучаемого частицами, равномерно распределенными по толщине кристалла. Расчеты дифференциального выхода Y с учетом ослабления излучения в мишени выполнялись по формулам из работ [12, 14, 22], которые были получены в рамках кинематической теории Тер-Микаэляна [10]. Рефлексы ПРИ, которое фокусируется вблизи точек F_1 и F_2 , производятся на кристаллографических плоскостях (400), (800), (1200), которые параллельны плоскости (100) и имеют отличный от нуля структурный фактор. Рефлексы ПРИ от плоскостей с более высокими индексами Миллера дают существенно меньший выход излучения. Рефлексы ПРИ от аналогичных кристаллографических плоскостей, которые параллельны плоскости (010), излучаются в противоположных от оси f направлениях с выпуклой стороны пластины. Они создают мнимое изображение источников излучения в точках F_1 и F_2 . Особый случай дифракции излучения при канализировании [23] и другие типы излучения частицы в кристалле не рассматриваются в настоящей работе. Многократное рассеяние протонов не учитывалось, потому что они движутся в кристалле в режиме канализирования.

В рассматриваемом примере кристаллографическая ось $\langle \bar{1}10 \rangle$ ориентирована вдоль траектории пучка протонов. Чтобы избежать режима осевого канализирования протонов в эксперименте, следует обес-

Свойства ХРИ и сфокусированного ПРИ от протонов с энергией 70 и 450 ГэВ, которые движутся в режиме канализации вдоль кристаллографической плоскости (110) в изогнутой пластине из монокристалла кремния

Излучение	ХРИ Si	ПРИ(400)	ПРИ(800)	ПРИ(1200)
Поляризация	Нет	Линейная	Линейная	Линейная
E , кэВ	1.74	6.46	12.91	19.37
$(\Delta E/E)_{nat}$		$3.84 \cdot 10^{-9}$	$1.92 \cdot 10^{-9}$	$1.28 \cdot 10^{-9}$
$(\Delta E/E)_D$		$2 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$
T_e в Si, мкм	13.3	37	270	865
Протоны	γ_{eff}^{-1}	—	$1.42 \cdot 10^{-2}$	$1.36 \cdot 10^{-2}$
70 ГэВ	ΔF , мм	—	142	136
	I , $\frac{\text{квантов}}{\text{см}^2 \cdot \text{п}^+$	$1.65 \cdot 10^{-7}$	$9.56 \cdot 10^{-8}$	$1.86 \cdot 10^{-8}$
Протоны	γ_{eff}^{-1}	—	$5.24 \cdot 10^{-3}$	$3.18 \cdot 10^{-3}$
450 ГэВ	ΔF , мм	—	52.4	31.8
	I , $\frac{\text{квантов}}{\text{см}^2 \cdot \text{п}^+}$	$1.94 \cdot 10^{-7}$	$6.90 \cdot 10^{-7}$	$3.98 \cdot 10^{-8}$

Примечание. Толщина пластины $T = 0.5$ мм, длина $L = 5$ см, радиус кривизны $R = 5$ м. Источник излучения (ХРИ или сфокусированное ПРИ от указанных кристаллографических плоскостей) и его поляризация указаны в первой и второй строках таблицы, E – энергия спектрального пика излучения, $(\Delta E/E)_{nat} = 1/n$ – естественная относительная ширина спектрального пика ПРИ на оси f для точечного детектора, $(\Delta E/E)_D$ – ширина линии, рассчитанная по формуле (2) для горизонтального размера детектора $b = 1$ см, T_e – длина ослабления в e раз излучения с энергией E в кристалле Si, γ_{eff}^{-1} – обратный эффективный релятивистский фактор (для сравнения, обратный релятивистский фактор γ^{-1} для 70 и 450 ГэВ протонов равен $1.34 \cdot 10^{-2}$ и $2.08 \cdot 10^{-3}$, соответственно), ΔF – расстояние между точками F_1 и F_2 , I – число квантов на один протон на 1 см² в точках F_1 и F_2 с учетом ослаблением рентгеновского излучения в кристалле для полного числа движущихся в режиме канализации протонов, случайно распределенных по толщине кристаллической пластины.

печить разориентацию кристаллической решетки в плоскости (110) на угол, несколько превышающий критический угол канализации Линхарда. Критические углы канализации для протонов с энергией 70 и 450 ГэВ в монокристалле Si составляют около $2.4 \cdot 10^{-5}$ и $1 \cdot 10^{-5}$ рад, соответственно [2]. Эти углы много меньше характерных угловых размеров рефлексов ПРИ, которые определяются величиной γ_{eff}^{-1} (см. таблицу). Поэтому основные свойства ПРИ и положение точек F_1 и F_2 изменяются несущественно при такой малой разориентации решетки относительно пучка частиц.

Свойства ПРИ зависят от релятивистского фактора и абсолютного значения заряда налетающей частицы [10, 12, 22]. Поэтому результаты настоящих вычислений могли бы быть справедливы для 38 и 245 МэВ позитронов и электронов, которые имеют такой же релятивистский фактор. Однако характер движения этих частиц в длинном кристалле может существенно отличаться от движения протонов. Например, значительная часть протонов высокой энергии может двигаться через длинный изогнутий кристалл в режим канализации [2–9]. Но электроны сильно рассеиваются при канализации. Насколько нам известно, пока нет публикаций об экспериментальных исследованиях движения позитронов в режиме канализации в изогнутых кристаллах а также испускания ПРИ позитронами в каких-либо кристаллах.

Кроме того, было оценено число квантов ХРИ с энергией 1.74 кэВ в результате ионизации K -оболочки атомов Si релятивистскими протонами. Расчет числа квантов ХРИ I_{CXR} выполнялся по формуле

$$I_{CXR} = \frac{\sigma_K \omega_K \Omega n_0 L T_e}{4\pi T}, \quad (4)$$

где σ_K – сечение ионизации K -оболочки атомов Si протонами, ω_K – флуоресцентный выход, n_0 – плотность атомов в монокристалле кремния, T_e – длина ослабления в e раз излучения с энергией 1.74 кэВ в монокристалле кремния. В расчетах использовались значения сечения ионизации K -оболочки 1654 и 1946 барн для протонов с энергией 70 и 450 МэВ, соответственно. Эти сечения были рассчитаны для электронов с энергией 38 и 245 МэВ, имеющих такой же релятивистский фактор, как и протоны с энергией 70 и 450 ГэВ. Расчеты сечений были выполнены в соответствии с рекомендациями из работы [24]. Эффект плоскостного канализации не учитывался в настоящих оценках выхода ХРИ, поскольку его влияние должно быть не слишком значительным при высоких энергиях частицы (см. ссылки в [24]). Однако следует иметь в виду, что реальное число квантов ХРИ от канализированных протонов в эксперименте должно быть несколько меньше, чем дает оценка в настоящей работе без учета эффекта канализации.

Вычисления были выполнены для однородного распределения протонов по толщине пластины. Излу-

чение, возбуждаемое канализированными протонами, движется к точкам F_1 и F_2 поперек пластины и ослабляется в кристалле Si. Ослабление излучения в кремниевой пластине учитывалось в вычислениях.

Результаты вычислений представлены в таблице. Спектр рентгеновского излучения в точках F_1 и F_2 содержит четыре спектральных пика в диапазоне энергий от 1.7 до 19.4 кэВ. Такой спектр удобно регистрировать, например, стандартным Si(Li) рентгеновским детектором. Пик с энергией 1.74 кэВ обусловлен нефокусированным (изотропным) неполяризованным ХРИ, которое производится главным образом протонами, движущимися в 13.3 мкм слое, расположенным с вогнутой стороны пластины. Толщина этого слоя определяется ослаблением рентгеновского излучения с энергией 1.74 кэВ в кристалле кремния (см. таблицу). Поэтому только небольшая часть от общего количества протонов, проходящих через пластину, производит ХРИ, которое достигает точек F_1 и F_2 . Остальные спектральные пики обусловлены сфокусированным линейно-поляризованным ПРИ. Спектральные пики ПРИ с энергиями $E = 6.46$ и 12.91 кэВ обусловлены главным образом протонами, движущимися в 37 и 270 мкм слоях, расположенных с вогнутой стороны пластины (см. длину ослабления в таблице). Спектральный пик с энергией 19.37 кэВ обусловлен практически всеми протонами, которые движутся в пластине.

Таким образом, источники излучения для различных спектральных пиков в точках F_1 и F_2 имеют различные распределения по толщине кристаллической пластины. Поэтому измерения и анализ относительных интенсивностей этих спектральных пиков могут позволить оценить распределение пучка протонов по толщине кристалла. Это может быть сделано для всей пластины или для ее отдельной части при условии, что остальные части пластины экранированы и рентгеновский детектор может видеть только эту отдельную часть кристалла. ХРИ от 13.3 мкм слоя, расположенного на выпуклой стороне изогнутого кристалла, может быть зарегистрировано другим рентгеновским детектором, установленным напротив выпуклой стороны изогнутого кристалла, поскольку ХРИ изотропно и число квантов ХРИ должно быть почти одинаковым с обоих сторон кристалла.

Угловая расходимость (сходимость) сфокусированного ПРИ равна L/R в плоскости рисунка (а). Ее можно изменять путем изменения радиуса кривизны R изогнутого кристалла. Таким образом, мы имеем источник рентгеновского излучения размером несколько сантиметров с возможностью плавной регулировки его расходимости (сходимости). Такой

источник квазимохроматического поляризованного рентгеновского излучения с возможностью плавной настройки расходимости может быть использован для калибровки детекторов рентгеновского излучения или рентгеновской оптики с большой апертурой, например, объективов космических телескопов рентгеновского излучения [25].

Эксперимент по наблюдению сфокусированного ПРИ может быть выполнен на ускорителе протонов с кристаллом, который изогнут для управления протонным пучком, при токе канализированных частиц порядка или более $10^7 p^+$ /с. Из таблицы видно, что все спектральные пики имеют сопоставимые интенсивности при энергии протонов 450 ГэВ [16]. С уменьшением энергии протонов до 70 ГэВ интенсивность пиков с высокими энергиями существенно уменьшается, однако остается возможность наблюдения спектральных пиков с низкими энергиями. Рентгеновский детектор, имеющий площадь приблизительно 1 см², должен быть установлен в точке F_1 или F_2 на оси f . Асимметричная установка двух детекторов в точках F_1 и F_2 позволит регистрировать максимальное число квантов от различных рефлексов ПРИ. Регистрация ПРИ и ХРИ от неканализированных частиц может быть подавлена путем измерения спектра рентгеновского излучения в совпадении с частицами, которые прошли через изогнутый кристалл в режиме канализирования. Для наблюдения мягкого рентгеновского излучения необходимо обеспечить вакуумное соединение между изогнутым кристаллом и рентгеновским детектором из-за ослабления излучения в воздухе. Рентгеновское излучение с энергией 1.74 и 6.46 кэВ практически полностью поглощается на расстоянии 5 м в воздухе. Однако наблюдение спектральных пиков сфокусированного ПРИ с более высокой энергией возможно и в воздухе. Рентгеновское излучение с энергией 12.91 и 19.37 кэВ ослабляется с коэффициентами приблизительно 0.23 и 0.60, соответственно, на расстоянии 5 м в сухом воздухе. Энергии всех спектральных пиков практически не зависят от энергии релятивистской частицы. Однако их интенсивность может увеличиваться (уменьшаться) при увеличении (уменьшении) энергии частиц [12, 22].

Автор выражает признательность Е. Н. Цыганову за дискуссию во время конференции [3, 26] а также X. Artru, I. Endo и В. В. Сотникову за обсуждения.

-
1. E. N. Tsygannov, *Fermilab TM-682*, Batavia, 1976.
 2. В. М. Бирюков, Ю. А. Чесноков, В. И. Котов, УФН **164**, 1017 (1994).

3. E. Tsyganov, in: *The Future of Accelerator Physics*, Ed. T. Tajima, AIP Conf. Proc. **356**, AIP, New York, 1996, p. 73.
4. A. A. Asseev and M. Yu. Gorin, Nucl. Instr. and Meth. **B119**, 210 (1996).
5. Yu. A. Chesnokov, Nucl. Instr. and Meth. **B119**, 163 (1996).
6. K. Elsener, G. Fidecaro, M. Gyr et al., Nucl. Instr. and Meth. **B119**, 215 (1996).
7. A. Baurichter, K. Kirsebom, R. Medenwaldt et al., Nucl. Instr. and Meth. **B119**, 172 (1996).
8. N. Doble, L. Gatigton, and P. Grafstrom, Nucl. Instr. and Meth. **B119**, 181 (1996).
9. C. T. Murphy, R. Carrigan, D. Chen et al., Nucl. Instr. and Meth. **B119**, 231 (1996).
10. М. Л. Тер-Микаелян, *Влияние среды на электромагнитные процессы*, Издательство Академии наук Армянской ССР, Ереван, 1969.
11. М. Л. Тер-Микаелян, УФН **171**, 597 (2001).
12. A. V. Shchagin and X. K. Maruyama, *Parametric X-rays*, in: *Accelerator-based atomic physics technique and applications*, Eds. S. M. Shafron and J. C. Austin, AIP Press, New York, 1997, p. 279.
13. P. Rullhusen, A. Artru, and P. Dhez, *Novel radiation sources using relativistic electrons*, World Scientific Publishers, Singapore, 1998.
14. A. V. Shchagin, in: *Electron-photon interactions in dense media*, Ed. H. Wiedemann, NATO Science Series, II Mathematics, Physics and Chemistry, **49**, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London, 2002, p. 133.
15. V. P. Afanasenko, V. G. Baryshevsky, R. F. Zuevsky et al., Phys. Lett. **A170**, 315 (1992).
16. A. V. Shchagin, E-preprint physics/0404137 (April 2004). Correction: The number of quanta for PXR(12 00) at proton energy 450 GeV in Table 1 must be $3.98 \cdot 10^{-8}$ instead of $1.28 \cdot 10^{-7}$.
17. R. B. Fiorito, D. W. Rule, M. A. Piestrup et al., Phys. Rev. **E51**, R2759 (1995).
18. A. V. Shchagin, Phys. Lett. **A247**, 27 (1998).
19. A. V. Shchagin, Phys. Lett. **A262**, 383 (1999).
20. A. V. Shchagin, V. I. Pristupa, and N. A. Khizhnyak, Phys. Lett. **A148**, 485 (1990).
21. K.-H. Brenzinger, B. Limburg, H. Backe et al., Phys. Rev. Lett. **79**, 2462 (1997).
22. A. V. Shchagin and N. A. Khizhnyak, Nucl. Instr. and Meth. **B119**, 115 (1996).
23. T. Ikeda, Y. Matsuda, H. Nitta, and Y. H. Ohtsuki, Nucl. Instr. and Meth. **B115**, 380 (1996).
24. A. V. Shchagin, V. I. Pristupa, and N. A. Khizhnyak, Nucl. Instr. and Meth. **B48**, 9 (1994).
25. A. V. Shchagin, N. A. Khizhnyak, R. B. Fiorito et al., Nucl. Instr. and Meth. **B173**, 154 (2001).
26. A. V. Shchagin, in: *The Future of Accelerator Physics*, Ed. T. Tajima, AIP Conf. Proc. **356**, AIP, New York, 1996, p. 359.