Письма в ЖЭТФ, том 25, вып. 3, стр. 148 – 150 *5 февраля 1977 г.*

ОПТИЧЕСКИЙ АНАЛОГ ЭФФЕКТА МАГНУСА

Б.М.Болотовский, С.Н.Столяров

Рассеяние электромагнитных волн на вращающемся проводящем цилиндре рассматривалось в работах [1 – 3]. Ниже мы хотели бы обратить внимание на один физический эффект, сопровождающий такое рассеяние. Этот эффект состоит в том, что при взаимодействии вращающегося тела с падающей на него плоской электромагнитной волной возникает действующая на тело сила, направление которой перпендикулярно направлению падающей волны. Этот эффект можно по порядку величины оценить следующим образом.

Нетрудно показать, что при рассеянии этой волны на вращающемся теле возникает несимметричная индикатрисса рассеяния.

Пусть плоская электромагнитная волна частоты ω падает из пустоты на вращающийся цилиндр бесконечной длины. Диэлектрическую проницаемость цилиндра обозначим ϵ, магнитную проницаемость – через μ, проводимость – через σ. Радиус цилиндра равен a, угловая скорость вращения – Ω. Волновой вектор падающей волны $\mathbf{k}$ составляет с осью цилиндра прямой угол.

Задачу об угловом распределении рассеянного поля мы будем рассматривать в следующих упрощающих предположениях: 1) разность $(\epsilon\mu - 1) << 1$, проводимость σ мала. Выполнение этих условий позволяет пренебречь отражением и преломлением света на поверхности цилиндра и поглощением света внутри цилиндра; 2) угловая скорость вращения цилиндра такова, что соответствующие линейные скорости элементов цилиндра малы в сравнении со скоростью света: $u \approx \Omega a << c$. Выполнение этого условия позволяет учитывать только эффекты первого порядка по u/c; 3) размеры цилиндра много больше, чем длина волны падающего излучения: $a << \lambda = 2\pi c/\omega$. При этих условиях распространение света внутри вращающегося цилиндра можно рассматривать как распространение плоской волны.

Элементы объема вращающегося цилиндра движутся с линейными скоростями, различными как по величине, так и по направлению. Пусть скорость элемента объема равна $\mathbf{u}$, причем вектор $\mathbf{u}$ составляет с волновым вектором падающей волны угол θ_0. Тогда фазовая скорость света в указанном элементе объема равна [4].

$$v_\Phi = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}} + \left(1 - \frac{1}{\epsilon\mu}\right) u \cos\theta_0 . \tag{1}$$

Скорость u для элементов вращающегося цилиндра имеет порядок величины $a\Omega$, угол θ_0 меняется от 0 до 2π.

Из формулы (1) видно, что при $\theta_0 = \pm\pi/2$ эффект увлечения отсутствует. При $\theta_0 = 0, \pi$ эффект увлечения является наибольшим, причем фазовая скорость света в той части цилиндра, где среда и волна движутся в одну сторону, имеет порядок величины $\frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}} + u\left(1 - \frac{1}{\epsilon\mu}\right)$, а фазовая скорость света в той части цилиндра, где среда и волна движутся навстречу друг другу, имеет порядок величины $\frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}} - u\left(1 - \frac{1}{\epsilon\mu}\right)$.

В силу различия этих фазовых скоростей фронт волны повернется. Волна, вышедшая из цилиндра, распространяется в направлении, которое составляет с первоначальными некоторый угол α. Простые оценки дают, что угол отклонения α по порядку величины равен

$$\alpha \approx \frac{2u}{c}\sqrt{\epsilon\mu}\left(1 - \frac{1}{\epsilon\mu}\right) \approx \frac{2\Omega a}{c}\sqrt{\epsilon\mu}\left(1 - \frac{1}{\epsilon\mu}\right). \tag{2}$$

При этом волна отклоняется от первоначального направления в ту же сторону, в которую вращается цилиндр.

В результате отклонения волна, падающая на цилиндр, меняет свой электромагнитный импульс. Оценим это изменение. Если напряженность электрического поля в падающей волне равна E_o, то поток импульса излучения падающего на единицу длины цилиндра за единицу времени, равен $p_o = \frac{a}{4\pi c} E_o^2$. В результате рассеяния на малый угол α поток импульса p_o меняется на величину $\Delta p_o = \alpha p_o$. Направление вектора $\Delta \mathbf{p}_o$ совпадает с направлением вектора $[\vec{\Omega}, \mathbf{k}]$, где $\vec{\Omega}$ – вектор угловой скорости вращения цилиндра, $\mathbf{k}$ – волновой вектор падающей волны. В силу закона сохранения импульса на единицу длины цилиндра действует отклоняющая сила, численно равная величине Δp_o и направленная в противоположную сторону. Учитывая значение угла отклонения (2), получаем оценку для величины отклоняющей силы, действующей на единицу длины цилиндра:

$$\mathbf{F} = -[\vec{\Omega}, \mathbf{k}]\frac{a^2 E_o^2}{2\pi\omega c}\sqrt{\epsilon\mu}\left(1 - \frac{1}{\epsilon\mu}\right) = -[\vec{\Omega}, \mathbf{k}]\frac{4a^2 I_o}{\omega c^2}\sqrt{\epsilon\mu}\left(1 - \frac{1}{\epsilon\mu}\right),$$

где $I_o = \frac{c}{8\pi} E_o^2$ – интенсивность падающего излучения. Этот эффект можно также рассчитать с помощью приближения Кирхгофа в теории дифракции. Это приближение учитывает различие в набеге фазы для волны, проходящей через разные участки вращающегося цилиндра. Знание фазы волны "на выходе" (на поверхности) диэлектрического цилиндра позволяет вычислить рассеянное поле.

Для определения фазы "на выходе" мы упрощенно учитываем вращение цилиндра, представляя его в виде двух движущихся диэлектрических слоев толщины a. При этом скорость одного из слоев равна βc и совпадает с направлением падающей волны, а скорость другого равна по величине и противоположна скорости первого.

В этом приближении для величины рассеянного поля E_p получается выражение:

$$E_p = E_0 \sqrt{\frac{k}{2\pi i R}}\, e^{ikR} \left\{ 2\pi\delta(k\sin\theta) - 2\,\frac{\sin(ka\sin\theta)}{k\sin\theta} + 4\,\frac{\sin\left(\frac{1}{2}\,ka\sin\theta\right)}{k\sin\theta} \times \right.$$

$$\left. \times \cos\left[\frac{1}{2}\,ka\sin\theta - 2\,ka\beta(\epsilon\mu - 1) - \frac{4\pi i\sigma}{c}\,\beta\mu a\right] \exp\left[-2\,ika(1-\sqrt{\epsilon\mu}) - \frac{4\pi\sigma}{c}\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}\,a\right]\right\}, \tag{4}$$

где θ – угол рассеяния (т. е. угол между направлением падающей волны и радиусом-вектором **k** точки наблюдения); $u = \beta c = \Omega a$ – скорость перемещения на поверхности вращающегося цилиндра; $k = \omega/c$ – величина волнового вектора. Первый член выражения (4), пропорциональный дельта-функции, дает неотклоненную волну. Если $\epsilon = \mu = 1$, $\sigma = 0$ (цилиндр отсутствует), то только этот член и остается. Второй член описывает дифракцию волны на непрозрачной полосе ширины $2a$. При $\sigma \to \infty$ все выражение (4) сводится к сумме двух первых членов. Наконец, третий последний член в формуле (4) учитывает влияние вращения цилиндра. С ростом проводимости цилиндра σ этот член экспоненциально уменьшается. При $\sigma \to 0$ нетрудно оценить угол, на который отклоняется волна в результате рассеяния. Выражение (4) имеет максимум по углу θ при $\theta = 0$ (за счет слагаемого с δ -функцией) и при

$$\theta_{max} = \frac{4\Omega a}{c}\,(\epsilon\mu - 1).$$

При сделанных нами предположениях это выражение удовлетворительно согласуется с (2).

Отметим, что несимметрия индикатриссы рассеяния и связанная с ней отклоняющая сила возникает не только при вращении тела, а также всегда, когда оптическая толщина рассеивающего тела меняется вдоль фронта падающей волны.

Авторы благодарны Я.Б.Зельдовичу за обсуждения, в которых было обращено внимание на асимметрию индикатриссы рассеяния.

Физический институт
им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
17 декабря 1976 г.

Литература

[1] Я.Б.Зельдович. Письма в ЖЭТФ, 14, 270, 1971.

[2] Я.Б.Зельдович. ЖЭТФ, 62, 2076, 1972.

[3] Б.М.Болотовский, С.Н.Столяров. ЖЭТФ, 71, 1003, 1976.

[4] И.Е.Тамм. Основы теории электричества. М., изд.Наука, 1976.