Письма в ЖЭТФ, том 28, вып.3, стр. 112 – 116 *5 августа 1978 г.*

СВЕРХТЕКУЧИЕ ПОТОКИ В HeII, ИНДУЦИРОВАННЫЕ СКРЕЩЕННЫМИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ И МАГНИТНЫМ ПОЛЯМИ

С.И.Шевченко

Установлено, что скрещенные поля должны вызывать появление в гелии II сверхтекучих потоков, скорость которых $v_s = a\dfrac{E\times H}{mc}$ (a – поляризуемость атома гелия, M – его масса)

Цель данной работы состоит в том, чтобы показать, что свойства, которые традиционно считаются присущими только сверхпроводникам, должны иметь место и в сверхтекучих системах. Мы будем для определенности говорить о He^4. Рассмотрим поведение атома He^4 в электрическом и магнитном полях. Электрическое поле поляризует атом и в результате центр тяжести электронного облака $\mathbf{r}_1$ не совпадает с центром тяжести ядра $\mathbf{r}_2$. Если обозначить через U энергию взаимодействия электронов с ядром, то при классическом описании уравнения движения имеют, очевидно, следующий вид:

$$m_1\ddot{\mathbf{r}}_1 = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_1}U(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2) - e\mathbf{E}(\mathbf{r}_1) - \frac{e}{c}\dot{\mathbf{r}}_1\times\mathbf{H}(\mathbf{r}_1), \qquad (1)$$

$$m_2\ddot{\mathbf{r}}_2 = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_2}U(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2) + eE(\mathbf{r}_2) + \frac{e}{c}\dot{\mathbf{r}}_2\times\mathbf{H}(\mathbf{r}_2). \qquad (2)$$

Эти уравнения описывают как внутренние движения в атоме (т.е. изменение со временем разности $\mathbf{r} \equiv \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$), так и движение атома как целого (т.е. изменение величины $\mathbf{R} \equiv m_1\mathbf{r}_1 + m_2\mathbf{r}_2/m_1 + m_2$). Если частоты изменения полей $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ значительно меньше характерных частот внутреннего движения, то из (1), (2) следует, что $\mathbf{r}$ изменяется квазистатически , т.е.

$$e\mathbf{r} = a(\mathbf{E} + \frac{1}{c}\mathbf{v}\times\mathbf{H}). \qquad (3)$$

Здесь a – поляризуемость атома гелия, $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ – функция координаты $\mathbf{R}$. Появление второго слагаемого в правой стороне (3) связано с тем, что сила Лоренца также поляризует атом. С помощью (3) и уравнений Максвелла из (1), (2) легко получить уравнение движения центра масс $\mathbf{R}$. Если ввести обозначения $\dot{\mathbf{R}} = \mathbf{v}$ и $m_1 + m_2 = M$, то это уравнение имеет вид

$$\frac{d}{dt}M\left(\mathbf{v} + \frac{a\mathbf{H}\times\mathbf{E}}{mc}\right) = a\nabla\left(\frac{E^2}{2} + \frac{\mathbf{v}(\mathbf{H}\times\mathbf{E})}{c}\right). \qquad (4)$$

Рассмотрим полученное уравнение. Пусть вначале приложено однородное поле $\mathbf{E}$, а затем включается однородное магнитное поле $\mathbf{H}$. Включение поля $\mathbf{H}$ в силу уравнений Максвелла вызовет появление неоднородных электрических полей. Однако эти поля будут пропорциональны $1/c$, поэтому правая часть в (4) пропорциональна $1/c^2$ и может быть опущена. Интегрируя остающееся уравнение и полагая константу интегрирования равной нулю (в соответствии с тем фактом, что в отсутствие полей скорость атома равна нулю), получаем

$$\mathbf{v}' = a\,\frac{\mathbf{E}\times\mathbf{H}}{Mc} \equiv -\mathbf{u}\,. \tag{5}$$

Физическая причина, по которой нейтральное тело за время включения полей $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ "набирает" скорость $-\mathbf{u}$, состоит в следующем. На этапе включения либо поле $\mathbf{E}$, либо сила Лоренца $\frac{e}{c}\dot{\mathbf{R}}\times\mathbf{H}$ являются неоднородными. Поэтому, хотя силы, действующие на центр тяжести отрицательного заряда $\mathbf{r}_1$ и на центр тяжести положительного заряда $\mathbf{r}_2$ имеют разные знаки, они не компенсируют друг друга. Результирующая сила приводит к движению атома как целого, причем результат ее действия, как видно из (5), не зависит от скорости включения полей.

До сих пор речь шла об отдельном атоме. Совершенно очевидно, что будет, если атом является некоторой выделенной частицей в жидкости. Если жидкость нормальная, то в силу наличия у нее вязкости при $t\to\infty$ скорость жидкости обратится в нуль. Если же жидкость сверхтекучая, то и при $t\to\infty$ скорость жидкости будет даваться выражением (5).

Это утверждение можно доказать более строго. Функция Лагранжа, соответствующая уравнению (4), равна

$$L = \frac{Mv^2}{2} + a\left(\frac{E^2}{2} + \frac{\mathbf{v}(\mathbf{H}\times\mathbf{E})}{c}\right) \tag{6}$$

поскольку очевидно, что подстановка (6) в уравнения Лагранжа $\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial v_i} = \frac{\partial L}{\partial R_i}$ приводит к (4). С помощью функции Лагранжа можно обычным образом найти обобщенный импульс $\mathbf{p}$ и гамильтониан системы $H(\mathbf{p},\mathbf{R})$

$$H = \frac{\partial L}{\partial v_i}v_i - L = \frac{1}{2M}\left(\mathbf{p} - a\,\frac{\mathbf{H}\times\mathbf{E}}{c}\right)^2 - \frac{aE^2}{2} \tag{7}$$

Гамильтониан (7) можно использовать для описания конденсата в He II, заменив в нем предварительно импульс $\mathbf{p}$ на оператор $-i\hbar\nabla$. Для этого будем считать (см., например [1,2]), что поведение конденсатора определяется волновой функцией $\psi(\mathbf{r}\,t) = \psi_0(\mathbf{r}t)\exp[i\phi(\mathbf{r}\,t)]$, удовлетворяющей уравнению Шредингера (μ – химический потенциал)

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = (H + \mu)\,\psi\,. \tag{8}$$

При этом волновая функция ψ нормирована таким образом, что $M\psi_0^2 = \rho_s$, где ρ_s — массовая плотность сверхтекучей компоненты. Отделяя в уравнении (8) мнимую часть, получаем уравнение непрерывности

$$\dot{\rho}_s + \operatorname{div} \rho_s \mathbf{v}_s = 0, \tag{9}$$

где скорость сверхтекучей компоненты

$$\mathbf{v}_s = \frac{\hbar}{M} \nabla \phi - \mathbf{u}, \tag{10}$$

Вещественная часть уравнения (9) имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t} M (\mathbf{v}_s + \mathbf{u}) = -\nabla\left(\mu + \frac{M v_s^2}{2} - a\frac{E^2}{2}\right). \tag{11}$$

Мы опустили в правой стороне этого уравнения слагаемое $\frac{\hbar^2}{2M}\nabla\left(\frac{\nabla^2\sqrt{\rho_s}}{\sqrt{\rho_s}}\right)$, которое существенно только при очень быстром изменении сверхтекучей плотности как функции координат.

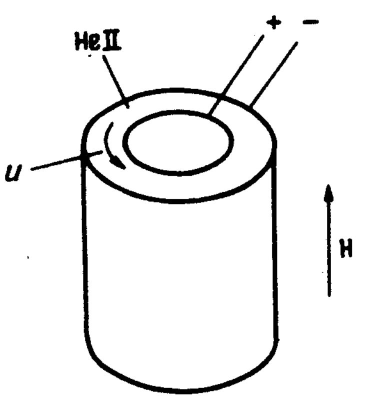

Рис. 1

Покажем, что в случае металлического сосуда произвольной формы (см. рис. 1) в пренебрежении сжимаемостью гелия $\mathbf{v}_s = -\mathbf{u}$ является решением системы (9) – (11). Действительно, для несжимаемой жидкости $\mathbf{v}_s$ должно удовлетворять уравнению $\operatorname{div} \mathbf{v}_s = 0$ с граничным условием $\mathbf{v}_{s\perp} = 0$, где $\mathbf{v}_{s\perp}$ — нормальная к поверхности компонента скорости. Если $\mathbf{v}_s = -\mathbf{u}$ то должны, очевидно, выполняться условия $\operatorname{div} \mathbf{u} = 0$ и $\mathbf{u}_\perp = 0$. С помощью уравнений Максвелла легко найти, что $\operatorname{div} \mathbf{u} \equiv \frac{a}{Mc} \operatorname{div} \mathbf{H} \times \mathbf{E} = \frac{a}{Mc}\frac{1}{rc}\frac{\partial}{\partial t}(E^2 + H^2)$. Следовательно, после выхода полей на их стационарные значения $\operatorname{div} \mathbf{u} = 0$. Условие $\mathbf{u}_\perp = 0$ на поверхности металлического сосуда также выполняется, поскольку E направлено по нормали к поверхности металла, а $\mathbf{u}\mathbf{E} = \frac{a}{Mc}(\mathbf{H} \times \mathbf{E})\mathbf{E} \equiv 0$. Таким образом, мы снова пришли к результату (5). Учет эффектов сжимаемости приведет к появлению в неоднородных случаях слабых градиентов фазы $\nabla\phi$ (см. (10)).

Существует простая интерпретация выражения (5), позволяющая получить этот результат весьма наглядным образом. Поляризованный однородным электрическим полем гелий II представляет собой, в известном смысле, аналог сверхпроводящего слоистого кристалла, в котором чередуются слои с проводимостью n-и р-типа (см. рис. 2). При помещении такого кристалла в магнитное поле в каждом слое должен возникать мейсснеровский ток. Поскольку частицы соседних слоев связаны попарно, то суммарный ток определяется разностью мейсснеровских токов в верхнем и нижнем слоях (см. [3 ,4]). Поэтому скорость движения жидкости должна быть равна (см.2)

$$v_s = \frac{e(A_1 - A_2)}{Mc} = \frac{edH}{Mc} = \frac{\alpha EH}{Mc}, \tag{12}$$

что совпадает с выражением (5).

Рис. 2

Приведем численную оценку скорости u. Поляризуемость атома гелия $\alpha \approx 2 \cdot 10^{-25}$ см^3, масса $M \approx 10^{-23}$ г. Поэтому в полях $H \sim 10^5$ гс, $E \sim 10^5$ в/см имеем $u = 2 \cdot 10^{-4}$ см/сек. Эта скорость является малой, но вполне измеримой величиной.

Описанный эксперимент со скрещенными полями не единственная ситуация, в которой может иметь место предсказываемый эффект. Если в гелий II внести заряженные частицы, то при включении магнитного поля вокруг каждой из них должен возникать веретенообразный вихрь, скорость которого определяется выражением (5). Проекция скорости вихря на плоскость, нормальную к магнитному полю, равна

$$v_{sr} = \frac{\alpha H}{Mc} \frac{Q}{R^2} \sin\theta .$$

Здесь Q – заряд частицы, R – расстояние от заряда до рассматриваемой точки, θ – угол, отсчитанный от магнитного поля. Одна из возможностей выявления предсказываемых вихрей состоит в создании потока сверхтекучей компоненты. При этом на вихри (вместе с зарядами) будет действовать сила Магнуса, и заряды должны прийти в движение. Более подробно этот и другие вопросы рассматриваются в нашей работе, направленной в журнал "Физика низких температур".

Отметим, в заключение, что описанные эффекты должны также иметь место и в других сверхтекучих системах, в частности, в сверхтекучем He^3.

Пользуюсь случаем выразить глубокую благодарность А.Ф.Андрееву, И.О.Кулику и Ю.А.Непомнящему за полезные дискуссии и советы.

Физико-технический институт
низких температур
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
3 июня 1978.

Литература

[1] В.Л.Гинзбург, А.А.Собянин. УФН, **120**, 153, 733, 1976.

[2] Р.Фейнман. Статистическая механика. М., изд. Мир, 1975.

[3] С.И.Шевченко. ФНТ, 2, 505, 1976.

[4] С.И.Шевченко. ФНТ, 3, 605, 1977.