

АНОМАЛИИ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ МЕТАЛЛОВ

А.Н.Козлов, В.Н.Флеров

Исследована температурная зависимость сопротивления металла в условиях, когда длина волны теплового фонона превосходит примесную длину свободного пробега электрона. Показано, что, начиная с $T = 0$, сопротивление сначала падает с ростом температуры по закону $\Delta\rho(T) \sim -T^2$, а затем, пройдя через минимум, выходит на логарифмический рост в области $(\Theta/\epsilon_F)^2 < \tau T < \Theta/\epsilon_F$.

При анализе электрического сопротивления металлов обычно пользуются классическим уравнением Больцмана. Для рассеяния на фононах такой подход применим только в том случае, когда характерное

изменение импульса электрона при рассеянии много больше его неопределенности. Это условие нарушается, если длина волны теплового фонона не мала по сравнению с примесной длиной пробега электрона. В этом случае интерференция между фононным и примесным механизмами рассеяния должна в существенной степени определять температурную зависимость кинетических коэффициентов. Соответствующая область температур задается условием $T \lesssim u/\tau v = T_{\text{КВ}}$ (u – скорость звука, v – скорость Ферми, τ – примесное время релаксации). Для примесей с кулоновским потенциалом $T_{\text{КВ}} \sim c\Theta$ (c – концентрация примесей, Θ – температура Дебая) и достигает при $c \sim 0,01$ нескольких градусов, а в металлах с большой температурой Дебая (например, в бериллии) даже десятков градусов. Мы рассмотрим фононный вклад в сопротивление металлов с немагнитными примесями при $T \lesssim T_{\text{КВ}}$. С одной стороны, в этой области температур неприменимо уравнение Больцмана и для решения задачи необходимо использовать квантовое кинетическое уравнение. С другой стороны, важно выяснить физический механизм, который приводит к интерференции между упругими и неупругими столкновениями. Таким механизмом является увеличение времени взаимодействия электрона с фононом за счет эффективного замедления электронов, совершающих диффузионное движение в поле хаотически расположенных дефектов. Чтобы пояснить это соображение, вычислим сумму лестничных диаграмм, изображенных на рис. 1 (подобное суммирование проделано в [1] для рассеяния на фотоне). Ограничимся для простоты s -рассеянием на примесях. При $T = 0$ такое суммирование приводит к следующему выражению для амплитуды электрон-фононного взаимодействия:

$$\tilde{g}(\mathbf{q}) = g(\mathbf{q}) \left\{ 1 + \frac{\gamma}{1-\gamma} \Theta\left(\frac{1}{2} |\omega| - |\epsilon|\right) \right\}, \quad \gamma = \frac{\text{arc tg } \tau q v}{\tau q v}. \quad (1)$$

Здесь $g(\mathbf{q})$ – голая электрон-фононная амплитуда. При $\tau q v \ll 1$ и $|\epsilon| < |\omega/2|$ $\tilde{g}(\mathbf{q}) = 3g(\mathbf{q})/(\tau q v)^2$, т. е. $\tilde{g}(\mathbf{q})$ аномально растет на малых передатках импульса. Это поведение играет определяющую роль в температурной зависимости кинетических коэффициентов при $T \lesssim T_{\text{КВ}}$, когда малые импульсы фононов обеспечены низкой температурой.

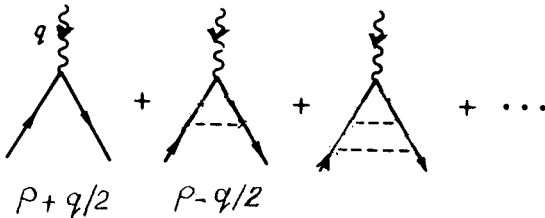


Рис. 1

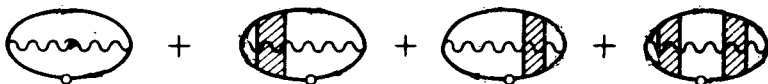


Рис. 2

Для вычисления сопротивления мы воспользовались квантовым кинетическим уравнением, полученным с помощью диаграммной техники Келдыша [2]. Можно показать, что для электронов в немагнитных металлах точное квантовое кинетическое уравнение в случае однородного

электрического поля \mathbf{E} имеет вид

$$-(\mathbf{E}v) \frac{\partial n}{\partial \epsilon} \frac{\partial}{\partial \epsilon_p} \left(\eta A + 2 \operatorname{arctg} \frac{2\eta}{\Gamma} \right) = \Sigma^+ G^- - \Sigma^- G^+, \quad (2)$$

$$n = (e^{\beta \epsilon} + 1)^{-1}, \quad \eta = \epsilon - \epsilon_p - \operatorname{Re} \Sigma_r(\epsilon, \mathbf{p}), \quad \beta = 1/T, \quad \Gamma = -2 \operatorname{Im} \Sigma_r(\epsilon, \mathbf{p}),$$

$$A = -2\Gamma/(\eta^2 + \Gamma^2/4).$$

G^\pm — "кинетические" функции Грина [2] (в равновесии $G^\pm = \pm in(\pm \epsilon)A$), Σ^\pm — соответствующие массовые операторы. Из структуры квантового интеграла столкновений $I = \Sigma^+ G^- - \Sigma^- G^+$ следует, что неравновесные части δG всех четырех функций Грина одинаковы (в линейном по полю приближении). Поскольку при $T \lesssim T_{\text{КВ}}$ примесная часть сопротивления велика по сравнению с фононной, уравнение (2) можно решать итерациями по электрон-фононному взаимодействию. Предполагая s -рассеяние на примесях, представим интеграл столкновений в виде $-i\delta G/\tau + I_{ph}\{\delta G_0\}$. $\delta G_0 = i(\mathbf{E}v)(\partial n/\partial \epsilon)A^2/2$ найдена в пренебрежении фононным механизмом рассеяния. Используя выражение для тока $\mathbf{j} = 2i \int v \delta G d^4p/(2\pi)^4$, получаем формулу для фононного вклада в сопротивление

$$\Delta\rho/\rho_0 = -\frac{2m}{N_e} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{(\mathbf{E}v)}{E^2} I_{ph}\{\delta G_0\}, \quad \rho_0 = m/\tau N_e. \quad (3)$$

На рис. 2 изображены различные вклады в интеграл (3). Сплошные линии соответствуют матричным функциям Грина (гладкие линии отвечают электронам, волнистые — фононам). Кружком отмечена матрица, соответствующая внешним функциям Грина в интеграле столкновений. Заштрихованные прямоугольники изображают лестницы, составленные из примесных пунктиров. Одна из электронных линий (каждая по очереди и в том числе внутри лестниц) в каждой петле неравновесна, т. е. равна δG_0 . Оказывается, что в квантовой области ($T \lesssim T_{\text{КВ}}$) главный вклад в $\Delta\rho$ возникает от четвертой диаграммы, в которой неравновесна линия, отмеченная кружком. Соответствующая часть интеграла столкновений имеет вид $-i\Gamma_{ph}\delta G_0$. Таким образом, при $T \lesssim T_{\text{КВ}}$ для рассеяния на фононах справедливо τ -приближение. Это можно объяснить тем, что при $\tau qv \ll 1$ неупругий процесс сопровождается многократным рассеянием на примесях, вследствие чего процессы релаксации импульса и энергии становятся независимыми. Выражение для фононного затухания электронов, отвечающее главным особенностям лестничных диаграмм имеет следующий вид:

$$\Gamma_{ph}(p) = - \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} A(p+q) \frac{n(\epsilon) - n(\epsilon + \omega_q)}{2} \left(\frac{\zeta}{1-\zeta} \right)^2 |g(\mathbf{q})|^2,$$

$$\zeta = \frac{\operatorname{arc tg} \tau(qv + \omega_q^*) + \operatorname{arc tg} \tau(qv - \omega_q^*)}{2\tau qv} + \frac{i}{4\tau qv} \ln \frac{\tau^2(qv + \omega_q^*)^2 + 1}{\tau^2(qv - \omega_q^*)^2 + 1},$$

$$\omega_q^* = (1 + \lambda) \omega_q \quad (4)$$

λ — константа электрон-фононной связи.

Подставляя (4) в (3) и пользуясь дебаевским приближением для фононного спектра, получим для температурозависящей части сопротивления в области $T \lesssim T_{KB}$

$$\frac{\Delta\rho(T)}{\rho_0} = \frac{\lambda\nu}{(\tau\epsilon_F)^2} f(1/t), \quad \nu = \theta/\epsilon_F, \quad t = 2\pi\tau T/3(1+\lambda)\nu^2,$$

$$f(x) = 13,5[\psi(x) + 3x\psi'(x) + x^2\psi''(x) - \ln x - 2].$$

$\psi(x) = \Gamma'(x)/\Gamma(x)$ — логарифмическая производная гамма-функции Эйлера.

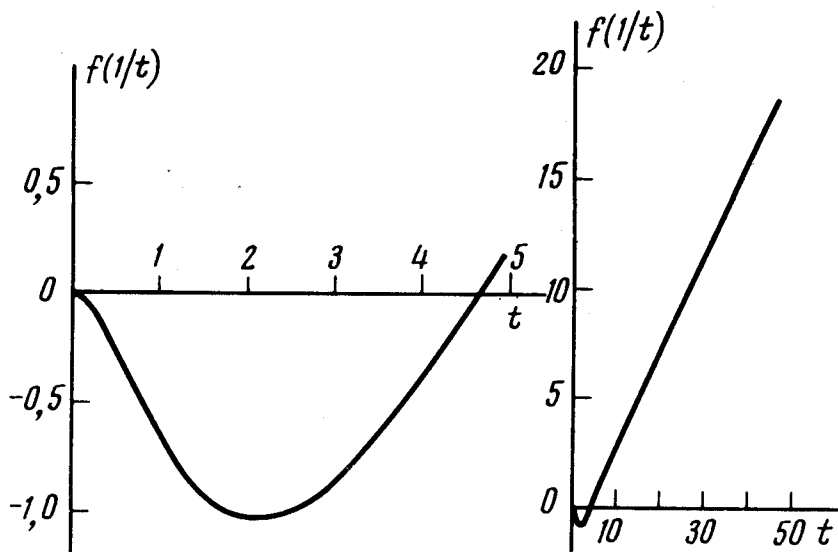


Рис. 3

На рис. 3 приведен график функции $f(1/t)$. При повышении температуры от абсолютного нуля сопротивление сначала падает по квадратичному закону

$$\Delta\rho/\rho_0 = (-9\pi^2/8)(\lambda\nu/(\tau\epsilon_F)^2)t^2, \quad (t \ll 1)$$

затем при $t = 2,0$ проходит через минимум и далее растет, выходя в области $1 \ll t \ll 1/\nu$ на логарифмический закон

$$\Delta\rho/\rho_0 = 13,5 \lambda\nu/(\tau\epsilon_F)^2 \ln t/\gamma e^2, \quad \gamma = 1,781 \dots$$

При $t \sim 1/\nu$ (т. е. $T \sim T_{KB}$) вклад от четвертой диаграммы рис. 2 перестает быть главным и при $t \gg 1/\nu$ температурная зависимость определяется первой диаграммой, т. е. восстанавливается классический закон Блоха $\Delta\rho \sim T^5$.

Авторы благодарны Ю.Кагану за многочисленные подробные обсуждения, стимулировавшие эту работу.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова
Институт химической физики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
2 июля 1976 г.
После переработки
10 декабря 1976 г.

Литература

- [1] А.А.Абрикосов, Л.П.Горьков, И.Е.Дзялошинский. Методы квантовой теории поля в статистической физике. М., 1962.
- [2] Л.В.Келдыш. ЖЭТФ, 47, 1515, 1962.
-