Письма в ЖЭТФ, том 25, вып. 3, стр. 171 – 175 *5 февраля 1977 г.*

НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ТЕОРИИ С СИЛЬНОЙ СВЯЗЬЮ ВАКУУМНЫХ РЕДЖИОНОВ

И.Д.Манджавидзе

В работе показано, что в теории с сильной связью померонов имеется неустойчивость по параметру, определяющему зависимость вершин инклюзивного рождения частиц от импульса померона, что указывает на противоречивость такой теории.

В инфракрасной асимптотике гриновская функция вакуумного реджиона имеет "масштабно-инвариантный" вид [1, 2], отвечающий сильной связи померонов. Ниже мы рассмотрим это решение в свете неупругих процессов.

Многочастичные процессы удобно исследовать, вводя производящие функции, для которых можно построить достаточно простую реджионную диаграммную технику [3, 4]. В рамках этой диаграммной техники вводятся пропагаторы, отвечающие "разрезанному" померону [3, 4] (правила "разрезания" реджионных диаграмм указаны в [5]):

$$D^{-1}(\omega,\ k^2;\ z) = \omega + \omega_R'(z)k^2 + m_R(z), \tag{1}$$

где z пропорционально числу частиц, приходящихся на единицу быстроты. Производящие функции нормированы так, что при $z = 1$ они должны совпасть с мнимой частью соответствующей амплитуды упругого рассеяния [4]. Причем это условие нормировки должно сохраняться на любой стадии вычисления производящей функции. Тогда "наклон" разрезанного померона $\omega_R'(z)$ должен удовлетворять условию:

$$\omega_R'(r)\Big|_{z=1} = \alpha_R', \tag{2}$$

где α'_R – перенормированный наклон померонной траектории. В работе [6] было выбрано предположение: $\omega'_R(z) \equiv \alpha'_R$. Здесь мы будем полагать, что $\omega'_R(z)$ – нетривиальная функция z, что представляется естественным, например, в мультипериферической модели. Противоположное означает, поскольку по определению [4]:

$$\omega'_R(z) \equiv \alpha'_R + \sum_{\nu=1}^{\infty} (z-1)^{\nu} \frac{d}{dk^2} \Psi_\nu(k^2)\Big|_{k^2=0}, \tag{3}$$

что должны выполняться условия:

$$\frac{d}{dk^2} \Psi_\nu(k^2)\Big|_{k^2=0} = 0 \tag{4}$$

для всех $\nu = 1, 2, \ldots$; здесь Ψ_ν – вершины инклюзивного рождения частиц в диаграммах Мюллера – Канчели (см. [7]). Решение предложенное в [1, 2] предполагает, что "пересечение" $m_R(z)$ должно удовлетворять следующему условию нормировки:

$$m_R(z)\Big|_{z=1} = 1 - \alpha_R(0) = 0. \tag{5}$$

Здесь и в дальнейшем индекс R означает, что рассматриваются перенормированные параметры.

Подробное рассмотрение того, как перенормируются 3-померонные вершины J, позволяет утверждать, что при $z \neq 1$ они зависят от способа их разрезания [4] (в данной работе мы полагаем, что затравочные вершины не зависят от способа их разрезания, т. е. $J_i \equiv J_0$). Однако, вследствие вышеупомянутого условия нормировки нам следует положить:

$$J_{i,R}(\omega, z)\Big|_{z=1} = J_{0,R}(\omega), \tag{6}$$

где i и 0 нумеруют число разрезанных померонов, подходящих к вершине. Мы рассматриваем решение, когда $J_{0,R}$ имеет конечный инфракрасный предел λ [1, 2]. Отсюда и из (6) следует:

$$J_{i,R} \equiv J_{0,R} + \sum_{\nu=1}^{\infty} (z-1)^{\nu} r^{\nu}_{i,R} = \lambda + \Phi_i(\omega, z), \tag{7}$$

где Φ_i – некие неуниверсальные функции, обращающиеся в ноль в инфракрасном пределе. Последнее следует из того, что $r^{\nu}_{i,R}$ являются "несущественными параметрами" [8] в пределе $\omega \to 0$ и в пространстве n, в котором рассматриваемая теория ренормируема.

Используя ренорм-групповой подход, сформулированный в [9], мы можем получить уравнения для $J_{i,R}$ при произвольных z:

$$\omega \frac{dJ_{i,R}}{d\omega} = P_i(J_{0,R}, J_{1,R}, \ldots, J_{3,R}; \kappa), \tag{8}$$

где $\kappa_R = a'_R/\omega'_R$. Вследствие условий (2) и (6) система уравнений (8) должна вырождаться при $z = 1$ в одно уравнение для $J_{0,R}$, т. е. следует положить:

$$P_i(J_{0,R}, \ldots, J_{3,R}; \kappa_R)\Big|_{z=1} = P_\circ(J_{0,R}) \underset{\omega\to 0}{\to} P_\circ(\lambda) = 0 \qquad (9)$$

Но если подставить (7) в (8) и воспользоваться тем, что Φ_i обращаются в нуль при $\omega = 0$, мы получим в пределе $\omega \to 0$:

$$P_i(\lambda; \kappa) = 0, \qquad \kappa \equiv \kappa(z) \equiv \kappa_R(\omega, z)\Big|_{\omega=0}. \qquad (10)$$

Если сравнить это условие с (9), то наиболее естественно предположить, что независимо от величины z:

$$\kappa_R(\omega, z)\Big|_{\omega=0} \equiv \kappa(z) = 1. \qquad (11)$$

Необходимость условия (11) можно доказать вычислив явный вид $P_i(\lambda;\kappa)$. Поскольку мы интересуемся лишь самосогласованностью теории, мы можем рассматривать ее в пространстве, когда $0 < \epsilon = 4 - n << 1$. Можно доказать воспользовавшись анализом, предложенным в [10], что в рассматриваемой теории ϵ-разложение корректно. Тогда для вычисления P_i мы можем ограничиться однопетлевым приближением и таким образом можно получить явный вид уравнений (10), которые следует решать относительно κ:

$$P_1(\lambda; \kappa) = \frac{\epsilon}{4}\lambda\left\{\frac{\kappa^2}{3}\left(1 + \frac{8}{(1+\kappa)^2}\right) - 1\right\} = 0, \qquad (12а)$$

$$P_2(\lambda; \kappa) = \frac{\epsilon}{4}\lambda\left\{\frac{2}{3}\left(2\frac{1+3\kappa}{1+\kappa} - \frac{6\kappa}{(1+\kappa)^2} - \kappa\right)\kappa - 1\right\} = 0, \qquad (12б)$$

$$P_3(\lambda; \kappa) = \frac{\epsilon}{4}\lambda\left\{\frac{1}{3}\left(2 - 5\kappa^2 + \frac{32\kappa^2}{1+\kappa} - \frac{40\kappa^2}{(1+\kappa)^2}\right) - 1\right\} = 0 \qquad (12в)$$

Из этих уравнений ясно видна единственность условия (11).

В рассматриваемом однопетлевом приближении, уравнение ренорм-группы для κ_R имеет вид

$$\omega\frac{d\kappa_R}{d\omega} = -\frac{\epsilon}{24}\kappa_R\left(3 - \kappa_R + 2\kappa_R^2 - \frac{32\kappa_R^2}{(1+\kappa_R)^3}\right) \equiv \frac{\epsilon}{24}\beta(\kappa_R). \qquad (13)$$

Нетрудно видеть, что $\beta(\kappa_R)$ имеет нуль при $\kappa_R = 1$, но производная $\beta(\kappa_R)$ в этой точке (отвечающей $z = 1$) отрицательна, см. рис. 1.

Решение сильной связи будет устойчивым относительно вариаций параметров, если условие (11) выполняется, т. е. только, если точка $z = 1$ – устойчивая точка теории: изменения κ_R, связанные с отклонением z от единицы должны "гаснуть", согласно (11), в асимптотике

$\omega \to 0$. Но как следует из рис. 2, на котором представлены решения уравнения (13) в окрестности точки $z = 1$, точка $z = 1$ не является устойчивой точкой теории, что указывает на противоречивость решения с сильной связью вакуумных реджионов. Формально противоречие отражается в том, что уравнения (8) и (12) не имеют совместимых решений.

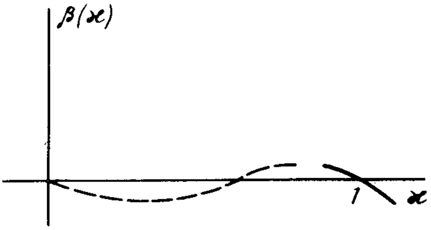

Рис. 1

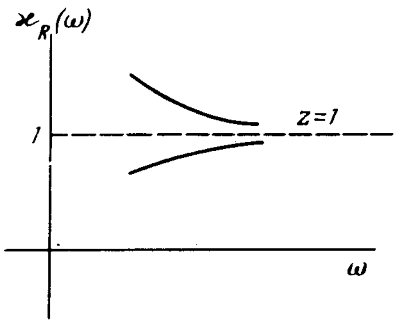

Рис. 2

В следующей нашей публикации мы предполагаем привести все доказательства, данные в настоящей статье схематически, полностью, а также обсудить физический смысл неустойчивости решения с сильной связью померонов. Полученный нами результат означает невозможность фазового перехода, если воспользоваться терминологией статистической физики, в "реджионном газе", который должен быть, поскольку имеется условие (5).

Я приношу благодарность О.В.Канчели за плодотворные дискуссии.

Институт физики
Академии наук Грузинской ССР

Поступила в редакцию
30 октября 1976 г.

Литература

[1] А.А.Мигдал, А.М.Поляков, К.А.Тер-Мартиросян. ЖЭТФ, 67, 842, 1974.
[2] H.D.I. Abarbanel, J.B.Bronzan. Phys. Rev., D9, 2397, 1974.
[3] A.H.Muller. Phys. Rev., D4, 150, 1971.
[4] И.Д. Манджавидзе, ЯФ, 19, 370, 1974.
[5] В.А.Абрамовский, В.Н.Грибов, О.В.Канчели. ЯФ, 18, 595, 1973.
[6] L.Caneschi, R.Jengo. TH.1939-CERN, 1974.

[7] В.А.Абрамовский, О.В.Канчели, И.Д.Манджавидзе. ЯФ, 13, 1102, 1971.

[8] К.Вильсон, Дж. Когут. НФФ, вып. 5, 1975.

[9] G. t'Hooft. Nucl. Phys., B61, 455, 1973.

[10] K. Vilson. Phys. Rev. D7, 2911, 1973.