

## Стабильные нелинейные возбуждения типа спиралей в двумерных магнитных моделях

А. Б. Борисов, И. Г. Бострем<sup>+</sup>, А. С. Овчинников<sup>+</sup>

Институт физики металлов Уральского отделения РАН, 620219 Екатеринбург, Россия

<sup>+</sup> Уральский Государственный университет, 620083 Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 14 мая 2004 г.

Рассмотрен новый класс стабильных топологических возбуждений, имеющих форму малоамплитудных спиралей, для двумерного изотропного гайзенберговского ферромагнетика. Получено точное решение, являющееся обобщением ряда ранее полученных результатов. Найдены основные характеристики малоамплитудных спиралей через законы сохранения. Указываются возможности экспериментальной реализации спиральных структур.

PACS: 75.10.Hk, 75.75.+a

В последнее время наблюдается повышенный интерес к исследованию статических и динамических свойств наномгнетиков (магнитных точек) в связи с перспективой их использования в устройствах хранения и записи информации [1, 2]. Экспериментальное и численное исследования магнитных структур в наноматериалах с различной геометрией, в частности, дисков [3] и параллелепипедов [4] толщиной в несколько нанометров, обнаруживает различные типы структур в этих материалах. Установлено, что при заданной толщине их основным или метастабильным состоянием является либо плоскостное однодоменное упорядочение, если характерный радиус системы  $l$  (порядка сотен нанометров) не превосходит некоторого критического размера  $l_c$ , либо различные вихреподобные состояния при  $l > l_c$  с возможным выходом намагниченности из плоскости диска [5]. Наличие вихревой структуры в магнитных точках подтверждается методами электронной и магнитносиловой микроскопии [6]. Процессы переключения, индуцированные плоскостными или перпендикулярными импульсными магнитными полями, возбуждают в таких системах магнитные структуры типа скирмионов, теоретически предсказанные в работе [7], или спиральные структуры [8]. Отметим, что магнитные структуры типа мишеней и спиральных доменов наблюдаются в тонких магнитных пленках с сильной перпендикулярной анизотропией типа легкая ось под действием гармонического или импульсного магнитного поля из неупорядоченной доменной структуры [9 – 11]. Уместно рассматривать такие структуры как квазистационарные, поскольку они не исчезают после выключения магнитного поля и их времена жизни значительно превосходят период магнитного поля.

Топологические возбуждения в двумерных магнетиках остаются одним из важнейших предметов исследований в физике низкоразмерных магнитных систем. Несмотря на многочисленные работы в этой области, изучению спиральных возбуждений в магнитных моделях уделялось относительно мало внимания. Однако детальное рассмотрение спиральных решений для ХУ и гайзенберговской моделей, ввиду их универсальности, представляет интерес не только с точки зрения теории низкоразмерного магнетизма, но и их возможного применения в физике жидких кристаллов, квантового эффекта Холла и в исследованиях ряда биологических систем, обнаруживающих возникновение самоорганизующихся спиральных структур [12].

Специальный класс спиральных решений, которые могут быть реализованы в двумерном ферромагнетике, был рассмотрен в работе одного из авторов [13]. В настоящей работе мы обсуждаем структуру малоамплитудных магнитных спиральных вихрей в двумерном ферромагнетике. Показано, что такие структуры формируются основным обменным взаимодействием. Мы находим новый класс точных решений нелинейных уравнений модели Гайзенберга через своеобразную процедуру “линеаризации”. Вначале мы строим функцию от исходных динамических переменных, удовлетворяющую линейному уравнению Лапласа. Обратное преобразование приводит к решениям исходной нелинейной модели в виде некоторых элементарных функций от гармонических решений уравнения Лапласа. В конце статьи мы обсуждаем возможность экспериментальной реализации найденных структур.

Рассмотрим стандартный изотропный гайзенберговский гамильтониан  $H = -J \sum_{\langle ij \rangle} \mathbf{S}_i \mathbf{S}_j$  спина  $S$  на квадратной решетке, описывающего взаимодействие ближайших соседей ( $J > 0$  – соответствующий обменный интеграл), и используем континуальный вариант спиновых уравнений движения, соответствующих данному гамильтониану, через спиновые угловые переменные  $\theta$ ; и  $\varphi$ , тогда стационарные решения определяются системой нелинейных уравнений

$$\begin{aligned} \Delta \theta &= \sin \theta \cos \theta (\nabla \varphi)^2, \\ \nabla (\sin^2 \theta \nabla \varphi) &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Аксиально-симметричные решения с параметризацией  $\varphi = \varphi(\phi)$ ,  $\theta = \theta(r)$ , где  $(r, \phi)$  – полярные координаты в  $xy$ -плоскости, удовлетворяют очевидному соотношению  $\nabla \varphi \perp \nabla \theta$ . Для поиска решений другого класса с  $\nabla \varphi \parallel \nabla \theta$  используем анзац  $\nabla \varphi = f(\theta) \nabla \theta$ , тогда явные выражения для переменных  $\theta$  и  $\varphi$ , согласно (1), определяются функцией  $f$ , которая может быть найдена из уравнения Бернулли:

$$\sin \theta \frac{df}{d\theta} + 2f \cos \theta + f^3 \sin^2 \theta \cos \theta = 0. \quad (2)$$

Общее решение уравнения (2) определяется однопараметрическим семейством функций

$$f(\theta) = \frac{1}{\sqrt{c^2 \sin^4 \theta - \sin^2 \theta}} \quad (3)$$

с произвольной константой  $c^2 > 1$ . Тогда с использованием соотношений (2) и (3) исходная система (1) может быть представлена в виде уравнения Лапласа

$$\Delta \left( \arccos \left[ \frac{c \cos \theta}{\sqrt{c^2 - 1}} \right] \right) = 0, \quad (4)$$

решение которого, гармоническая функция

$$a(x, y) = \arccos \left[ \frac{c \cos \theta}{\sqrt{c^2 - 1}} \right] \quad (\Delta a = 0), \quad (5)$$

позволяет найти углы  $\theta$  и  $\varphi$ :

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{\sqrt{c^2 - 1}}{c} \cos a, \\ \varphi &= \arctan (c \tan a) + \varphi_0. \end{aligned} \quad (6)$$

Мы обсудим далее решения для  $a(x, y)$  в следующем виде:

$$\begin{aligned} a &= \sum_i \alpha_i \ln \left( \frac{\sqrt{(x - x_{0i})^2 + (y - y_{0i})^2}}{R_i} \right) + \\ &+ \sum_i q_i \arctan \left( \frac{y - \bar{y}_{0i}}{x - \bar{x}_{0i}} \right), \quad q_i \in Z. \end{aligned} \quad (7)$$

Семейство решений определяется параметрами  $\alpha_i$ ,  $q_i$ ,  $R_i$ ,  $c$ , а также координатами положений источников  $(x_{0i}, y_{0i})$ , вихрей  $(\bar{x}_{0i}, \bar{y}_{0i})$  и начальным значением азимутального угла  $\varphi_0$ . Параметр  $\alpha_i$  может быть назван, по аналогии с гидродинамикой, “мощностью” источника. Наконец, параметр  $c \geq 1$  управляет “амплитудой” выхода спинов из плоскости  $xy$ , предельное значение  $c = 1$  соответствует  $xy$ -модели ( $\theta = \pi/2$ ,  $\nabla \theta = 0$ ). Решения (7) могут быть названы малоамплитудными, поскольку угол  $\theta$  лежит в диапазоне  $\pi/2 - \theta_{\max} \leq \theta < \pi/2 + \theta_{\max}$  с максимальным значением  $\theta_{\max} = \arcsin \sqrt{c^2 - 1}/c$ . Формулы (6), (7) объединяют как новые, так и некоторые частные типы решений, рассматривавшихся ранее в литературе.

1) Плоские вихри ( $c = 1$ ). Из общей формулы (6), соответствующей плоским спиральям с  $\theta = \pi/2$  и  $\varphi = q\phi + \alpha \ln(r/R)$ , при  $\alpha = 0$  получаем хорошо известные вихри Костерлица-Таулесса (КТ) [14], а при  $q = 0$  – “источники” с  $\varphi = \alpha \ln(r/R)$  [15].

2) Структуры с  $\alpha \neq 0$ ,  $q = 0$  и значениями углов

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{c^2 - 1}}{c} \cos \left( \alpha \ln \frac{r}{R} \right),$$

$$\varphi = \arctan \left( c \tan \left( \alpha \ln \frac{r}{R} \right) \right) + \varphi_0 \quad (8)$$

определяют так называемые “узельные” решения, подробный анализ которых дан в работе [16].

Новым типом двумерных структур, определяемых соотношениями

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{c^2 - 1}}{c} \cos \left( \alpha \ln \frac{r}{R} + q\phi \right), \quad (9)$$

$$\varphi = \arctan \left( c \tan \left( \alpha \ln \frac{r}{R} + q\phi \right) \right) + \varphi_0$$

являются двумерные спирали, вид которых для различных параметров закрученности  $\alpha$  и числа заходов  $q$  приводится на рис.1. Наконец, при  $\alpha = 0$  получаем внеплоскостной вихрь

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{\sqrt{c^2 - 1}}{c} \cos (q\phi), \\ \varphi &= \arctan (c \tan (q\phi)) + \varphi_0. \end{aligned} \quad (10)$$

В отличие от скирмиона, его топологический заряд равен нулю:  $\pi_2(S_2) = 0$ . Отметим, что внеплоскостной вихрь не имеет аксиальной симметрии и отсутствует зависимость полярного угла  $\theta$  от  $r$ .

Обсудим законы сохранения и устойчивость новых решений. Необходимые соотношения могут быть найдены в работе [17]. Энергия возбуждения в кон-

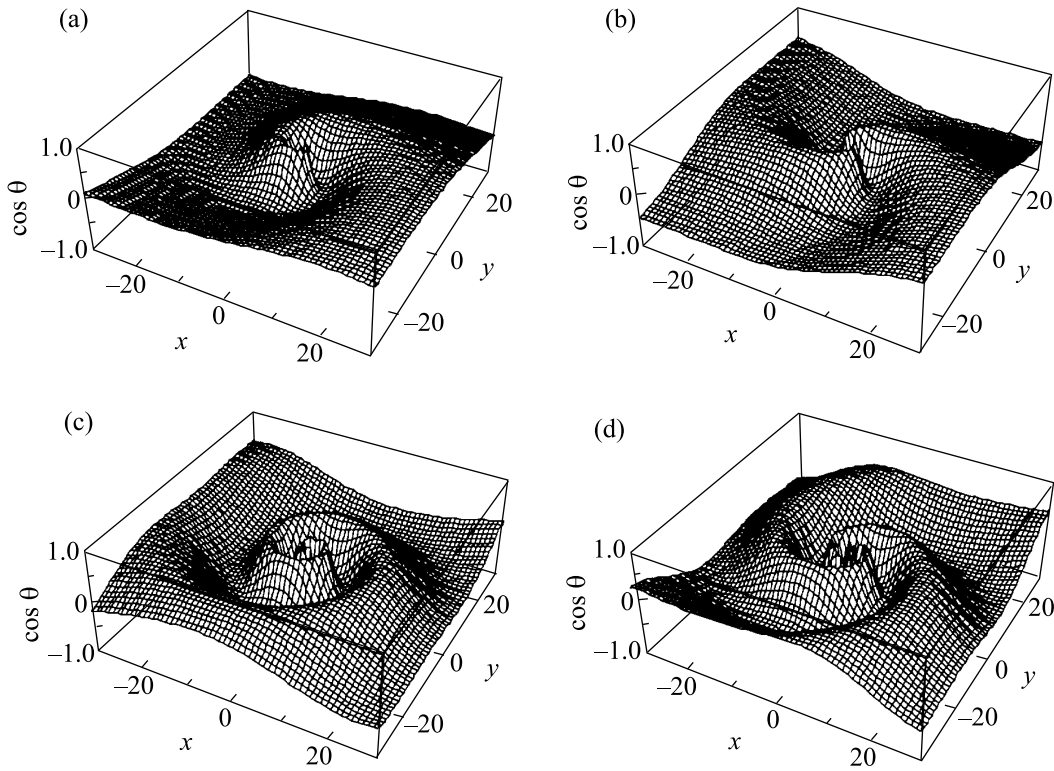


Рис.1. Пространственное распределение намагниченности в малоамплитудных спиралях. Показаны спирали с различным числом заходов  $q = 1$  (a, c),  $q = 2$  (b, d) и закрученности  $\alpha = 2.0$  (a, b),  $\alpha = 4.5$  (c, d)

тинуальном приближении приобретает компактный вид

$$E = \frac{1}{2} JS^2 \int dr (\nabla a)^2. \quad (11)$$

Используя соотношение (7) для функции  $a$ , получаем выражение, аналогичное энергии системы взаимодействующих плоских вихрей с заменой  $q_i q_j$  на сумму  $q_i q_j + \alpha_i \alpha_j$ :

$$E = \pi JS^2 \times \left\{ \sum_i (\alpha_i^2 + q_i^2) \ln \frac{L}{a} + \sum_{ij} (\alpha_i \alpha_j + q_i q_j) \ln \frac{L}{d_{ij}} \right\},$$

где  $d_{ij} = \sqrt{(x_{0i} - x_{0j})^2 + (y_{0i} - y_{0j})^2}$  – расстояние между  $i$ -м и  $j$ -м вихреисточниками,  $L$  – размер системы,  $a$  – постоянная решетки. Отметим отсутствие перекрестных слагаемых вида  $\alpha_i q_j$ , означающее, что вихри и источники не взаимодействуют друг с другом, а также тот факт, что энергия оказывается не зависящей не только от  $R_i$ , но и от параметра  $c$ , амплитуды выхода спинов из плоскости  $xy$ .

Структуры с параметрами  $(\alpha, q)$  и  $(-\alpha, -q)$  размера  $d$ , подобно плоским вихрям, образуют диполь (рис.2) с конечной энергией

$$E = 2\pi JS^2 (\alpha^2 + q^2) \ln \frac{d}{a}.$$

Плотность импульса  $\mathbf{P} = \hbar S(1 - \cos \theta) \nabla \varphi$  двумерной спирали можно представить в виде

$$\mathbf{P} = \frac{\hbar S}{c + \sqrt{c^2 - 1} \cos a} \nabla a.$$

Эта величина имеет как радиальную,

$$P_r = \frac{\hbar S}{c + \sqrt{c^2 - 1} \cos a} \frac{\alpha}{r},$$

так и тангенциальную

$$P_\phi = \frac{\hbar S}{c + \sqrt{c^2 - 1} \cos a} \frac{q}{r},$$

составляющие, определяемые параметрами закрученности  $\alpha$  и числом заходов спирали  $q$ , соответственно. Из соотношений

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} P_r R_0 d\phi = \\ & = \alpha \hbar S \int_0^{2\pi} d\phi \frac{1}{c + \sqrt{c^2 - 1} \cos (q\phi + \alpha \ln \frac{r}{R})} = 2\pi \alpha \hbar S \end{aligned}$$

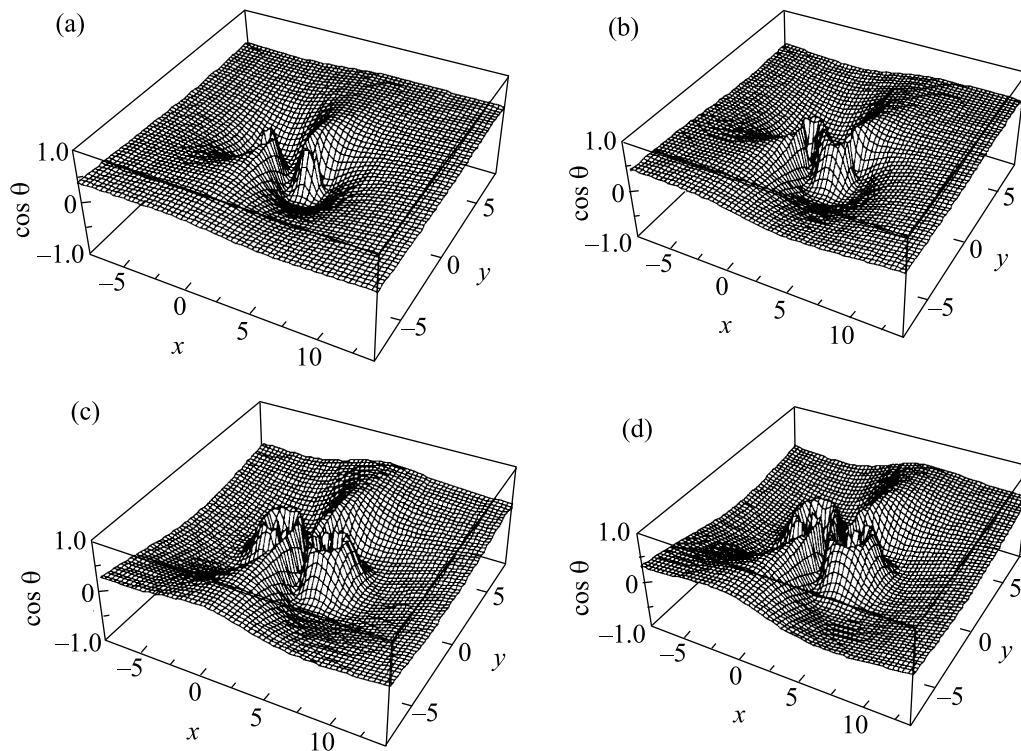


Рис.2. Пространственное распределение намагниченности в паре малоамплитудных спиралей. Параметры соответствуют рис.1. Расстояние в паре  $d = 4$

и

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} P_\phi R_0 d\phi = \\ & = q\hbar S \int_0^{2\pi} d\phi \frac{1}{c + \sqrt{c^2 - 1} \cos(q\phi + \alpha \ln \frac{r}{R})} = 2\pi q\hbar S \end{aligned}$$

также следует, что параметры  $\alpha$  и  $q$  определяют соответственно поток через окружность фиксированного радиуса  $R_0$  и циркуляцию вдоль нее. Очевидно, что суммарный импульс системы  $\int \mathbf{P} d\mathbf{r} = 0$ , однако суммарный момент импульса отличен от нуля

$$\begin{aligned} L_z &= S\hbar q \int_0^L r dr \int_0^{2\pi} d\phi \frac{1}{c + \sqrt{c^2 - 1} \cos(q\phi + \alpha \ln \frac{r}{R})} = \\ &= S\hbar q \pi L^2, \end{aligned}$$

где  $\pi L^2$  – площадь системы и использовано выражение для плотности момента импульса

$$\frac{S\hbar q}{c + \sqrt{c^2 - 1} \cos(q\phi + \alpha \ln \frac{r}{R})}.$$

Уместно сравнить два принципиально различных класса решений для изотропного гайзенберговского

ферромагнетика, допускающих аналитическое рассмотрение, а именно, пространственные спирали с  $\nabla\varphi \parallel \nabla\theta$  и скирмионы [7] с  $\nabla\varphi \perp \nabla\theta$  и параметризацией  $\tan(\theta/2) = R/r$ ,  $\varphi = q\phi$ . Для удобства результаты представлены в таблице.

Наконец отметим, что как и вихри Костерлица-Таулесса, найденные решения оказываются устойчивыми в своем классе решений. Это утверждение вытекает из явного выражения для энергии спирали (11) и положительной определенности оператора Лапласа. В самом деле, пусть  $\delta\phi$  – малая вариация гармонического решения  $a$ , тогда

$$\begin{aligned} E[a + \delta\phi] &= \frac{1}{2} JS^2 \int d\mathbf{r} (\nabla a + \nabla\delta\phi)^2 = \\ &= \frac{1}{2} JS^2 \int d\mathbf{r} ((\nabla a)^2 + 2(\nabla a)(\nabla\delta\phi) + (\nabla\delta\phi)^2) = \\ &= \frac{1}{2} JS^2 \int d\mathbf{r} ((\nabla a)^2 + (\nabla\delta\phi)^2) > E[a]. \end{aligned}$$

Отметим, что из-за малой энергии активации спиральные диполи могут зарождаться термофлуктуационным способом и вносить вклад в термодинамические свойства системы. Кроме того, представленный анализ может оказаться полезным и при решении ряда задач физики наномангнитных систем.

	Спираль	Скирмион
Плотность энергии	$\frac{1}{2}JS^2 \left( \nabla \left[ \alpha \ln \frac{r}{R} + q\phi \right] \right)^2$	$4JS^2q^2 \frac{R^2}{(R^2 + r^2)^2}$
Плотность импульса	$\frac{\hbar S}{c + \sqrt{c^2 - 1} \cos \left[ \alpha \ln \frac{r}{R} + q\phi \right]} \left( \frac{q}{r} \mathbf{e}_\phi + \frac{\alpha}{r} \mathbf{e}_r \right)$	$\hbar S \frac{2R^2}{R^2 + r^2} \frac{q}{r}$
Полный импульс $\mathbf{P}$	0	0
Плотность углового момента	$\frac{\hbar S}{c + \sqrt{c^2 - 1} \cos \left[ \alpha \ln \frac{r}{R} + q\phi \right]}$	$\hbar S q \frac{2R^2}{R^2 + r^2}$
Полный угловой момент $L_z$ (система размера $L$ )	$\hbar S q \times \pi L^2$	$\hbar S q \times \pi R^2 \ln \frac{L^2 + R^2}{R^2}$

В этой связи отметим, что стремительное развитие технологии роста тонких пленок в условиях ультравысокого вакуума сделало возможным изготовление искусственно упорядоченных ASM сплавов (artificially structured materials), которые, как правило, не возможны в равновесном состоянии объемной системы. Новые фазы в таких материалах могут возникать в процессе роста тонких пленок благодаря таким факторам, как возможность управления поверхностной диффузией, влияние симметрии подложки и ее давления на пленку, и наконец, самими низкоразмерными эффектами. Последнее означает, в частности, что однородное состояние, традиционно считающееся основным для двумерного гайзенберговского ферромагнетика, просто невозможно реализовать практически, если магнитная структура обладает ненулевым импульсом или моментом импульса. Например, в плоской XY модели вихрь КТ будет основным состоянием системы спинов, обладающей моментом импульса и, соответственно, ненулевой циркуляцией вектора плотности импульса.

Нельзя исключать, что существенную роль спиральные структуры будут играть в спин-поляризованной сканирующей туннельной микроскопии (SPSTM), особенно в перспективе ожидаемого создания SPSTM с атомной разрешающей способностью. Принцип действия SPSTM основан на сканировании тонким намагниченным острием (поле рассеяния порядка 0.1 Т) поверхности пленки и записи магнитного сигнала. Сильное взаимодействие “острие-образец” приводит к значительным локальным возмущениям направлений магнитных моментов в пленке, даже с возможным их переворотом. Очевидно, что при этом в системе создается ненулевой поток импульса, когда “основным” состоянием будет “источник”. Выполненное нами

численное моделирование на конечной решетке (подробный отчет о котором будет представлен отдельно) показывает, что такой поток можно обеспечить также в системе с фиксированными граничными условиями, закрепив отдельный спин или небольшой спиновый кластер под некоторым углом к направлению однородного упорядочения остальных спиновых моментов.

В двумерном ферромагнитном кольце возможно существование двух нетривиальных структур с  $L_z \neq 0$  (см. таблицу): скирмиона с

$$L_z = \hbar S q \times 2\pi R^2 \ln \left( \frac{R^2 + R_2^2}{R^2 + R_1^2} \right)$$

и двумерной спирали (9) с

$$L_z = \hbar S q \times \pi (R_2^2 - R_1^2).$$

За счет выхода из плоскости спины в центре скирмиона упорядочены почти параллельно, что делает образование скирмиона предпочтительным по сравнению с двумерной спиралью, где центральные спины существенно непараллельны. В системе, имеющей форму кольца, скирмион теряет это преимущество и выбор решения определяется граничными условиями. Чтобы проиллюстрировать эти утверждения, рассмотрим систему в виде плоского кольца с внутренним и внешним радиусами  $R_1$  и  $R_2$ , соответственно. Оценим обменные энергии решений типа “скирмион” и “внеплоскостной вихрь” (10) с одинаковыми моментами импульса  $L_z$ . Тогда из уравнения

$$\hbar S q \times \pi (R_2^2 - R_1^2) = \hbar S q \times 2\pi R^2 \ln \left( \frac{R^2 + R_2^2}{R^2 + R_1^2} \right) \quad (12)$$

можно найти зависимость радиуса локализации скирмиона  $R$  от параметров кольца  $R_{1,2}$ . Момент импульса  $L_z$  для внеплоскостного вихря в кольце квантуется

(при фиксированных значениях  $R_{1,2}$ ), в то время как для скирмионного решения  $L_z$  меняются непрерывно. Энергии для скирмиона ( $E_1$ ) и внеплоскостного вихря ( $E_2$ ) определяются соотношениями

$$E_1 = 4\pi JS^2 R^2 \left( \frac{1}{R^2 + R_1^2} - \frac{1}{R^2 + R_2^2} \right),$$

$$E_2 = JS^2 \pi \ln \left( \frac{R_2}{R_1} \right),$$

где  $R$  удовлетворяет уравнению (12). Как видно из рис.3, внеплоскостной вихрь оказывается более выгодным по энергии с ростом  $R_1$ . Эти соображе-

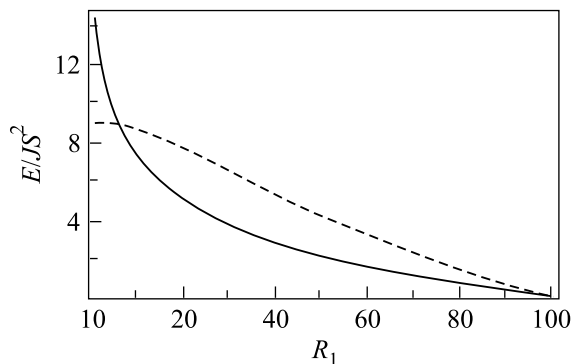


Рис.3. Энергии внеплоскостного вихря (сплошная линия) и скирмионного решения (штриховая линия) для кольца с фиксированным внешним радиусом  $R_2 = 100$  и переменным внутренним радиусом  $R_1$

ния подтверждаются численным моделированием на квадратной решетке. Кроме того, как показывает численное моделирование, при граничных условиях  $\theta(R_1) = \theta(R_2)$ ,  $\varphi(R_1) \neq \varphi(R_2)$  в кольце формируется внеплоскостная спиральная структура. Хотя энергия такой спирали и повышается по сравнению с энергией внеплоскостного вихря (10), прирост энергии оказывается незначительным, и с этой точки зрения полученная структура остается предпочтительней скирмиона с тем же моментом импульса.

Авторы выражают признательность Б. А. Иванову за обсуждение ряда вопросов, рассмотренных в статье. Работа выполнена при частичной поддержке гранта NREC-005 от US CRDF (Civilian Research & Development Foundation) и гранта Российского фонда фундаментальных исследований # 01-03-00100.

1. J. Shen and J. Kirschner, *Surface Science* **500**, 300 (2002).
2. R. Cowburn and M. E. Welland, *Science* **287**, 1466 (2000).
3. R. P. Cowburn, D. K. Koltsov, A. O. Adeyeye, and M. E. Welland, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1042 (1999).
4. R. Cowburn, A. O. Adeyeye, and M. E. Welland, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5414 (1998).
5. T. Shinjo, T. Okuno, R. Hassdorf et al., *Science* **289**, 930 (2000).
6. X. Zhu, P. Grütter, V. Metlushko, and B. Ilic, *Phys. Rev.* **B66**, 024423 (2002).
7. A. A. Belavin and A. M. Polyakov, *JETP Lett.* **22**, 245 (1975).
8. R. Höllinger, A. Killinger, and U. Krey, *J. Magn. Magn. Mater.* **261** 178 (2003).
9. Г. С. Кандаурова, *ДАН* **331**, 428 (1993).
10. G. S. Kandaurova, *Physics-Uspekhi* **45**, 1051 (2002).
11. Г. С. Кандаурова, А. Э. Свицерский, *ЖЭТФ* **97**, 1218 (1990).
12. F. J. Nédelec, T. Surrey, A. C. Maggs, and S. Leibler, *Nature* **389**, 305 (1997).
13. A. B. Borisov, *JETP Lett.* **73**, 242 (2001).
14. J. M. Kosterlitz and D. J. Thouless, *J. Phys. C: Solid St. Phys.* **6**, 1181 (1973); J. M. Kosterlitz, *J. Phys. C: Solid St. Phys.* **7**, 1046 (1974).
15. А. М. Цвелик, *Квантовая теория поля в физике конденсированного состояния*, М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.
16. I. G. Bostrem and A. S. Ovchinnikov, *JETP Lett.* **76**, 716 (2002).
17. R. F. Egorov, I. G. Bostrem, and A. S. Ovchinnikov, *Phys. Lett.* **A292**, 325 (2002).