Письма в ЖЭТФ, том 27, вып. 3, стр. 197 – 201 *5 февраля 1978 г.*

О СЕЧЕНИИ АННИГИЛЯЦИИ НУКЛОНА И АНТИНУКЛОНА ПРИ НЕРЕЛЯТИВИСКИХ ЭНЕРГИЯХ

В.Г.Ксензов, А.Е.Кудрявцев

В рамках схемы связанных каналов для низкоэнергетического $N\bar{N}$-взаимодействия показано, что в случае малого радиуса аннигиляции $r_a \sim m_N^{-1} \sim 0{,}2$ *ф* и сильного притяжения возможно согласованное описание малых ширин квазиядерных мезонов ($\Gamma \sim 10 \div 30$ *Мэв*) и больших сечений аннигиляции. Сечение аннигиляции медленных $N\bar{N}$ при этом отклоняется от закона $1/v$. Характер отклонения зависит от потенциального взаимодействия $N\bar{N}$.

Недавно в работе [1] для изучения влияния аннигиляции на положение и ширину связанного состояния нуклона и антинуклона была предложена простая нерелятивистская модель двух связанных каналов h и l. Канал h отвечал тяжелым частицам с массой m и был аналогом системы $N\bar{N}$. Между N и $\bar{N}$ действовал потенциал притяжения $V_h(r)$, приводящий к образованию квазиядерных резонансов [2]. Канал l был аналогом бозонного аннигиляционного канала и описывал легкие частицы с массой $\mu < m$. Переходы между каналами осуществлялись с помощью короткодействующего потенциала V_{lh}, который для простоты выбирался в сепарабельной форме: $V_{lh} = \lambda g(r)g(r')$, где $g(r) = \exp[-r/r_a]/r$. В работе [1] было показано, что при любой константе λ ширины и сдвиги резонансов за счет аннигиляции остаются малыми и составляют величину порядка $10 \div 30$ *Мэв* при условии, что отношение радиуса потенциала аннигиляции r_a к радиусу R связанного состояния мало ($r_a/R \sim 10^{-1}$).

Существующие экспериментальные данные по взаимодействию $N\bar{N}$ при низких энергиях ($E_{\text{с.т}} \gtrsim 25$ *Мэв*) говорят о том, что сечение аннигиляции $(\sigma v)_{\text{ан}} \approx 26$ *мб* не намного меньше сечения упругого рассеяния $\sigma_{el} \sim 100$ *мб* (мы работаем в системе единиц $c = \hbar = 1$). Возникает вопрос, можно ли при малом радиусе аннигиляции получить большую величину аннигиляционного сечения, сравнимую с сечением упругого рассеяния?

Положительный ответ на этот вопрос был дан в работе И.С.Шапиро [3]. Сечение $p\bar{p}$-аннигиляции определялось формулой $(\sigma v)_{\text{ан}} = (\bar{\sigma} v)_{\text{ан}} \times |\psi_v(0)|^2$, в которой величину $(\sigma v)_{\text{ан}}$ можно было получить из размерных соображений: $(\bar{\sigma} v)_{\text{ан}} \sim 2\pi r_a^2$, а квадрат модуля волновой функции непрерывного спектра в нуле $\psi_v(0)$ определял коэффициент усиления сечения аннигиляции.

Представляется важным получить выражения для сечения аннигиляции в точно решаемой модели связанных каналов. Для нахождения амплитуд удобно записать уравнение Шредингера в интегральной форме:

$$\hat{\Psi} = \hat{\Psi}_0 + \int \hat{G}\hat{V}\hat{\Psi}, \tag{1}$$

где $\hat{\Psi}$ есть столбец $\begin{pmatrix} \psi_h \\ \psi_l \end{pmatrix}$; функция Грина $\hat{G}$ – диагональная матрица: $G = \begin{pmatrix} G_h & 0 \\ 0 & G_l \end{pmatrix}$, причем $G_h = \left[E - \frac{p^2}{m} - V_h(r)\right]^{-1}$, $G_l = \left[E + 2(m-\mu) - \frac{k^2}{\mu}\right]^{-1}$, а взаимодействие $\hat{V}$ учитывает смешивание каналов: $\hat{V} = \begin{pmatrix} 0 & V_{hl} \\ V_{lh} & 0 \end{pmatrix}$. Для нахождения амплитуд упругого рассеяния и аннигиляции необходимо найти решение уравнения (1) в виде: "плоская + расходящаяся волна" в канале h и "расходящаяся волна" в канале l. Для этого выбираем $\hat{\Psi}_\circ = \begin{pmatrix} \psi_{\circ h} \\ 0 \end{pmatrix}$, где $\psi_{h_\circ}$ – решение в искомом виде в канале h без учета взаимодействия V_{hl}. Учитывая сепарабельность V_{hl}, легко выписать решение уравнения (1):

$$\begin{cases} |\psi_h> = |\psi_{h_\circ}> + \lambda^2 G_h|g> \dfrac{<g|G_l|g><g|\psi_{h_\circ}>}{1-\lambda^2<g|G_h|g><g|G_l|g>} \\ |\psi_l> = \lambda G_l|g> \dfrac{<g|\psi_{h_\circ}>}{1-\lambda^2<g|G_h|g><g|G_l|g>} \end{cases} \tag{2}$$

Коэффициент при расходящейся волне в $|\psi_l>$ определяет амплитуду перехода f_{hl} тяжелых частиц в легкие. В выражении для $|\psi_l>$ из (2) в качестве сомножителя содержится матричный элемент $<g|\psi_{h_\circ}>$. Эту величину легко оценить, учитывая малость отношения r_a/R:

$$<g|\psi_{h_\circ}> \approx \psi_v^{(h_\circ)}(0)\frac{4\pi}{\beta^2+p^2}, \tag{3}$$

где $p = mv$ – импульс частиц h[1)], а $\beta = r_a^{-1}$. Для $p << \beta$ асимптотика выражения для $\psi_l(r)$ на больших расстояниях имеет вид

$$|\psi_l>_{r\to\infty} = \frac{e^{ik_\circ r}\,2\lambda_\circ r_a\psi_v^{(h_\circ)}(0)}{r(1-\lambda^2<g|G_h|g><g|G_l|g>} = \frac{e^{ik_\circ r}f_{hl}}{r}. \tag{4}$$

Отсюда видно, что появившаяся из оценки (3) величина $\psi_v^{(h_\circ)}(0)$ входит в f_{hl} в качестве множителя и, как будет показано ниже, приводит к увеличению амплитуды f_{hl} ($\lambda_\circ$ – безразмерная константа: $\lambda = \lambda_\circ/4\pi r_a^3\sqrt{m\mu}$, $k_\circ^2 = \mu(E+2(m-\mu))$).

Заметим, что точное решение задачи (2) в явном виде отвечает следующему порядку суммирования графиков теории возмущений: в каждом по-

---

1) Такая оценка справедлива для не очень глубоких потенциалов V_h, таких что $mV_h < \beta^2$.

рядке по константе λ суммируется весь ряд теории возмущений по потенциалу V_h (так как всюду использовалась точная функция Грина G_h). Как было отмечено в работе [3], такой порядок суммирования диаграмм приводит к ответу, не совпадающему с так называемым "точным решением" задачи на связанные состояния в оптическом потенциале, учитывающем аннигиляцию как мнимую часть потенциала [4]. Из-за неправильного порядка суммирования диаграмм в оптическом подходе для сечения аннигиляции не появляется коэффициент усиления $|\psi_v(0)|^2$, возникающий из формулы (3). Поэтому для описания большой величины аннигиляции автором работы [4] приходилось вводить большой радиус мнимой части потенциала, что приводило к исчезновению связанных состояний в системе $N\bar{N}$.

В нашем подходе амплитуда f_{hl} получается большой и при малом радиусе аннигиляции r_a. Действительно, можно показать, что если в амплитуде рассеяния тяжелых частиц без учета связи каналов нет узких резонансов, то в знаменателе выражения для $|\psi_l>$ (2) можно заменить точную функцию Грина G_h на свободную G_{h_0}. После этого амплитуда f_{hl} приобретает вид

$$f_{hl} = \frac{2\lambda_0 r_a}{1 - \lambda_0^2\, \beta^4(\beta - ip_0)^{-2}(\beta - ik_0)^{-2}}\, \psi_v^{(h_0)}(0), \tag{5}$$

где $p_0^2 = mE$. Из (5) следует, что при $|\lambda_0| \gtrsim 1$ амплитуда f_{hl} по порядку величины есть $r_a \psi_v^{(h_0)}(0)$, и мы приходим для сечения аннигиляции к формуле Шапиро:

$$(\sigma v)_{\text{ан}} = (\bar{\sigma} v)_{\text{ан}} |\psi_v(0)|^2, \tag{6}$$

где $(\bar{\sigma} v)_{\text{ан}} \sim 4\pi r_a^2 \dfrac{k_0}{m} \sim 2{,}5$ *мб*[1])

Исследуем теперь коэффициент усиления $|\psi_v(0)|^2$. В общем случае [5] он выражается через функцию Йоста $f(-p)$: $|\psi_v(0)|^2 = 1/|f(-p)|^2$. При малых энергиях, когда амплитуду рассеяния в конечном в нуле потенциале V_h определяет ближайший полюс с энергией связи $\epsilon_{\text{св}}$, для $|\psi_v(0)|^2$ можно привести простую формулу

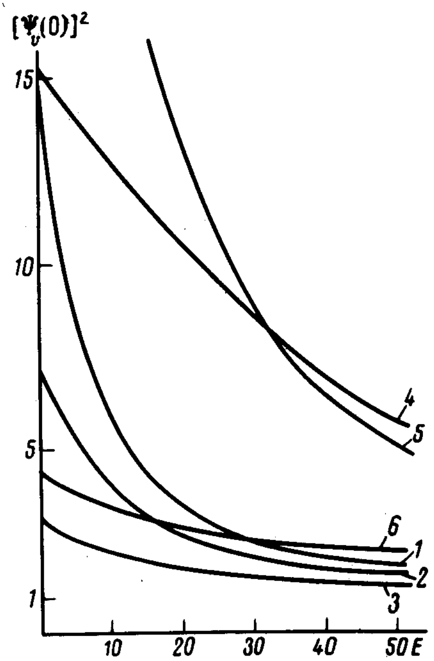
$$|\psi_v(0)|^2 = \frac{U_0 + E}{\epsilon_{\text{св}} + E}\; \frac{1}{|\phi(v)|^2}, \tag{7}$$

в которой U_0 — глубина ямы. Функция $\phi(v)$ зависит от деталей потенциала, но для оценки по порядку величины может быть заменена еди-

---

1) Эта цифра получается при $\mu = 780$ *мэв* $= m_\omega$. При $\lambda_0^2 \approx 1$ в амплитуде (4) содержится дополнительное к оценке $f_{hl} \approx r_a \psi_v(0)$ усиление вида β/k_0. Это усиление возникает от появляющегося при $\lambda_0^2 = 1$ полюса на пороге легких частиц от связи каналов и мы это усиление в оценке f_{hl} не учитываем, так как оно возникает при специальном выборе константы $\lambda_0^2 \approx 1$.

ницей. Таким образом при $U_о/\epsilon_{св} >> 1$ коэффициент усиления $|\psi_v(0)|^2$ может быть велик. Для иллюстрации сказанного на рисунке изображены коэффициенты усиления $|\psi_v(0)|^2$ для прямоугольной ямы. Реалистическим моделям $N\bar{N}$ – взаимодействия отвечают такие глубины ямы $U_о$, при которых в яме имеется один или два уровня. Видно, что в среднем с ростом глубины ямы коэффициент усиления растет, становясь очень большим при тех значениях $U_о$, при которых возникает очередной уровень. Величину $U_о$ можно оценить из сдвигов кулоновских уровней $p\bar{p}$-атома [6]. Сдвигу $1S$ – уровня вверх на величину 2 *кэв* отвечает коэффициент усиления $|\psi_v(0)|^2 = 7{,}3$ ($U_о \approx 90$ *мэв*). При этом $(\sigma v)_{ан} = 18$ *мв*. В случае такого же сдвига кулоновского уровня, возникающего от второго уровня в яме $U_о$, коэффициент усиления и соответственно сечение оказываются больше на порядок. Таким образом в нашей модели при малых ширинах аннигиляции (см. [1]) получаются большие аннигиляционные сечения.



Зависимость коэффициента усиления $|\psi_v(0)|^2$ для прямоугольной ямы от энергии сталкивающихся частиц (в *Мэв*): радиус ямы 1,2 *ф*. Различные графики отвечают различным значениям глубин потенциалов: $U_1 = 70$ *мэв*; $U_2 = 90$ *мэв*; $U_3 = 120$ *мэв*; $U_4 = 520$ *мэв*; $U_5 = 550$ *мэв*; $U_6 = 700$ *мэв*. Коэффициенты усиления на графике для U_4 и U_5 уменьшены вдвое

В заключение заметим, что, как следует из рисунка, коэффициент усиления $|\psi_v(0)|^2$ падает с ростом энергии. Это должно приводить к отклонению сечения аннигиляции при низких энергиях от закона $1/v$: величина $(\sigma v)_{ан}$ должна расти с уменьшением v. Характер роста определяется величиной $\epsilon_{св} + E$. При $U_о >> E >> \epsilon_{св}$ величина $(\sigma v)_{ан}$ растет как $1/v^2$ причем, чем меньше величина $\epsilon_{св}$, тем круче рост $(\sigma v)_{ан}$ для $v \to 0$.

Авторы благодарны И.С.Шапиро и В.Е.Маркушину за обсуждения и ценные знамечания.

Институт теоретической
и экспериментальной физики

Поступила в редакцию
29 декабря 1977 г.

Литература

[1] Б.О.Кербиков, А.Е.Кудрявцев, В.Е.Маркушин, И.С.Шапиро. Письма в ЖЭТФ, 26, 505, 1977.

[2] И.С.Шапиро. УФН, 16, 173, 1973.

[3] I.S.Shapiro. Preprint ITEP-88, 1977.

[4] F.Myhrer, A.W.Thomas. Phys. Lett., 64B, 59, 1976; F.Myhrer, A.Gersten. CERN Preprint TH-2170, 1976.

[5] M.Goldberger, K.Watson. Collision Theory. New-York–London – Sydney 1964, p. 248.

[6] А.Е.Кудрявцев, В.Е.Маркушин, И.С.Шапиро. ЖЭТФ, 74, 432, 1978.