Письма в ЖЭТФ, том 25, вып. 3, стр. 168 – 171 5 февраля 1977 г.

ТЕМПЕРАТУРНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ СИЛЫ ВЗАИМНОГО ТРЕНИЯ В ГЕЛИИ ВБЛИЗИ λ-ТОЧКИ

Л.П.Питаевский

На основе гипотезы динамической масштабной инвариантности выяснена температурная зависимость силы взаимного трения между нормальной и сверхтекучей частями жидкости во вращающемся сверхтекучем гелии в критической области вблизи λ-точки. Оказалось, что коэффициенты B, B' в силе трения возрастают как $(\Delta T)^{-(2-\alpha)/6}$, где α – критический показатель теплоемкости, что находится в согласии с экспериментальными данными.

Как известно, наличие во вращающемся гелии вихревых нитей Онсагера – Файнмана приводит к появлению силы взаимного трения между нормальной и сверхтекучей частями жидкости. Эту силу, отнесенную к единице длины нити, можно записать как: [1]

$$\mathbf{f} = \frac{\pi\hbar}{m}\,\frac{\rho_s\rho_n}{\rho}\,\{\, B(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s) + B'[\vec{\omega}\,(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)]\,\}, \tag{1}$$

где $\vec{\omega}$ – единичный вектор вдоль оси вихря. Коэффициент B определяет диссипацию энергии при движении. Эта диссипация в единицу времени, отнесенная к единице длины одной нити равна:

$$Q = \frac{\pi\hbar}{m}\,\frac{\rho_s\rho_n}{\rho}\,(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)^2 B\,. \tag{2}$$

Цель предлагаемой работы – определить температурную зависимость B вблизи λ-точки, при $T \to T_\lambda$. Главным механизмом диссипации энергии в этой области является процесс релаксации параметра порядка $\eta = \sqrt{n_0}$ к своему равновесному значению при движении нити относительно сверхтекучей части. (n_0 – плотность числа частиц в конденсате). Скорость этого движения связана с силой $\mathbf{f}$ формулой "эффекта Магнуса" [1]:

$$\mathbf{f} = \frac{2\pi\hbar}{m}\,\rho_s[\vec{\omega}\,(\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_L)]\,. \tag{3}$$

Мы увидим далее, что вблизи λ-точки B и B' велики, так что $|\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_L| \gg |\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|$.

Вблизи оси вихря равновесное значение η уменьшается, причем характерный размер "сердцевины", где η мало, порядка корреляционного радиуса r_c. Так как при $T \to T_\lambda$ радиус $r_c \to \infty$, вихревая нить вблизи точки перехода имеет макроскопическую толщину. Оценим диссипацию энергии в единице объема внутри вихревой нити. Имеем

$$T\frac{\partial S}{\partial t} = -T\frac{\partial \Phi}{\partial \eta}\,\frac{\partial \eta}{\partial t} = -T\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta^2}\,\frac{\partial \eta}{\partial t}\,. \tag{4}$$

Здесь S и Φ — плотности энтропии и термодинамического потенциала гелия. Во втором равенстве учтено, что в состоянии равновесия $\partial\Phi/\partial t = 0$, так что $\dfrac{\partial\Phi}{\partial\eta} = \dfrac{\partial^2\Phi}{\partial\eta^2}\,\delta\eta$, где $\delta\eta$ — отклонение η от равновесного значения. Для дальнейшего будет удобно выразить вторую производную через обобщенную восприимчивость χ по отношению к полю, сопряженному с параметром η:

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial\eta^2} = \chi^{-1} . \tag{5}$$

Временна́я зависимость η определяется уравнением вида

$$\frac{\partial\eta}{\partial t} = -\frac{\partial\eta}{\tau} , \tag{6}$$

где τ по определению — время релаксации параметра η. Строго говоря, уравнение (6), как впрочем и (4), верно только если η мало меняется на расстояниях $\sim r_c$. Следует, однако, считать, что по порядку величины эти уравнения справедливы и когда характерный размер изменения η порядка r_c. Из (4 – 6) находим диссипацию энергии:

$$T\frac{\partial S}{\partial t} = T\tau\,\chi^{-1}\left(\frac{\partial\eta}{\partial t}\right)^2 . \tag{7}$$

С другой стороны, изменение η в системе координат, где покоится сверхтекучая часть, в первом приближении сводится просто к движению вихревой нити со скоростью $\mathrm{v}_L - \mathrm{v}_s$, так что

$$\frac{\partial\eta}{\partial t} = -(\mathrm{v}_L - \mathrm{v}_s)\,\nabla\eta \sim |\mathrm{v}_L - \mathrm{v}_s|\,\eta/r_c .$$

Умножая (7) на площадь сердцевины нити πr_c^2, получим для диссипации на единицу длины

$$Q \sim \tau\,\chi^{-1}\,\eta^2(\mathrm{v}_L - \mathrm{v}_s)^2 \tag{8}$$

Вблизи λ-точки по определению критических показателей

$$\eta \sim (\Delta T)^{\beta},\quad \chi \sim (\Delta T)^{-\gamma},\quad \Delta T = T_\lambda - T$$

причем $2\beta + \gamma + \alpha = 2$ (α — критический показатель теплоемкости). Согласно Джозефсону $\rho_s \sim (\Delta T)^{(2-\alpha)/3}$, а время релаксации τ в силу гипотезы о динамической масштабной инвариантности зависит от температуры согласно [2, 3] как $\tau^{-1} \sim (\Delta T)^{(2-\alpha)/2}$ (считая, что $\alpha < 0$).

Дальнейший анализ мы проведем, приняв естественное предположение о том, что B и B' вблизи λ-точки имеют один и тот же порядок величины. Подробное обоснование этого утверждения, требующее исследования движения нормальной части, будет опубликовано отдельно.

Исключая скорости из (1) – (3) и (8), легко находим

$$B \sim B' \sim \rho_s \tau^{-1} \chi \eta^{-2} \sim \rho_s \tau^{-1} (\Delta T)^{\alpha - 2} \sim (\Delta T)^{-\frac{1}{6}(2-\alpha)}.$$

Принимая для гелия $\alpha = -0{,}16$, получаем, что B возрастает вблизи λ-точки по закону

$$B \sim B' \sim (\Delta T)^{-\kappa}, \quad \kappa = 0{,}36. \tag{9}$$

Заметим, что в теории типа Гинзбурга – Ландау, где $\rho_s \sim \tau^{-1} \sim \Delta T$, $\alpha = 0$, коэффициенты B, B' остаются конечными в точке перехода [4][1].

Прямым способом измерения коэффициентов B и B' является исследование распространения второго звука во вращающемся гелии. Уже в первых работах такого рода отмечалось увеличение B и B' вблизи λ-точки. [1, 5 – 7]. Тщательные измерения этих коэффициентов произведены в недавней работе [8]. Измерения дают степенное возрастание B и B', причем $\kappa = 0{,}330 \pm 0{,}015$ что, следует считать хорошим согласием теории с экспериментом.

Косвенные указания на возрастание коэффициента B вблизи λ-точки дают измерения силы взаимного трения Гортера – Меллинка в закритическом тепловом потоке.

Согласно имеющимся экспериментальным данным коэффициент, определяющий это трение, обращается в бесконечность в λ-точке с показателем, близким к (9) [9, 10]. Существующая теория (см. [11]) кажется, однако, недостаточно точной, чтобы определить из этих данных коэффициент B.

Автор благодарен А.Ф.Андрееву, Л.П.Горькову, С.В.Иорданскому и П.К.Хоенбергу за обсуждение.

Институт физических проблем
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
3 января 1977 г.

Литература

[1] H.E.Hall, W.F.Vinen. Proc. Roy. Soc., A238, 204, 215, 1956.

[2] R.Ferrell, N.Menyhard, H.Schmidt, F.Schwabl, P.Szepfalusy. Ann. Phys., 47, 565, 1968.

[3] В.Л.Покровский, И.М.Халатников. Письма в ЖЭТФ, 9, 255, 1969.

[4] Л.П.Питаевский. Исследования по теории сверхтекучести жидкого гелия. Диссертация. М., 1958.

[5] H.A.Snyder, D.M.Linikin. Phys. Rev.,147, 131, 1966.

[6] J.A.Lipa, C.J.Pearce, P.D.Jarman. Phys. Rev., 155, 75, 1967.

[1] Расчет диссипации при движении вихревых нитей в сверхпроводниках на основе уравнений Гинзбурга – Ландау см. в [12].

[7] P.Lucas. J. Phys., C3, 1180, 1970.
[8] P.Mathien,A.Serra, Y.Simon. Phys. Rev. 14B, 3753, 1976.
[9] G.Ahlers. Phys. Rev. Lett., 22, 54, 1969.
[10] P.Leiderer, F.Pobell. J. Low Temp., 3, 577, 1970.
[11] W.F.Vinen. Proc. Roy. Soc., A242, 493, 1957.
[12] Л.П.Горьков, Н.Б.Копнин. ЖЭТФ , 64, 356, 1973.