

Об устойчивости слабо заряженной поверхности жидкого гелия

В. Шикин

Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черноголовка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 4 сентября 2003 г.

Существующая трактовка развития неустойчивости слабо заряженной поверхности гелия нуждается в коррекции. Показано, что известный электростатически “эквипотенциальный” сценарий Френкеля–Тонкса должен трансформироваться в более общую последовательность событий, сохраняющую смысл при стремлении 2D плотности зарядов к нулю. В этих условиях меняются приоритеты и становится предпочтительной зародышевая картина (с образованием отдельных многозарядных лунок) развития неустойчивости. Эксперимент качественно подтверждает предсказания теории.

PACS: 67.55.Ig

Задача о неустойчивости и реконструкции заряженной поверхности гелия относится к разряду хорошо освоенных. Первоначальные результаты Френкеля–Тонкса [1–3] о колебаниях и устойчивости поверхности заряженной металлической жидкости были перенесены на поверхность гелия с 2D электронами в работах Горькова, Черниковой [4,5]. В дальнейшем эти же авторы развили теорию эквипотенциальной реконструкции заряженной поверхности жидкости (см. [6]). Речь идет о переходе от плоского к периодическому, гофрированному состоянию заряженной границы жидкости. Теория предсказывает тип возникающей решетки, ее период, амплитуду гофрировки в зависимости от степени надкритичности (превышение электрического поля над критическим) и т.д. Возмущенная поверхность жидкости при этом остается электрически эквипотенциальной.

В альтернативной картине реконструкции заряженная поверхность гелия разбивается на систему отдельных многоэлектронных лунок [7]. Каждая из них имеет заряженное ядро, за пределами которого поверхность жидкости нейтральна. Взаимодействие между лунками может выстраивать их в различные кластеры и, в частности, способствовать их периодическому распределению вдоль поверхности.

Несмотря на длительное “сосуществование” вариантов реконструкции, первичность эквипотенциального сценария до сих пор не подвергалась сомнению. Этому способствовала работа Мельникова и Мешкова [8], где показано, что при нарастании надкритичности в условиях сохранения полного числа электронов эквипотенциальная реконструкция сменяется луночной.

Эксперименты, выполненные, в основном, с использованием зарядов вблизи поверхности гелия, наводятся в хорошем соответствии с предсказаниями

[1–5] о границах устойчивости заряженной поверхности жидкости (см. [9]). Позднее был промерен с подтверждением всех ожидаемых деталей наиболее интересный участок закона дисперсии ее колебаний, критически чувствительный к электронной плотности [10]. И, наконец, доказано существование периодического [11] и аperiodического [12] вариантов реконструкции жидкой, проводящей границы.

Однако не все благополучно в обсуждаемой картине. Прежде всего, расчеты эквипотенциальной периодической реконструкции, выполненные с привлечением теории возмущений, использующей малость амплитуды гофрировки поверхности по сравнению с капиллярной длиной, справедливы лишь в области слабой заряженности поверхности гелия, когда имеет место так называемый мягкий режим реконструкции (амплитуда возмущения много меньше капиллярной длины, терминология [6]). Заряженностью или фактором заполнения поверхности жидкости называется отношение ν средней плотности 2D электронов n_s к ее критическому значению n_s^{\max} (6). В то же время экспериментальное наблюдение [11] периодической реконструкции вдоль всей доступной поверхности гелия возможно лишь в окрестности максимальных значений $\nu \leq 1$, когда реализуется жесткий режим реконструкции (амплитуда гофра имеет масштаб капиллярной длины). Такое несоответствие, конечно, не принципиально, если бы не факт номер два. При малых значениях $\nu \ll 1$ наблюдаемая реконструкция неperiodична. Поверхность гелия не покрывается здесь периодическим гофром, заполняющим все жидкое зеркало, как это следует из предсказаний [6, 8]. Напротив, согласно наблюдениям [12], заряды собираются в одну или несколько многоэлектронных лунок, занимающих лишь небольшую часть общей поверхности гелия. Очевидно, в области

$\nu \ll 1$ луночный сценарий реконструкции энергетически более выгоден, и это обстоятельство требует осмысления.

В данной работе показано, что при малых факторах заполнения процесс реконструкции обнаруживает свойства фазового перехода 1-го рода. Для превращений такого типа пересечение химических потенциалов конкурирующих фаз определяет точку (линию) бинадальной устойчивости, в окрестности которой фаза-фаворит зарождается флуктуационным образом. Этот процесс в случае гелия представлен зарождением многоэлектронных лунок на фоне однородного, близкого критическому заряженного состояния жидкой поверхности. Кроме того, имеется точка (линия) абсолютной неустойчивости (спинодаль), возникающая в динамических уравнениях перехода и проявляющая себя без всяких пороговых ожиданий. Для заряженной жидкости спинодалью является порог динамической неустойчивости Френкеля–Тонкса. На фазовой диаграмме бинадаль, как правило, имеет больший фазовый объем, хотя для появления зародышей требуется активационное время. Спинодальный переход стимулируется резким скачком какого-либо внешнего параметра в спинодальную область диаграммы, после чего должно иметь место характерное экспоненциальное во времени развитие неустойчивости. Вопрос о точках сосуществования бинадали и спинодали не имеет общего решения. Иногда такое бывает, иногда – нет.

Если предлагаемая картина верна, то все имеющиеся к настоящему времени эксперименты с реконструкцией слабо заряженной поверхности гелия выполнены в бинадальной области. Речь идет о появлении лишь отдельных лунок. С ростом ν лунки объединяются в луночные комплексы (кластеры) с внутренней периодичностью. В области $\nu \rightarrow 1$ площадь кластера стремится к полной площади жидкого зеркала (см. рисунки в [12]). Что касается спинодального механизма неустойчивости, то его еще предстоит обнаружить.

1. Переходя к конкретным результатам, приведем сперва существующее решение [1–5] задачи об электрически эквипотенциальной устойчивости жидкой границы. Для системы, показанной на рисунке, электрические поля E_- над и E_+ под заряженной поверхностью гелия равны

$$E_- = \frac{V}{h} - 4\pi\sigma \frac{d}{h}, \quad (1)$$

$$E_+ = \frac{V}{h} + 4\pi\sigma \frac{h-d}{h}, \quad (2)$$

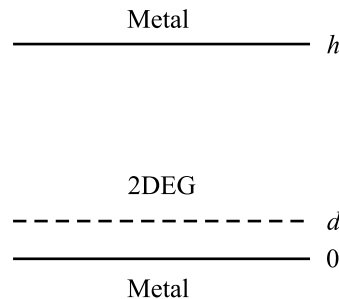


Схема ячейки с 2D электронной системой и геометрическими обозначениями: h – расстояние между металлическими электродами, d – толщина пленки гелия, 2D электроны расположены на поверхности жидкости

где $\sigma = en_s$, V – разность потенциалов между пластинами ячейки (см. рисунок).

В условиях полной экранировки внешнего поля над гелием, когда $E_- = 0$ и, следовательно

$$4\pi\sigma = V/d, \quad (3)$$

напряженность E_+ оказывается равной

$$E_+ = V/d. \quad (4)$$

Условия (3), (4) реализуются для металлической жидкости с бесконечной проводимостью (см. [1–3]), когда поле E_- внутри проводящей среды, по определению, равно нулю, и поверхностный заряд имеет величину (3). Специфика задач для заряженной границы гелия, отмеченная уже в первых работах [4,5] на эту тему, связана с возможностью варьировать независимо от V параметр n_s , начиная с его предельно малых значений. При этом, как частный случай, возможен и металлический предел (3), (4), но лишь в области немалых ν (подробнее см. ниже).

В терминах E_- , E_+ электрически эквипотенциальная устойчивость заряженной жидкости определена условием

$$(4\pi en_s)^2 + (E_+ + E_-)^2 = 16\pi\kappa\alpha, \quad \kappa^2 = \rho g/\alpha, \quad (5)$$

где E_- , E_+ – из (1), (2), α , ρ – поверхностное натяжение жидкого гелия и его плотность, g – ускорение силы тяжести, κ^{-1} – капиллярная постоянная. Реально в данной задаче независимы разность потенциалов V и плотность электронов n_s . Однако наглядность фазовой диаграммы в “координатах” (n_s , E_-) приводит к несколько искусственному выбору именно этих переменных в качестве независимых.

Если $E_- = 0$ (полная экранировка), то

$$E_+ = V/d \equiv 4\pi en_s,$$

и равенство (5) определяет максимальную плотность n_s^{\max} электронов над гелием:

$$\sigma_{\max}^2 = \kappa\alpha/2\pi, \quad (E_+^{\max})^2 = 8\pi\kappa\alpha. \quad (6)$$

Вводя фактор заполнения

$$\nu = \sigma/\sigma_{\max}, \quad (7)$$

приводим соотношение (5) к виду

$$\nu^2 + (\epsilon_+ + \epsilon_-)^2 = 2, \quad \epsilon_{\pm} = E_{\pm}/4\pi\sigma_{\max}. \quad (8)$$

При $\epsilon_- \rightarrow 0$

$$\nu(\epsilon_- \rightarrow 0) \rightarrow 1. \quad (8a)$$

В обратном пределе, $\nu \rightarrow 0$,

$$\epsilon_-(\nu \rightarrow 0) = \epsilon_+(\nu \rightarrow 0) \rightarrow 1/\sqrt{2}. \quad (8b)$$

Положение точек (8a), (8b) на плоскости (ν, ϵ_-) отвечает предельным значениям функции $\nu(\epsilon_-)$.

Предел (8b) для зависимости (8) в действительности не имеет реального смысла, так как на пути к нему перестает выполняться условие электрической эквипотенциальности деформированной поверхности гелия. Это требование

$$\varphi = \text{const} \quad (9)$$

должно заменяться более общим условием

$$\mu = e\varphi + \zeta = \text{const}, \quad (10)$$

где ζ – химическая часть 2D зарядов над гелием в общем определении (10) электрохимического потенциала μ .

Структура ζ для системы электронов конечной плотности n_s является самостоятельной проблемой, не имеющей пока четкого решения. Претендуя в дальнейшем лишь на качественные утверждения и ориентируясь на предел малых электронных плотностей, мы воспользуемся ниже явной формой ζ вида

$$\zeta = -T \ln [n_T/n(x)], \quad n_T = mT/2\pi\hbar^2, \quad n_T/n(x) \gg 1. \quad (11)$$

Здесь T – электронная температура, совпадающая ниже с температурой жидкой подложки, m – эффективная масса заряда, $n(x)$ – локальная плотность электронов.

В задаче о равновесии заряженной поверхности гелия основная часть условия (10) (содержащая большой логарифм (11)) входит в систему уравнений, определяющих объемное равновесие невозмущенной системы “электроны+плоская граница жидкости”.

Соответствующие расчеты [13, 14] дают при этом информацию о распределении квазисвободных электронов над заряженной поверхностью гелия. Что касается проблемы устойчивости, то здесь важна лишь добавка $\delta\zeta(x)$, возникающая при деформации жидкой границы. В результате для осциллирующей части задачи определения (10), (11) упрощаются до

$$eE_-\xi(x) + e\varphi_-(x) - T\delta n(x)/n_s = \text{const},$$

$$n(x) = n_s + \delta n(x), \quad (12)$$

$$eE_-\xi(x) + e\varphi_-(x) = eE_+\xi(x) + e\varphi_+(x),$$

$$\int \delta n(x) dx = 0.$$

Используя линейризованную связь (12) и уравнение Пуассона, нетрудно найти электродопотенциал $\varphi_-(x)$, пропорциональный малому возмущению $\xi(x)$ формы поверхности жидкости:

$$\varphi_-(x, z) = \varphi_-(q)e^{iqx}e^{qz}, \quad z > 0, \quad (13)$$

$$\varphi_-(q)(1 + 2\pi e^2 n_s / qT) = 2\pi e^2 n_s (1 + eE_- / qT) \xi_q, \quad (13a)$$

где ξ_q – фурье-компонента возмущения $\xi(x)$, причем

$$\int \xi(x) dx = 0.$$

Уже из (13a) следует оценка границы электрически эквипотенциального приближения (9), (8). Оно законно, если

$$2\pi e^2 n_s / qT \gg 1. \quad (14)$$

Здесь q – характерное волновое число возмущения $\xi(x)$.

В обратном (14) предельном случае химическая часть условия эквипотенциальности (12) становится основной, и закон дисперсии малых колебаний поверхности жидкости принимает вид

$$\rho\omega^2/\alpha = (\kappa^2 - \eta^2)q + q^3, \quad \eta^2 = n_s E_+^2 / \alpha T. \quad (15)$$

Нетрудно видеть, что при $\eta^2 \rightarrow 0$ закон дисперсии (15) переходит в правильную асимптотику $\omega(q)$ без участия кулоновских сил.

Как и в задаче Френкеля–Тонкса, колебания с законом дисперсии (15) теряют устойчивость. Но это происходит в другой области, а именно

$$\eta^2 > \kappa^2, \quad E_+ \simeq E_- \simeq V/\hbar. \quad (16)$$

Характерная плотность n_s^c , разделяющая два предельных случая экранировки, для волновых чисел порядка капиллярной длины и температуры порядка градуса имеет масштаб $n_s^c \simeq 10^4 - 10^5 \text{ см}^{-2}$.

Согласно (16), для достижения неустойчивости слабо заряженной поверхности гелия надо использовать поле, растущее с уменьшением n_s как $E_{\perp} \propto n_s^{-1/2}$. Это утверждение качественно отлично от “эквипотенциальных” предсказаний (см. асимптотику (86)). Следовательно, поведение спинодали $\epsilon_-(\nu)$ в области малых ν заканчивается не в точке (86), а протягивается корневым образом вплоть до $\epsilon_- \rightarrow \infty$.

Полезно отметить также, что неустойчивость (16) развивается, в первую очередь, на малых волновых числах (а не на капиллярной длине, как это имеет место в случае (5)).

2. В задаче о бинадали процесса реконструкции конкурирующими являются энергии лунки с одной стороны, и электростатическая энергия конденсатора с 2D электронами, заполняющими всю доступную поверхность жидкости. Постановка такой задачи содержит неопределенность, поскольку в общем случае произволен заряд флуктуационно возникающей лунки. Ситуация относительно проста лишь в предельном случае $\nu \ll 1$. Здесь максимальный выигрыш в энергии отвечает переходу всех свободных электронов в одну лунку. Это происходит в условиях, когда кулоновская энергия V_c электронной системы, занимающей круг радиусом L между пластинами конденсатора (см. рисунок), сравнивается с энергией W многоэлектронной лунки с тем же зарядом Q :

$$V_c = Q^2 \frac{(h-d)d}{L^2 h}, \quad Q = \pi L^2 e n_s, \quad (17)$$

$$W = Q^2 \kappa \left[s \exp\left(\frac{x^2}{2}\right) \text{Ei}\left(-\frac{x^2}{2}\right) - \frac{1}{x} \right], \quad (18)$$

$$s = 1/(2\kappa R_*), \quad x = \kappa R,$$

$$R_*^2 = \sqrt{\pi} \alpha / (e E_{\perp}^2), \quad E_{\perp} \simeq V/h,$$

$\text{Ei}(x)$ – интегральная показательная функция, E_{\perp} – электрическое поле, прижимающее электроны к поверхности, при конечной плотности электронов $E_{\perp} \simeq \simeq E_+$. Величина R в (18) находится из условия минимума энергии W (18) по R .

В области $L \gg h$ энергия V_c (17) достаточно мала и вместо общего, конкурирующего с V_c , выражения W (18) можно воспользоваться его разложением вблизи нулевой точки

$$W(s_o, x_o) = 0, \quad s_o = 1.05, \quad x_o = 0.72,$$

$$W(s, x_o) \simeq \frac{\partial W}{\partial s_o} (s - s_o). \quad (18a)$$

В результате равенство конкурирующих энергий принимает вид

$$Q^2 \frac{(h-d)d}{L^2 h} = \frac{\partial W}{\partial s_o} (s_{\max} - s_o), \quad (19)$$

определяя значение s_{\max} . Учитывая малость левой части (19), видим, что величина s_{\max} близка к s_o .

Электрическое поле E_+^{\max} , связанное с величиной s_{\max} формулами (18), определяет абсциссу на плоскости (ν, ϵ_-) (в этой области $E_{\perp} = E_+ \simeq E_- = V/h$), куда “упирается” бинадаль при $n_s \rightarrow 0$. Это поле конечно и не зависит от n_s (величина $n_s \propto Q$ выпадает из определения (19)). Следовательно, в пределе $n_s \rightarrow 0$ бинадаль находится “под” асимптотикой (16) спинодали. Другими словами, в этой зоне неустойчивость должна развиваться “луночным” способом, что и требовалось доказать.

3. Резюмируя, можно сказать, что в области малых ν процесс реконструкции имеет, в основном, луночное происхождение. В пределе $\nu \rightarrow 0$ неустойчивость, стимулированная конечным значением V/h , ведет не к периодической реконструкции, а к появлению отдельной лунки, “собирающей” все поверхностные электроны. С ростом ν число лунок может расти, образуя в конечном итоге луночный кристалл, что и наблюдалось экспериментально в [12].

Отметим, что эффект неполной экранировки (в нашем случае замена (9) на (10)) уже несколько раз привлекал внимание исследователей низкоразмерных явлений. Так учет этого обстоятельства оказался существенным в задаче о свойствах квазиодномерных, вырожденных проводящих каналов с параболическим удерживающим потенциалом [15–18]. Одновременные измерения в таких каналах осцилляций Шубникова – де Гааза и собственной дипольной плазменной частоты приводят к двум, существенно разным значениям кривизны параболических потенциалов: k_o и $k_1 \gg k_o$, формирующих положение дискретных электронных уровней в яме и дипольную плазменную частоту ω_1 в ней. Оказалось, что величина ω_1^2 пропорциональна затравочной кривизне k_1 , а квантование одноэлектронного движения в параболической яме зависит от степени экранировки исходного потенциала $V(x)$, формирующего канал. Если квазиклассическая ширина канала $w \gg a_b$, где a_b – эффективный боровский радиус, то равновесный профиль электронной плотности внутри канала возникает из требования его электростатической эквипотенциальности (требованию вида (9)). При этом квантование электронного движения внутри канала практически отсутствует, а значит, и нет его влияния на поведение осцилляций Шубникова – де Гааза. Если же $w \geq a_b$, то экранировка в зоне канала перерастает быть чисто кулоновской, возникает эффективный параболический потенциал с кривизной $k_o \leq k_1$, квантующий (наряду с магнитным полем) электрон-

ное движение и влияющий результативно на эффект Шубникова – де Гааза.

Еще одна волна публикаций связана с изучением экранирующих свойств 2D вырожденной системы в окрестности перехода металл–диэлектрик (см., например, [19,20]). Как и следовало ожидать, при постепенном уменьшении плотности электронов чисто электростатическая экранировка внешнего воздействия, возникающая из требования вида (9), сменяется комбинированным требованием вида (10), причем для вырожденных систем роль химической добавки $\zeta(n_s)$ играет обменное взаимодействие, ведущее к результату $\zeta(n_s) \propto \sqrt{n_s}$.

Работа частично финансирована Российским фондом фундаментальных исследований, грант # 03-02-16121 .

-
1. Ja. Frenkel, Zs. der Sowietunion **8**, 675 (1935).
 2. L. Tonks, Phys. Rev. **48**, 562 (1935).
 3. Я. Френкель, ЖЭТФ **6**, 347 (1936).
 4. Л. Горьков, Д. Черникова, Письма в ЖЭТФ **18**, 119 (1973).
 5. Д. Черникова, ФНТ **2**, 1374 (1976).
 6. Л. Горьков, Д. Черникова, ДАН СССР **228**, 829 (1976).
 7. В. Шикин, П. Лейдерер, Письма в ЖЭТФ **32**, 439 (1981).
 8. В. Мельников, С. Мешков, Письма в ЖЭТФ **33**, 222 (1981).
 9. А. Володин, М. Хайкин, В. Эдельман, Письма в ЖЭТФ **26**, 707 (1977).
 10. P. Leiderer, Phys. Rev. **B20**, 4511 (1979).
 11. M. Wanner and P. Leiderer, Phys. Rev. Lett. **42**, 315 (1979).
 12. P. Leiderer, W. Ebner, and V. Shikin, Surf. Sci. **113**, 405 (1982).
 13. Д. Черникова, ЖЭТФ **68**, 249 (1975).
 14. А. Дюгаев, П. Григорьев, Ю. Овчинников, ЖЭТФ **117**, 1251 (2000).
 15. K. Berggren, T. Thornton, D. Newson, and M. Pepper, Phys. Rev. Lett. **57**, 1769 (1986).
 16. K. Berggren and D. Newson, Semicond. Sci. Technol. **1**, 327 (1986).
 17. S. Laux, D. Frank, and F. Stern, Surf. Sci. **196**, 101 (1988).
 18. V. Shikin, T. Demel, and D. Heitman, Sov. Phys. JETP **69**, 797 (1989).
 19. J. Eisenstein, L. Pfeiffer, and K. West, Phys. Rev. **B50**, 1761 (1994).
 20. S. Ilani, A. Yacobi, D. Mahalu, and H. Shtrichman, Phys. Rev. Lett. **84**, 3133 (2000).