

## Затухание турбулентного каскада капиллярных волн на поверхности жидкого водорода

М. Ю. Бражников<sup>1)</sup>, Г. В. Колмаков, А. А. Левченко, Л. П. Межов-Деглин, А. Н. Сильченко<sup>+</sup>, Р. V. E. McClintock<sup>+</sup>

Институт физики твердого тела РАН, 142431 Черноголовка, Россия

<sup>+</sup>Department of Physics, Lancaster University, Lancaster, LA1 4YB, UK

Поступила в редакцию 31 мая 2004 г.

Проведены экспериментальные исследования свободно распадающегося турбулентного каскада капиллярных волн на поверхности жидкого водорода после выключения гармонической накачки. Обнаружено, что затухание каскада начинается с высокочастотной стороны спектра колебаний и протекает в квазистационарном режиме. Характерное время релаксации всего каскада оказалось близким к времени вязкого затухания волны, на частоте которой возбуждалась поверхность.

PACS: 47.27.-i, 47.35.+i

**Введение.** Данная работа является продолжением наших исследований турбулентности в системе капиллярных волн на поверхности жидкого водорода [1] и посвящена изучению релаксации турбулентного каскада капиллярных волн после выключения возбуждающей силы (накачки).

В рамках теории слабой волновой турбулентности, развитой в работах [2, 3], статистическое распределение “чисел заполнения”  $n_\omega$  для капиллярных волн может быть описано кинетическим уравнением:

$$\frac{\partial n_\omega}{\partial t} = \text{st}(n) - 2\gamma_\omega n_\omega + F_{\text{drive}}(t), \quad (1)$$

где  $\text{st}(n)$  – интеграл столкновений,  $\gamma_\omega$  – коэффициент вязкого затухания капиллярных волн,  $F_{\text{drive}}(t)$  соответствует внешней накачке. Согласно [4],  $\gamma_\omega = 2\nu(\rho/\sigma)^{1/3}\omega^{4/3}$ , где  $\nu$  – вязкость,  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения и  $\rho$  – плотность жидкости. Связь между частотой капиллярной волны  $\omega$  и волновым вектором  $k$  определяется законом дисперсии  $\omega^2 = (\sigma/\rho)k^3$ , то есть спектр является распадным. Поэтому основной вклад в интеграл столкновений, определяющий перераспределение энергии между волнами в  $k$ -пространстве, дают трехволновые акты взаимодействия – распад одной волны на две и слияние двух волн в одну волну с сохранением энергии и импульса.

В инерционном интервале частот – промежутке между областью накачки (низкие частоты) и областью диссипации энергии (высокие частоты) – динамика волн определяется в основном их нелинейным взаимодействием. При широкополосном возмущении низкочастотным шумом стационарным реше-

нием кинетического уравнения (1) в инерционном интервале является изотропный спектр капиллярной турбулентности (колмогоровский спектр):

$$n_\omega \sim Q^{1/2}\omega^{-15/6}, \quad (2)$$

где поток энергии  $Q$  направлен от низкочастотных волн к высокочастотным.

Колмогоровский спектр капиллярной турбулентности удалось наблюдать в экспериментальных исследованиях динамики нелинейных волн на поверхности воды [5–7], а также жидкого водорода [1]. В реальном эксперименте измеряется отклонение поверхности  $\eta(\mathbf{r}, t)$  от равновесного положения. Поэтому для удобства сравнения экспериментальных результатов с предсказаниями теории распределение (2) может быть переписано в терминах фурье-компонент корреляционной функции  $I(\tau) = \langle \eta(\mathbf{r}, t + \tau)\eta(\mathbf{r}, t) \rangle$  отклонения поверхности в вертикальном направлении. В частотном представлении корреляционная функция, описывающая турбулентный каскад, может быть представлена как

$$I_\omega \equiv \langle |\eta_\omega|^2 \rangle \sim \omega^{-1/3}n_\omega \sim \omega^{-17/6}. \quad (3)$$

Как показали численные расчеты [3, 8] и результаты наших измерений [1], показатель степени в спектре корреляционной функции (3) изменяется от  $-17/6$  при широкополосной накачке низкочастотным шумом до  $-3.5$  при накачке гармонической силой на фиксированной частоте  $\omega_p$ .

Эксперименты с жидким водородом позволили нам определить [9] положение высокочастотного края инерционного интервала – граничной частоты  $\omega_b$ , до которой простирается степенной спектр капиллярной

<sup>1)</sup>e-mail: makc@issp.ac.ru

турбулентности. Было обнаружено, что с уменьшением амплитуды колебаний поверхности на частоте накачки  $\eta_p$  граничная частота  $\omega_b$  смещается в сторону низких частот как  $\omega_b \sim \eta_p^{1,3}$ .

Естественно, что после выключения накачки  $F_{drive}(t) = 0$  поверхность релаксирует к равновесному невозмущенному состоянию. В монографии [3] рассматривается сценарий автоматической релаксации турбулентного каскада в инерционном интервале в пренебрежении вязкими потерями, то есть второе слагаемое в кинетическом уравнении (1) изначально полагается равным нулю. Одним из важнейших следствий этого сценария является то, что затухание каскада должно начинаться со стороны низких частот, так что со временем энергосодержащая часть спектра (максимум распределения  $I_\omega$ ) смещается в сторону высоких частот. Однако оставалось неясным, насколько возможна реализация этого сценария в реальных условиях.

В данной работе представлены результаты экспериментальных исследований затухания турбулентных колебаний на заряженной поверхности жидкого водорода и приведены данные по изменению во времени корреляционной функции  $I_\omega$  после ступенчатого выключения гармонической накачки.

К достоинствам жидкого водорода в данных экспериментах относятся минимальная плотность и малая вязкость жидкости; коэффициент нелинейного взаимодействия капиллярных волн на поверхности водорода  $V \sim (\sigma/\rho^3)^{1/4} k^{9/4}$  в три раза больше, чем, например, на поверхности воды. Колебания заряженной поверхности можно возбуждать переменным электрическим полем, что позволяет контролируемым образом изменять характеристики источника возмущения: амплитуду приложенной непосредственно к поверхности внешней силы и частотный спектр возмущения, и наблюдать за релаксацией свободных колебаний поверхности жидкости после ступенчатого выключения внешней накачки.

**Эксперимент.** Конструкция прибора и методики измерений подробно обсуждаются в работе [10]. Оптическая ячейка размещалась в вакуумной полости гелиевого криостата. Внутри ячейки был установлен плоский горизонтальный конденсатор. Газообразный водород конденсировали в цилиндрический стакан, образованный нижней обкладкой конденсатора и охранным кольцом. Набор водорода прекращали, когда поверхность жидкости оказывалась вровень с охранным кольцом.

На нижней обкладке конденсатора закреплена радиоактивная мишень. Приложенное к нижней обкладке положительное электрическое напряжение из-

влекает из ионизированного слоя жидкости, прилегающего к поверхности мишени, положительные ионы и поджимает их к поверхности жидкого водорода, где они образуют квазидвумерный заряженный слой. Для предотвращения ухода зарядов на стенки стакана к охранным кольцу прикладывается напряжение, равное напряжению на нижней обкладке. Поле заряженного слоя полностью компенсирует электрическое поле внутри жидкости.

В предварительных экспериментах диаметр стакана составлял 25 мм, глубина 3 мм (малая ячейка). Большинство приводимых далее результатов было получено в большой ячейке: диаметр стакана 60 мм, глубина 6 мм. Ширина зазора между поверхностью жидкости и верхней обкладкой конденсатора в обеих ячейках составляла 4 мм.

Колебания заряженной поверхности жидкого водорода возбуждали переменным электрическим полем при подаче на охранный кольцо переменного напряжения в дополнение к постоянному. Максимальная амплитуда переменного напряжения на охранным кольце не превышала 100 В, значение постоянного напряжения составляло 1400–1600 В. Как показал эксперимент [1, 10], в полях порядка 4000 В/см на частотах свыше 10 Гц закон дисперсии возбуждаемых поверхностных волн близок к капиллярному  $\omega \sim k^{3/2}$ .

Температура жидкого водорода при проведении экспериментов составляла 15.5 К.

Колебания поверхности жидкого водорода регистрировали по изменению мощности отраженного от поверхности жидкости лазерного луча. Отраженный луч фокусировали линзой на фотоприемник. Переменную составляющую напряжения на фотоприемнике усиливали и записывали в память компьютера с помощью 16-битного аналогово-цифрового преобразователя с частотой опроса 40 кГц. Время записи составляло от 2 до 10 секунд. Измерения были проведены при различных частотах накачки  $\omega_p/2\pi$  в диапазоне от 20 до 400 Гц. Угловая амплитуда колебаний поверхности не превышала 0.04 рад (что соответствует высоте волны 0.04 мм на частоте 100 Гц).

Корреляционная функция отклонения поверхности жидкости от невозмущенного состояния  $I_\omega$  может быть восстановлена по известному фурье-спектру мощности отраженного лазерного луча [10]. Данные эксперименты проводились в режиме “широкого луча”, при котором фурье-гармоника мощности отраженного луча  $P_\omega$  пропорциональна Фурье-гармонике отклонения поверхности  $\eta_\omega$ . Соответственно, корреляционная функция

$$I_\omega \equiv \langle |\eta_\omega|^2 \rangle \sim P_\omega^2.$$

**Результаты наблюдений.** Волны на поверхности жидкости возбуждали гармонической накачкой на фиксированной частоте  $\omega_p$  в течение интервала времени порядка 10 с, достаточного для установления стационарного турбулентного распределения в системе капиллярных волн. Затем накачку выключали и наблюдали за релаксацией свободных колебаний поверхности со временем.

На рис.1 показаны фрагменты записи временной зависимости сигнала с фотодетектора  $P(t)$  при накачке на частоте  $\omega_p/2\pi = 98$  Гц в малой ячейке (а) и

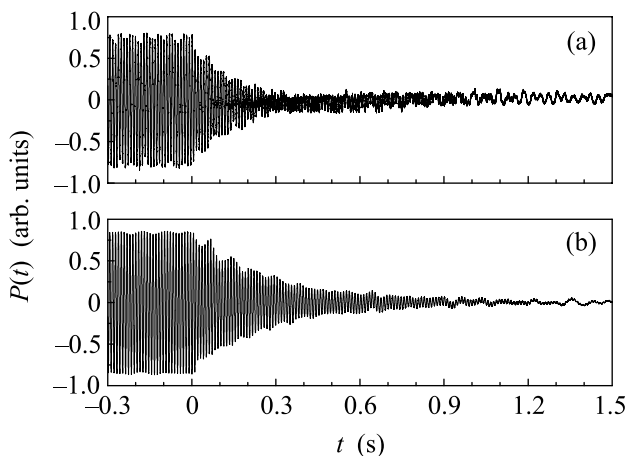


Рис.1. Релаксация колебаний поверхности жидкого водорода после выключения накачки на частоте  $\omega_p/2\pi$  в момент времени  $t = 0$ . (а) малая ячейка,  $\omega_p/2\pi = 98$  Гц; (б) большая ячейка,  $\omega_p/2\pi = 97$  Гц

97 Гц в большой ячейке (б). В момент времени  $t = 0$  гармоническая накачка выключается, и амплитуда колебаний начинает уменьшаться. Низкочастотная модуляция регистрируемого сигнала на рис.1 обусловлена неконтролируемыми колебаниями поверхности жидкости вследствие вибрации криостата. Из рис.1 видно, что затухание в малой ячейке происходит значительно быстрее, чем в большой ячейке. Очевидно, что в малой ячейке удельные потери энергии на трение о дно и стенки стакана гораздо существеннее, чем в большой ячейке. Поэтому подробные измерения процессов релаксации были проведены на большой ячейке.

На рис.2 показаны временные зависимости амплитуды регистрируемого сигнала  $P(t)$  при частотах накачки 97 Гц (а) и 173 Гц (б), полученные усреднением модуля сигнала  $P(t)$  по интервалу времени, кратному полупериоду основной гармонике. Оказалось, что падение амплитуды сигнала со временем после выключения накачки можно описать экспоненциальным законом  $P(t) \sim \exp(-t/\tau)$ , где постоянная вре-

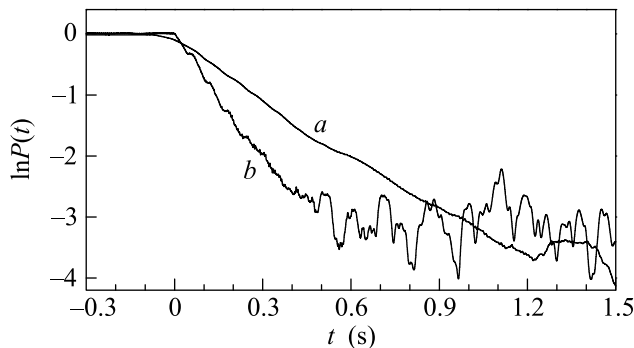


Рис.2. Зависимость амплитуды регистрируемого сигнала  $P(t)$  от времени в большой ячейке. а – частота накачки  $\omega_p/2\pi = 97$  Гц; б –  $\omega_p/2\pi = 173$  Гц

мени  $\tau = (0.3 \pm 0.03)$  с для частоты  $\omega_p/2\pi = 97$  Гц и  $\tau = (0.15 \pm 0.02)$  с при накачке на частоте 173 Гц. Зависимость постоянной времени затухания сигнала  $\tau$  от частоты  $\omega_p/2\pi$  показана на рис.3 в двойном логарифмическом масштабе (темные точки). Сплош-

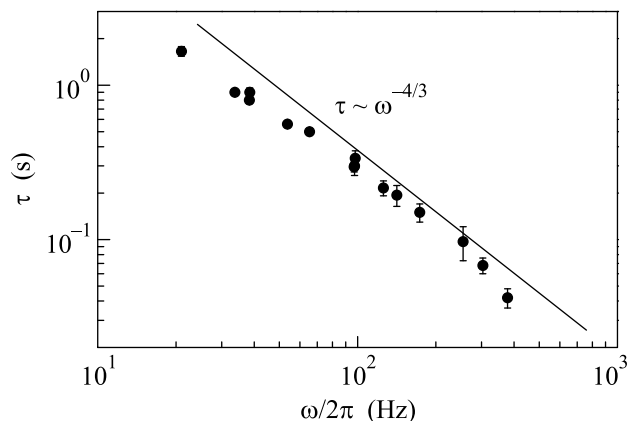


Рис.3. Частотная зависимость времени релаксации амплитуды  $\eta_p$  волны на частоте накачки  $\omega_p$  (в двойном логарифмическом масштабе). Сплошная линия соответствует рассчитанному по известной вязкости жидкого водорода времени вязкого затухания капиллярной волны с частотой  $\omega_p$

ная линия соответствует времени вязкого затухания линейной волны на поверхности жидкого водорода  $\tau_\omega = \gamma\omega^{-1} \sim \omega^{-4/3}$ , рассчитанному по известным значениям параметров жидкого водорода при температуре 15.5 К [11]. Видно, что экспериментальные точки лежат довольно близко к рассчитанной зависимости  $\tau_\omega$ .

Для изучения эволюции спектра корреляционной функции  $I_\omega$  со временем мы воспользовались процедурой оконного преобразования Фурье (Short-Time Fourier Transform) [12]. Правомерность использования этого метода анализа основывается на том, что наблюдающееся в эксперименте время затуха-

ния сигнала оказывается много больше периода гармонической силы, которой возбуждали поверхность  $\tau_\omega \gg 2\pi/\omega_p$ . Это позволяет выбрать временное окно, размеры которого малы по сравнению со временем затухания сигнала, однако много больше периода возбуждающей силы. Сдвигая положение окна по времени, мы смогли изучить эволюцию турбулентного каскада на поверхности жидкого водорода после выключения накачки. Спектры колебаний поверхности  $P_\omega^2$  при накачке на частоте 97 Гц в различные моменты времени показаны на рис.4: (а) – через 0.03 с

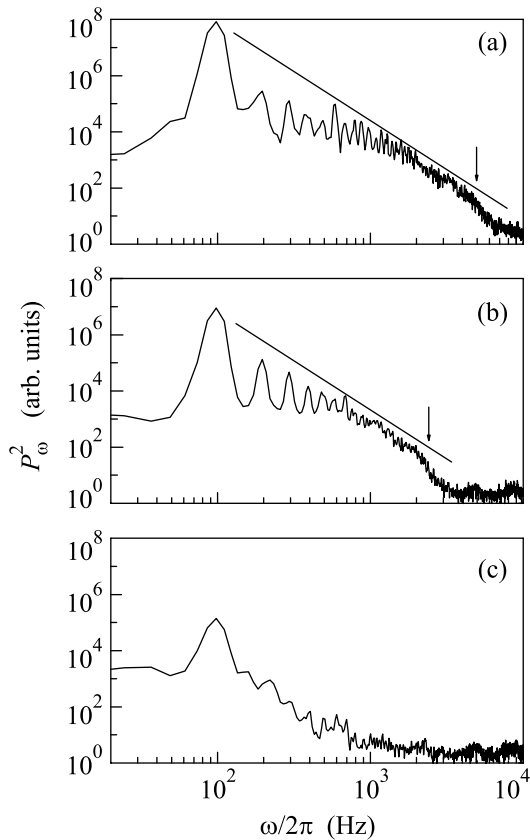


Рис.4. Спектры колебаний поверхности жидкого водорода в большой ячейке в различные моменты времени после выключения накачки: (а) – спектр колебаний через промежуток времени  $\Delta t = 0.03$  с после выключения накачки; (б) – спектр колебаний через  $\Delta t = 0.34$  с; (с) – спектр колебаний через  $\Delta t = 1.07$  с. Сплошная линия соответствует степенному закону  $P_\omega^2 \sim \omega^{-7/2}$ . Стрелка указывает положение высокочастотного края инерционного интервала  $\omega_b$

после выключения накачки, (б) – через 0.34 с и (с) – через 1.07 с после выключения накачки.

Сразу после выключения накачки спектр корреляционной функции  $I_\omega \sim P_\omega^2$  (рис.4а) близок к стационарному распределению нелинейных колебаний поверхности при узкополосной накачке [1]. Пик основ-

ной гармоники расположен на частоте накачки 97 Гц, кратные гармоники образуют каскад со степенной зависимостью  $P_\omega^2 \sim \omega^{-3.5}$  высоты пиков от частоты. Стрелка указывает положение высокочастотного края инерционного интервала  $\omega_b \approx 5$  кГц. Через промежуток времени  $\Delta t = 0.34$  с после выключения накачки (рис.4б) амплитуда волны на частоте  $\omega_p$  уменьшилась примерно в 3 раза по сравнению с показанной на рис.4а. При этом граничная частота  $\omega_b$  уменьшилась до  $\approx 2.4$  кГц. На рис.4с показана заключительная стадия затухания через  $\Delta t = 1.07$  с, когда возбуждены всего несколько гармоник. Примечательно, что в довольно длинном промежутке времени после выключения накачки,  $\Delta t \lesssim 0.6$  с, высокочастотная часть спектра может быть описана распределением  $P_\omega^2 \sim \omega^{-3.5}$ , свойственным стационарному каскаду, то есть в процессе релаксации колебаний форма спектра сохраняется, но затухание колебаний поверхности жидкости начинается с высокочастотной стороны спектра.

**Обсуждение.** Наблюдение квазистационарного спектра в течение достаточно долгого времени после выключения накачки позволяет предположить, что нелинейное время взаимодействия капиллярных волн много меньше времени вязкого затухания линейной волны на частоте накачки  $\omega_p$  даже в том случае, когда амплитуда колебаний поверхности на частоте накачки  $\omega_p/2\pi = 97$  Гц становится на порядок меньше исходной: уменьшается от 0.02 мм через 0.03 с после выключения накачки, до 0.002 мм через 0.6 с (рис.4а,б). В результате, относительно интенсивный обмен энергией между волнами, частоты которых лежат внутри инерционного интервала, приводит к стабилизации степенного спектра в области низких частот  $\omega < \omega_b$ . В то же время характерное время релаксации колебаний поверхности, как следует из эксперимента (см. рис.3, 4), определяется вязким затуханием волны на частоте накачки, и затухание каскада сопровождается движением высокочастотного края инерционного интервала  $\omega_b$  в сторону низких частот. Следовательно, при описании релаксации нелинейных колебаний поверхности жидкости в рамках кинетического уравнения (1) вязкими потерями нельзя пренебрегать даже при больших в условиях данного эксперимента амплитудах колебаний поверхности  $k\eta_p \lesssim 0.04$  рад, что соответствует  $\eta_p \lesssim 0.02$  мм для частоты накачки 97 Гц.

Проведенные недавно численные расчеты [13] с учетом вязкого затухания капиллярных волн во всем диапазоне частот  $\gamma_\omega \sim \omega^{4/3}$  показали, что после выключения накачки система достаточно быстро (за время порядка времени нелинейного взаимодейст-

вия) сбрасывает значительную часть энергии из низкочастотной области (порядка частоты накачки) в высокие частоты по нелинейному каналу, то есть посредством переноса энергии в виде каскада. В дальнейшей эволюции роль нелинейного взаимодействия на низких частотах относительно понижается. При последующей эволюции основным механизмом затухания волны с частотой, равной частоте накачки, становится вязкое затухание, а влияние нелинейного взаимодействия с высокочастотными волнами пренебрежимо мало в силу малости амплитуд последних. Амплитуды волн в высокочастотной части спектра с частотой ниже  $\omega_b$ , наоборот, определяются в основном взаимодействием с низкочастотными колебаниями поверхности, амплитуда колебаний которых на порядки превосходит амплитуды волн с высокой частотой. Таким образом, эволюция высокочастотной части спектра определяется нелинейными свойствами системы. При последующем уменьшении амплитуды поверхностных волн (при временах  $t \gtrsim 1$  с для накачки на частоте 97 Гц) граничная частота  $\omega_b$  становится порядка частоты накачки и вязкое затухание превалирует над нелинейным переносом энергии на всех частотах (рис.4с).

Необходимо отметить, что такой сценарий реализуется в системе капиллярных волн в наших экспериментах в силу ограниченности инерционного интервала частотами порядка 5–10 кГц. Из общей теории [3] следует, что в случае достаточно широкого инерционного интервала частот (а в идеализированном случае бесконечно малой вязкости ширина инерционного интервала стремится к бесконечности) нелинейное взаимодействие капиллярных волн локально и доминирующим является взаимодействие волн с близкими частотами. Как следует из наших исследований, в реальных экспериментальных условиях (в силу конечности инерционного интервала) нелокальное взаимодействие высокочастотных волн с низкочастотными волнами дает вклад, сравнимый с “локальной” частью взаимодействия, что и определяет наблюдаемые особенности распада турбулентного состояния капиллярных волн на заряженной поверхности жидкого водорода.

**Заключение.** Экспериментально обнаружено квазистационарное затухание турбулентного каскада капиллярных волн на поверхности жидкого водорода после выключения накачки на низких частотах. Затухание начинается с высоких частот и происходит за время, близкое к времени вязкого затухания вол-

ны на частоте накачки. При этом энергосодержащая часть спектра – максимум распределения  $I_\omega$  – остается на низких частотах в течение всего процесса затухания. Это указывает на то, что при рассмотрении релаксационных процессов в исследуемой системе капиллярных волн на поверхности жидкости необходимо учитывать вклад вязкого затухания.

Авторы благодарны В. Н. Хлопинскому за помощь в подготовке экспериментов, В. Е. Захарову, Е. А. Кузнецову и М. Т. Levinsen за полезные дискуссии. Исследования выполнены при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований гранты # 01-02-97037 и # 03-02-16865, гранта INTAS 2001-0618 и Минпромнауки РФ в рамках контракта # 40.012.1.1.11.64. Г. В. Колмаков благодарит за поддержку Фонд содействия отечественной науке (РФ) и Leverhulme Trust Foundation (UK).

1. М. Ю. Бражников, Г. В. Колмаков, А. А. Левченко, Л. П. Межов-Деглин, ФНТ **27**, 1183 (2001).
2. V. E. Zakharov and N. N. Filonenko, J. Appl. Mech. Tech. Phys. **4**, 506 (1967).
3. V. E. Zakharov, G. Falkovich, and V. S. L'vov, *Kolmogorov Spectra of Turbulence I*, Springer, Berlin, 1992.
4. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика*, т. **6**, *Гидродинамика*, М.: Наука, 1988.
5. W. Wright, R. Hiller, and S. Putterman, J. Acoust. Soc. Am. **92**, 2360 (1992).
6. E. Henry, P. Alstrom, and M. T. Levinsen, Europhys. Lett. **52**, 27 (2000).
7. M. Yu. Brazhnikov, G. V. Kolmakov, A. A. Levchenko, and L. P. Mezhev-Deglin, Europhys. Lett. **58**, 510 (2002).
8. Г. Е. Фалькович, А. Б. Шафаренко, ЖЭТФ **94**, 172 (1988).
9. М. Ю. Бражников, Г. В. Колмаков, А. А. Левченко, Л. П. Межов-Деглин, Письма в ЖЭТФ **74**, 660 (2001).
10. М. Ю. Бражников, А. А. Левченко, Л. П. Межов-Деглин, ПТЭ **45**, 31 (2002).
11. *Свойства конденсированных фаз водорода и кислорода*, под ред. Б. И. Веркина, Киев: Наукова Думка, 1984.
12. Shie Qian and Dapang Chen, *Joint Time-Frequency Analysis – Methods and Applications*, Prentice Hall PTR, 1996.
13. G. V. Kolmakov, A. A. Levchenko, M. Yu. Brazhnikov et al., accepted to Phys. Rev. Lett.